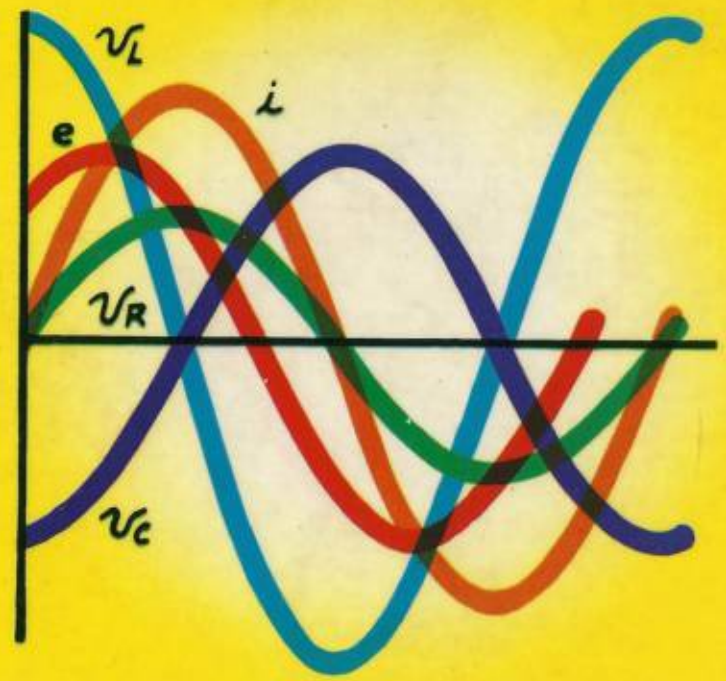
Victor F. Veley & John J. Dulin

# matemática para ELETRÔNICA

UM GUIA DE ESTUDO ABRANGENTE PARA CIRCUITOS ELETRÔNICOS E DE CORRENTE ALTERNADA... COM PROBLEMAS E SOLUÇÕES




hemus

VICTOR F. VELEY & JOHN J. DULIN

# MATEMÁTICA PARA ELETRÔNICA

Aplicações da lei de Ohm • Medidores, Resistência, Regulagem • Indutância • Capacitância • Onda senoidal de C.A. • Circuitos de C.A. • Ressonância • Circuitos mutuamente acoplados • Sistemas de alimentação • Amplificadores de válvula • Linhas de transmissão e antenas • Modulação • Circuitos transistorizados bipolares • Parâmetros de projetos de sistemas de radar • Notação exponencial Precisão e arredondamento • Unidades e Símbolos

hemus

*Tradução:*
**Lindbergh Caldas de Oliveira**
(Tradutor Técnico)

*Revisão:*
**Equipe Técnica Hemus**

Nenhuma parte deste livro poderá ser reproduzida
sejam quais forem os meios empregados, sem a permissão por escrito da Editora.

*Título original:*
PRACTICAL ELECTRONICS MATH

Original U.S. edition published by TAB BOOKS,
Blue Ridge Summit, Penna. Copyright © 1980, 1982.
All rights reserved under Universal, International and Pan-American
copyright conventions.

ISBN 0-8306-1136-3

© Copyright 1982 by Hemus Editora Ltda.,
Mediante contrato firmado com a Editora.

*Todos os direitos adquiridos para a língua portuguesa*
*e reservada a propriedade literária desta publicação pela*

hemus

**hemus editora limitada**
01510 rua da gloria 312 liberdade caixa postal 9686
fone 2799911 pabx telex (011) 32005 edil br
endereço telegrafico hetec
são paulo sp brasil

Impresso no Brasil/*Printed in Brazil*

*Dedicatória*
Para Joyce e Margy

# Prefácio

Este livro foi escrito para pessoas que necessitam aplicar princípios eletrônicos básicos na solução de problemas eletrônicos práticos. Ele enfatiza a obtenção de resultados numéricos baseados na representação matemática de princípios eletrônicos fundamentais. O grande número de pessoas que se inicia no campo da eletrônica e sente muita dificuldade em matemática, deverá beneficiar-se sobremodo do grande número de exercícios e soluções que encontrará aqui.

Neste livro as matérias foram dispostas de modo bem simples. Cada capítulo trata de um aspecto particular da eletrônica. Todos os princípios eletrônicos relacionados entre si são primeiramente explicados e as fórmulas matemáticas que os regem apresentadas da maneira mais simples possível. Inúmeros exemplos de problemas práticos, juntamente com todas as etapas das soluções, são apresentados. Mostra-se ao leitor as diversas combinações da teoria. Para uma assimilação total o leitor deve realmente praticar os passos necessários à obtenção de soluções. Todos os resultados numéricos devem ser obtidos, em cada etapa, ao invés de serem simplesmente lidos, sem questionamento, e considerados corretos.

No fim de cada capítulo foram incluídos problemas práticos. O leitor deve solucionar cada problema prático obedecendo à ordem em que estes estão dispostos antes de passar ao capítulo seguinte. Com respeito à conclusão de soluções dos problemas práticos, o leitor pode consultar as soluções dadas pelo autor na parte final do livro. Sempre que as respostas estiverem corretas, o leitor poderá

então fazer uma avaliação de seu aproveitamento. Haverá ocasiões, é claro, nas quais talvez não consiga resolver determinado problema, por alguma razão. Outrossim, pode haver divergência entre a resposta do leitor e a do livro. Nesse caso, sugerimos uma revisão cuidadosa na solução correspondente apresentada pelo livro. O leitor poderá então verificar onde e por que errou. Recomendamos também que um problema e sua respectiva solução não devem ser postos de lado antes de serem totalmente compreendidos.

Victor F. Veley
John J. Dulin

# Índice


**Introdução** ..... 10

**1 Aplicações da lei de Ohm** ..... 13
Fórmula da lei de Ohm – Potência – Condutância – Energia – Resistores em série – Resistores em paralelo – Circuitos série-paralelo – Resistência de um condutor cilíndrico – Problemas práticos – Soluções dos problemas.

**2 Medidores, Resistência, Regulagem** ..... 58
Uso do multiplicador para ampliar a faixa de voltagem – Uso do shunt para ampliar a faixa de voltagem – Medidor de corrente ao quadrado – Ohmímetro – A ponte Wheatstone – Resistência interna, Transferidor de potência máxima, Regulagem percentual – Células em série e em paralelo – Baterias – Problemas práticos – Soluções dos problemas.

**3 Indutância** ..... 89
Indutores em série – Indutores em paralelo – Constante de tempo de uma indutância e uma resistência – Problemas práticos – Soluções dos problemas.

**4 Capacitância** ..... 112
Capacitores em série – Capacitores em paralelo – Constante de tempo de um capacitor e resistência – Problemas práticos – Soluções dos problemas.

**5 Onda senoidal de C.A.** ..... 141
Ângulo de defasagem – Harmônicas – Entrada de onda senoidal em um resistor – Corrente contínua flutuante – Entrada de onda senoidal em um indutor – Reatância indutiva – Entrada de onda senoidal em capacitor – Reatância capacitiva – Problemas práticos – Soluções dos problemas.

**6 Circuitos de C.A.** ..... 169
Entrada de onda senoidal em circuitos LR em série — Entrada de onda senoidal em circuitos CR em série — Entrada de onda senoidal em circuitos LC em série — Entrada de onda senoidal em circuitos LCR em série — Entrada de onda senoidal em circuito LR em paralelo — Entrada de onda senoidal em circuito CR em paralelo — Entrada de onda senoidal em circuito LC em paralelo — Entrada de onda senoidal em circuitos LCR em paralelo — Transferência de potência máxima - O caso C.A. — Problemas práticos — Soluções dos problemas.

**7 Ressonância** ..... 222
Ressonância em circuito LCR em série — Interpretações de Ressonância Q — Ressonância em circuito LCR em paralelo — Circuito ressonante tanque em paralelo — Problemas práticos — Soluções dos problemas.

**8 Circuitos mutuamente acoplados** ..... 264
Indutância mútua — Bobinas mutuamente acopladas em série — Bobinas mutuamente acopladas em paralelo — Transformadores de potência e áudio — Rendimento de transformador — Resistência reflexa — Transformador de áudio — Acoplamento de transformador RF — Problemas práticos — Soluções dos problemas.

**9 Sistemas de alimentação** ..... 297
Circuito retificador de meia-onda — Circuito retificador de onda completa — Circuito retificador de ponte — Circuito dobrador de onda completa — Circuito dobrador de meia-onda — Circuito dobrador cascata — Sistemas trifásicos de alimentação — Ligações estrela e triângulo — Circuito retificador de meia-onda trifásico — Circuito retificador de onda completa trifásico — Válvula reguladora (VR) de voltagem — Problemas práticos — Soluções dos problemas.

**10 Amplificadores de válvula** ..... 323
Parâmetros característicos de tríodo estático — Amplificadores de potência e voltagem de áudio de tríodo — Realimentação negativa em amplificadores de áudio — Seguidor catódico — Amplificadores de potência e voltagem de áudio e de pêntodo — Amplificadores de RF de potência - Multiplicadores de freqüência — Circuito de tríodo de grade aterrada — Circuitos de duas válvulas — Problemas práticos — Soluções dos problemas.

**11 Linhas de transmissão e antenas** ..... 369
Impedância característica e linha casada — Linha descasada — Coeficiente de reflexão — Razão de onda estacionária — Linha de quarto de onda — Guias de onda — Antenas Hertz e Marconi — Fatores que afetam a intensidade do campo de força — Potência de operação — Ganho de antena — Potência efetiva irradiada — Razão de corrente de base de antena — Problemas práticos — Soluções dos problemas.

**12 Modulação** ..... 409
Percentual de modulação — Faixas laterais - Largura de faixa — Tipos de emissão em AM — Alteração de corrente de antena devido à amplitude modulada — Modulação de placa — Freqüência modulada — Modulação de fase — Cálculo de potência operacional pelo método indireto — Problemas práticos — Soluções dos problemas.

**13 Circuitos transistorizados bipolares** ..... 444
Configuração de base comum — Circuito emissor comum — Configuração de coletor comum — Comparação entre configuração de transistores — Amplificadores operacionais — Osciladores RC — Problemas práticos — Soluções dos problemas.

**14 Parâmetros de projetos de sistemas de radar** ..... 481
Duração do pulso e linha de descarga — Requisitos de largura de faixa — Problemas práticos — Soluções dos problemas.

**Apêndice A — Notação exponencial** ..... 494
**Apêndice B — Precisão e arredondamento** ..... 498
**Apêndice C — Unidades e Símbolos** ..... 501

# Introdução

Este livro foi elaborado para uso de técnicos eletrônicos e para aqueles que fazem da eletrônica seu *hobby* e estão interessados em solucionar problemas matemáticos asssociados à aplicação de princípios eletrônicos.

Podem ser usados vários métodos para a obtenção de resultados numéricos. Adição, subtração, multiplicação e divisão podem ser empregados com a ajuda de lápis e papel e o mesmo método pode ser utilizado para se obterem quadrados, raízes quadradas e inversos. Podem ser consultadas também tabelas matemáticas. Contudo, com a ajuda de uma calculadora portátil simples parece-nos perda de tempo efetuar uma infinidade de cálculos desnecessários quando estes podem ser feitos com extrema precisão pela calculadora.

Deve-se ter em mente, entretanto, que a solução dos cálculos feita de modo racional é fundamental para uma compreensão básica dos princípios envolvidos.

O uso deste livro irá apenas fornecer uma compreensão dos princípios básicos envolvidos na solução de problemas matemáticos, mas também desenvolverá sua habilidade e destreza na utilização da calculadora, acompanhando o desenvolvimento de exemplos de problemas contidos em cada capítulo.

Recomenda-se a utilização de calculadora face à praticidade desta na obtenção de quadrados, raízes quadradas e funções recíprocas.

A calculadora pode efetuar todas essas funções e muitas outras de grande utilidade. À medida que ganha experiência em matemática e no uso da calculadora irá desenvolvendo sua prática nesta área.



A calculadora eletrônica é um aparelho altamente sofisticado. Opera com os mesmos princípios básicos de seu irmão de proporções maiores, o computador digital. Seu tamanho minúsculo e preço razoável é possível em virtude dos recentes progressos na microeletrônica – um desenvolvimento ocasionado pelas solicitações da era espacial em que vivemos.

Contudo, não precisa preocupar-se com o projeto sofisticado e circuitos intricados que trabalham por você. O comando da calculadora é feito por meio de teclas. Em suma, o usuário fornece "instruções" que mostram à calculadora que operações deve efetuar. Os resultados são então apresentados no mostrador. Quando são necessárias muitas operações para uma resposta final, o operador deve premir as teclas específicas para cada operação envolvida.

Uma vez que as calculadoras diferem entre si quanto à seqüência de registro de dados e funções operacionais, será necessário conhecer o funcionamento peculiar de sua calculadora. O manual de instruções que normalmente acompanha uma calculadora irá colocá-lo a par do método operacional desta com relação à inscrição de dados e uso de teclas.

No Apêndice A acha-se uma revisão da notação científica que é, por assim dizer, essencial na manipulação de números muito altos e muito baixos. A notação científica é reconhecida há muito tempo pelas vantagens que permite quando utilizada na expressão de números altos ou baixos de maneira conveniente e localização final da vírgula decimal em cálculos. A notação científica também fornece meios de efetuar operações que envolvem números altos demais ou baixos demais para serem inscritos em certas calculadoras devido à limitação de dígitos.

A questão da precisão e arredondamento de uma resposta é assunto discutido no Apêndice B. Uma vez que a extrema precisão freqüentemente não é garantida por dados conhecidos na maioria dos problemas de eletrônica, não é incluído nenhum problema que envolva precisão. Contudo, quando resultados intermediários precisam ser registrados e reinscritos em etapas sucessivas de determinados cálculos, surge a questão sobre o total de dígitos utilizados. Quanto menos dígitos forem usados, menor será o trabalho dispendido.

O assunto principal deste livro começa com as equações da Lei de Ohm, no Capítulo 1. A mesma metodologia é adotada em todo o livro. Em cada seção, todas as equações e fórmulas possíveis são mostradas em detalhe, acompanhadas por grande número de problemas já resolvidos, os quais ilustrarão de modo suficientemente claro

os métodos de solução adotados. O objetivo é mostrar todas as maneiras possíveis de formular um problema em particular e os métodos de solução.

Um exame que mostrará se houve realmente uma aprendizagem eficiente das técnicas estudadas consiste em praticar ao longo de todos os exercícios. Diversas vantagens decorrem dessa prática:

1. As características operacionais próprias de sua calculadora serão completamente exercitadas e assimiladas.
2. O manejo adequado tornar-se-á mais rápido e automático a cada repetição.
3. À medida que se aprofundar no conteúdo do livro irá melhorar sensivelmente sua habilidade no uso de números.

Para concluir, em alguma ocasião pode eventualmente tornar-se necessário empregar esta ou aquela fórmula ou processo não totalmente assimilados. Em situações dessa natureza, é de bom alvitre efetuar novamente os exemplos mais importantes a fim de compreender de modo absoluto as etapas corretas dos mesmos.



*Capítulo* **1**

# Aplicações da Lei de Ohm

Em um circuito de corrente contínua, há um relacionamento simples entre a voltagem aplicada, a resistência do circuito e a corrente resultante. Este relacionamento é expresso matematicamente pela Lei de Ohm. Na Fig. 1-1, é representado um circuito de corrente contínua, contendo um elemento resistivo assinalado com a letra R, uma voltagem aplicada E, e a corrente resultante que circula através de um resistor com a letra I.

## FÓRMULA DA LEI DE OHM

Usando os símbolos E, I e R para representar respectivamente a voltagem, corrente e resistência, pode-se empregar as seguintes representações matemáticas da Lei de Ohm para determinar quaisquer dos elementos se dois deles são conhecidos:

$$E=IR,\ I=E/R,\ R=E/I$$

## POTÊNCIA

A potência em um circuito de corrente contínua é determinada pela multiplicação da voltagem aplicada ao circuito, neste caso a resistência R, pelo fluxo de corrente através da resistência. Usando novamente a Lei de Ohm temos um expressão matemática simples para potência, que é:

Substituindo os valores de W como expressos por EI nas fórmulas fornecidas acima, podemos determinar a potência (watts) pelos processos seguintes quando dois valores quaisquer são conhecidos:

$$W= EI,\ W=I^2R,\ W=E^2/R$$

Em todas as fórmulas precedentes usou-se a seguinte representação:
E = Voltagem aplicada (força eletromotriz – fem) em volts

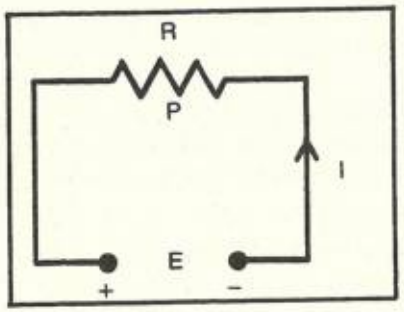



Fig. 1-1 Ilustração da Lei de Ohm. I = E/R.

I = Corrente em ampères a qual pode ser abreviada para amps (A)
R = Resistência em ohms (Ω).
P = Potência dissipada em watts (W).

**Problema 1**

As primeiras três faixas de um resistor de código de cores são amarela, violeta e laranja. Considerando que a resistência é a mesma do seu valor nominal, qual a magnitude da voltagem aplicada ao resistor se o fluxo da corrente é de 435 microampères?
A. 2040 μV. B 20,4 V. C. 2,04 V D. 0,0 204 V. E. 0,204 mV.

**Solução**

O valor nominal do resistor é 4 (amarela) 7 (violeta) 000 (laranja) Ω ou 47kΩ = $47 \times 10^3 \Omega$. A corrente é de 435 microampères = $435 \times 10^{-6}$ A. Então, $E = I \times R = 435 \times 10^{-6} \times 47 \times 10^3 V = 4{,}35 \times 10^2 \times 10^{-6} \times \times 4{,}7 \times 10^1 \times 10^3 = 4{,}35 \times 4{,}7 = 20{,}445V$, pela calculadora.

Como vimos anteriormente, esta resposta pode ser arredondada para 20,4V ou a alternativa B.

**Problema 2**

O fluxo de corrente aplicada a um dado resistor de 1 watt é de 23,5 mA. Qual o mais alto valor de voltagem que pode ser aplicado ao resistor sem exceder sua potência nominal?
A. 23,5 V. B. 0,426 V. C. 42,6 V. D. 4,26 V. E. 426 V.

**Solução**

A corrente é de 23,5 mA=$23{,}5 \times 10^{-3}$ A.

Donde $E = \frac{P}{I} = \frac{1}{23{,}5 \times 10^{-3}} = \frac{1 \times 10^3}{23{,}5} = \frac{1000}{23{,}5}$

$= 42{,}553\ 191$ volts, pela calculadora.



Isto pode ser arredondado para 42,6V–Alternativa C. Observe que, para permitir um fator de segurança, a voltagem normal poderia ser de cerca de 60% deste valor.

**Problema 3**

As primeiras três faixas de um resistor de código de cores de 1/2 watt são: verde, azul, amarelo. Qual é o valor da voltagem que pode ser aplicada através do resistor sem exceder seu limite de potência?

A. 5,29 V. B. 16,7 V. C. 167 V. D. 52,9 V. E. 529 V.

**Solução**

O valor do resistor é 5 (verde) 6 (azul) 0 000 (amarelo)Ω = 560KΩ. Portanto,

$$E = \sqrt{P \times R} = \sqrt{\frac{1}{2} \times 560\,000}$$

$$= \sqrt{280\,000}$$

$$= \sqrt{28 \times 10^4} = \sqrt{28} \times 10^2$$

$$= 529\ V$$ . Alternativa E.

## CONDUTÂNCIA

A condutância, G, é o inverso da resistência e sua unidade é o mho, portanto, G = 1/R e R = 1/G, que podem ser substituídos em quaisquer das equações da Lei de Ohm. Por exemplo, I = E/R = E × 1/R = E × G.

**Problema 1**

As primeiras três faixas de um resistor de código de cores são vermelho, vermelho, ouro. Qual a condutância do resistor?

A. 0,45 mho B. 4,5 mhos C. 45 mhos D. 0,045 mho
E. 0,004 5 mho

**Solução**

Ouro ou prata na terceira faixa representam valores multiplicadores de 0,1 e 0,01, respectivamente. O valor do resistor é por conseguinte 22 × × 0,1 = 2,2Ω. Sua condutância é = 1/2,2 = 0,454545. . . pela calculadora = 0,45mho, arredondada. Alternativa A.

**Problema 2**

A condutância total de um circuito de corrente contínua é $3,75 \times 10^{-4}$ mho. Se a fonte de voltagem do circuito é 165 V, qual a amperagem recebida da fonte?

A. 44,0 mA. B. 0,619 A. C. 22,7 mA. D. 61,9 mA. E. 414 mA.

**Solução**

$$I = E \times G = 165 \times 3,75 \times 10^{-4}$$
$$= 1,65 \times 10^{2} \times 3,75 \times 10^{-4}$$
$$= 6,187\,5 \times 10^{-2}\ A, \text{ pela calculadora.}$$
$$= 6,19 \times 10^{-2} A, \text{ arredondada.}$$
$$= 61,9\ mA. \text{ Alternativa D.}$$

**Problema 3**

Quando uma fem de 12V é aplicada a uma carga resistiva, a corrente de carga do circuito de corrente contínua é 250mA. A condutância de carga é:

A. 0,021 mho. B. 0,3 mho. C. 48 mhos. D. 0,03 mho. E. 0,013 mho.

**Solução**

A condutância $G = I/E = \frac{250 \times 10^{-3}}{12} = 0,020\,833\,3$, pela calculadora = 0,021 mho, arredondado. Alternativa A.

## ENERGIA

Energia de um trabalho exercido = potência X tempo = Pxt. As unidades práticas de trabalho são W/h ou kW/h. 1 quilowatt-hora é = 1.000 watts-hora = $3,6 \times 10^{6}$ joules (1 joule = $1 \times 10^{7}$ ergs). O quilowatt-hora é a unidade pela qual são aferidas nossas contas de luz.

**Problema 1**

Uma fonte de corrente contínua de 220V fornece uma corrente de 16,7A para uma carga resistiva. Qual a energia consumida em um dia de operação contínua?

A. 88,200 W. B. 0,882 kW/h. C. 8,82 kW. D. 8,820 watts-hora. E. 88,2 kWh.

**Solução**

Potência dissipada na carga, P = E X I = 220 X 16, 7W. Tempo = 24 horas.



Energia consumida

$$= 220 \times 16,7 \times 24 \text{ watts-hora.}$$
$$= 2,20 \times 10^{2} \times 1,67 \times 10^{1} \times 2,4 \times 10^{1}$$
$$= 2,2 \times 1,67 \times 2,4 \times 10^{4}$$
$$= 8,8\,176 = 10^{4}\text{, watts-hora, pela calculadora.}$$
$$= 88,2\ kWH, \text{ arredondada. Alternativa E.}$$

**Problema 2**

Uma corrente contínua de 4,5mA circula por um resistor de 3,3kΩ. Qual a energia total consumida em um ano (365 dias)?

A. 58,5 watts/hora. B. 0,585 kW/h. C. 5,85 kW/h. D. 58,5 kW/h. E. Nenhuma é verdadeira.

**Solução**

A potência dissipada no resistor, $P = I^{2} \times R = (4,5 = 10^{-3})^{2} \times 3,3 \times 10^{3}$W.

Período de operação contínua = 365 X 24 horas.

Energia consumida

$$= (4,5 \times 10^{-3})^{2} \times 3,3 \times 10^{3} \times 365 \times 24 \text{ watts-hora.}$$
$$= 4,5 \times 10^{-3} \times 4,5 \times 10^{-3} \times 10^{3} \times 3,65 \times 10^{2} \times 2,4 \times 10^{1}$$
$$= 4,5 \times 4,5 \times \text{'fi}\square \times 2,4 \times 10^{0}$$
$$= 585,387 \text{ watts-hora, pela calculadora.}$$
$$= 0,585\ kW/h, \text{ arredondada. Alternativa B.}$$

**Problema 3**

Durante 15 horas de operação contínua, a energia consumida por uma carga resistiva de C.C. de 385 ohms é 1,68kW/h. Qual o valor da voltagem aplicada à carga?

A. 657 mV. B. 65,7 V. C. 208 V. D. 6,57 V. E. 20,8 V.

**Solução**

Potência dissipada na carga = energia consumida/tempo

$$= \frac{1,68 \times 10^{3}\ W.}{15}$$

Voltagem aplicada

$$E = \sqrt{P = R}$$
$$= \sqrt{\frac{1,68 \times 10^{3} \times 385}{15}}$$

$$= \sqrt{\frac{1{,}68 \times 10^3 \times 3{,}85 \times 10^2}{1{,}5 \times 10^1}}$$

$$= \sqrt{\frac{1{,}68 \times 3{,}85 \times 10^4}{1{,}5}}$$

$$= \sqrt{4{,}312 \times 10^4}$$

= 208V, arredondada. Alternativa C.

**Problema 4**

Durante um dia de operação contínua, a energia consumida por uma carga resistiva de C.C. de 2,87 ohms é 3,47 kW/h. Qual o valor da corrente absorvida pela carga resistiva?
A. 22,4 A. B. 2,24 A. C. 710 mA. D. 224 mA. E. 7,10 A.

**Solução**

Potência dissipada na carga = $\frac{3{,}47 \times 10^3}{24}$ W.
Corrente de carga,

$$I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{3{,}47 \times 10^3}{24 \times 2{,}87}}$$

$$= \sqrt{\frac{3{,}47 \times 10^3}{2{,}4 \times 10^1 \times 2{,}87}}$$

$$= \sqrt{0{,}503\,774\,6 \times 10^2}$$

$$= \sqrt{50{,}377\,46\ \text{A}} = 7{,}10\ \text{A}.$$ Alternativa E.

## RESISTORES EM SÉRIE

Três resistores em série foram escolhidos conforme o exemplo mostrado na Fig. 1-2. A resistência total do circuito, $R_T = R^1 + R^2 + R^3$.
Corrente,

$$I = \frac{E}{R_T} = E \times G_T$$

Onde Gt = Condutância total.

Queda de voltagem através do resistor, $R^1$, é $V^1 = I \times R^1 = \frac{E \times R^1}{R_T}$

Voltagem de fonte, $E = V^1 + V^2 + V^3$.

Potência dissipada em $R_1$ é $P_1 = I \times V_1 = I^2 \times R_1 = \frac{V_1^2}{R_1}$



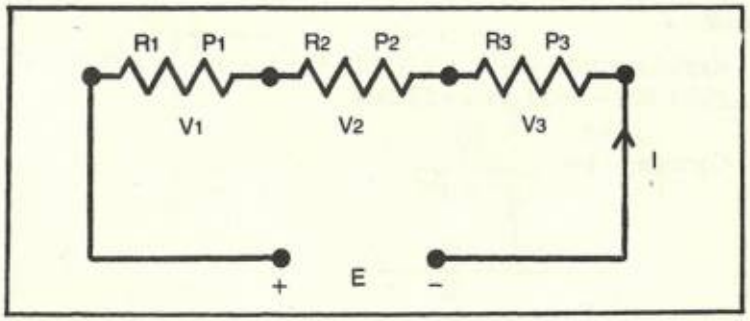



Fig. 1-2 Resistores ligados em série.

Temos expressões semelhantes para $P^2$ e $P^3$.
O total de potência dissipada no circuito,

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = E \times I = I^2 \times R_T = \frac{E^2}{R_T}.$$

Se os resistores de valor igual são ligados em série, a resistência total, $R_T = N \times R$, onde N é o número de resistores iguais e R é a resistência de um resistor.

**Problema 1**

Três resistores de cores de código são ligados em série. As primeiras três faixas de cada resistor são amarela, violeta, vermelha, marrom, verde, amarela e laranja, laranja e laranja, respectivamente. Qual a resistência nominal total do circuito?

A. 349,7 kΩ B. 52,700 Ω C. 187,7kΩ D. 183 470 Ω E. 331,97 kΩ

**Solução**

As resistências nominais dos três resistores é 4.700 ohms, 150.000 ohms e 33.000 ohms. A resistência nominal total é portanto 4.700 + + 150.000 + 33.000 = 187.700 ohms = 187,7kΩ. Alternativa C.

**Problema 2**

Três resistores cujo valor são 1,5kΩ, 3,3kΩ e 820kΩ estão ligados em série através de uma fonte de corrente contínua de 120V. Qual a amperagem da corrente circulante neste circuito em série?

A. 47 mA. B. 210 mA. C. 0,21A. D. 0,47 A. E. 21,0mA.

**Solução**

Resistência total, $R_T = 1{,}5 \times 10^3 + 3{,}3 \times 10^3 + 820 = 1.500 + 3.300 + 820 = 5.620$ ohms $= 5{,}62\text{k}\Omega$.

Corrente, $$I = \frac{120}{5{,}62 \times 10^3}$$

$$= \frac{1{,}2 \times 10^2 \times 10^{-3}}{5{,}62}$$

$=0{,}213\,523\,1 \times 10^{-1}$A, pela calculadora.

$=0{,}21 \times 10^{-1}$A, arredondada.

$=21{,}0$ mA. Alternativa E.

É importante lembrar que quando volts são divididos por uma resistência em kΩ o resultado é uma corrente em mA. Neste problema

$$I = \frac{120\text{ V}}{5{,}62\text{ k}\Omega} = 21{,}0\text{ mA}$$

De modo análogo, quando se divide volts por uma resistência em MΩ o resultado é uma corrente em μA.

**Problema 3**

Um resistor de 22kΩ e outro de 47kΩ são ligados em série através de uma fonte de alimentação de C. C. de 50V. Qual a queda de voltagem através do resistor de 47kΩ?

A. 13 V. B. 16 V. C. 34 V. D. 37 V. E. 3,7 V.

**Solução**

Resistência total, $R_T = 22 + 47 = 69\text{k}\Omega$.

Corrente, $$I = \frac{50\text{V}}{69\text{k}\Omega} = \frac{50}{69}\text{ mA}.$$

A queda de voltagem através do resistor de $47\text{k}\Omega = \frac{50}{69} \times 10^{-3} = 47 \times 10^3\text{V} = \frac{50 \times 47}{69} = 34{,}057971\text{V}$, pela calculadora $= 34\text{V}$, arredondada.

Alternativa C.



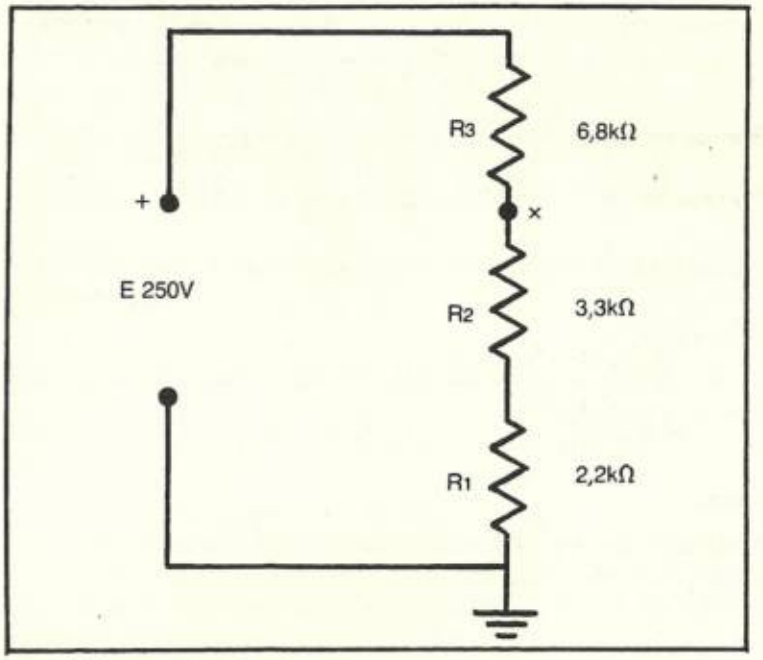



Fig. 1-3 Circuito divisor de voltagem.

Observe que quando uma corrente em mA é multiplicada por uma resistência em kΩ a resposta será dada em volts. Da mesma maneira, quando uma corrente em μA é multiplicada por uma resistência em MΩ, a resposta também é dada em volts.

**Problema 4**

No circuito divisor de voltagem da Fig. 1-3, qual o valor do potencial no ponto X?

A. +110V. B. +140 V. C. - 110V. D. - 140V. E. Nenhuma é verdadeira.

**Solução**

A intensidade do potencial no ponto X é igual à soma das quedas de voltagem através dos resistores de 3,3kΩ e 2,2kΩ. Uma vez que a fase negativa da fonte de alimentação está aterrada, o potencial no ponto X é uma voltagem positiva.

Resistência total, $Rt = 6{,}8 + 3{,}3 + 2{,}2 = 12{,}3\text{k}\Omega$.

Corrente, $$I = \frac{250\text{V}}{12{,}3\text{ k}\Omega} = \frac{250}{12{,}3}\text{ mA}.$$

A queda total de voltagem através dos resistores de 3,3kΩ e 2,2kΩ

$$= \frac{250}{12,3} \times (3,3 + 2,2)\text{V}.$$

Para utilizar diretamente a calculadora, isto deve ser reescrito assim:

Potencial em X $= + (3,3 + 2,2) \times \frac{250}{12,3} = + 110\text{V}$, arredondado.

Alternativa A.

**Problema 5**

No circuito do Problema 4, qual a intensidade de potência dissipada no resistor de 6,8kΩ?

A. 2,3 W B. 5,1 W C. 11,0 W D. 2,8 W E. 14,0W

**Solução**

O fluxo de corrente do resistor de 6,8kΩ, do Problema 4, é

$$\frac{250}{12,3}\ \text{mA}$$

Potência dissipada $= I^2 = R^3$

$$= \left(\frac{250}{12,3} \times 10^{-3}\right)^2 \times 6,8 \times 10^3\text{W} = 2,8\text{W}.$$

Alternativa D.

**Problema 6**

Uma bateria de 12V é ligada através de um resistor de código de cores cujas três faixas iniciais são vermelha, vermelha, verde. Considerando que a resistência é a mesma de seu valor nominal, qual a amperagem através do resistor?

A. 5,5$\mu$ A. B. 0,55$\mu$ A. C. 18$\mu$ A D. 55$\mu$ A. E. 5,5$\mu$ A.

**Solução**

O valor do resistor é de 2.200kΩ ou 2,2MΩ. Logo,

$$I = \frac{E}{R} = \frac{12}{2,2 \times 10^6} = \frac{12 \times 10^{-6}}{2,2}\ \text{A} = 5,454\ 5 \ldots \mu\text{A}$$ pela calculadora

Isto pode ser arredondado para 5,5 $\mu$A. Alternativa A.



**Problema 7**

Uma lâmpada elétrica de 25 watts é alimentada por uma fonte de corrente contínua de 115V. Qual a amperagem do circuito?

A. 2,17 A. B. 21,7 A. C. 0,217 mA. D. 217 mA. E. 21,7 mA.

**Solução**

Neste problema, os algarismos são simples de forma que se torna desnecessária a notação.

$$I = \frac{P}{E} = \frac{25}{115} = 0,217\ 391\ 3\ \text{A},$$ pela calculadora.

Isto pode ser arredondado para 0,217 A ou 217 mA. Alternativa D.

**Problema 8**

As primeiras três faixas de um resistor de código de cores de 1/4 de watt são azul, cinza e marrom. Qual a intensidade mais elevada de corrente que pode circular através do resistor sem ultrapassar sua potência nominal (considerando que a resistência efetiva é a mesma do valor do seu código de cores)?

A. 0,61 A. B. 6,1 mA. C. 19 mA. D. 0,19 A. E. 61 mA.

**Solução**

O valor do resistor é 6 (azul), 8 (cinza), 0 (marrom), ou 680 ohms.

Logo $I = \sqrt{P/R} = \sqrt{\frac{1/4}{680}} = \sqrt{\frac{0,25}{680}} = \sqrt{0,000\ 376\ 6}$, pela calculadora. $= \sqrt{3,676 \times 10^{-4}}\text{A} = 1,9 \times 10^{-2}\text{A} = 19\ \text{mA}$. Alternativa C.

**Problema 9**

Quando se aplica uma corrente de 15,4V, a um resistor, a corrente é medida como 38A. Qual o valor do resistor?

A. 4,05 mΩ B. 40,5 Ω C. 40,5 kΩ D. 4,05 MΩ E. 405 kΩ

**Solução**

$$R = \frac{E}{I} = \frac{15,4}{38 \times 10^{-6}} = \frac{15,4 \times 10^6}{38}$$

$= 0{,}405\,263\,1 \times 10^6$, pela calculadora.

$= 0{,}405 \times 10^6 \Omega$, arredondada.

$= 405\,k\Omega$. Alternativa E.

**Problema 10**

Uma lâmpada de 75 watts é projetada para funcionar com uma alimentação de corrente contínua de 110V. Qual a resistência quente do seu filamento?

A. 147Ω B. 161Ω C. 51,1Ω D. 14,7Ω E. 511Ω

**Solução**

$R = \frac{E^2}{P} = \frac{110^2}{75} = \frac{110 \times 110}{75} = 161{,}33\ldots$ ohms, pela calculadora, que pode ser arredondado para 161 ohms. Alternativa B.

**Problema 11**

Quando uma corrente de 237 mA circula por um resistor bobinado, a potência dissipada é de 55W. Qual o valor da resistência?

A. 979 Ω B. 232 Ω C. 23,2 Ω D. 97,9 Ω E. 413 Ω

**Solução**

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{55}{(237 \times 10^{-3})^2}$$

$$= \frac{55}{(2{,}37 \times 10^{-1})^2}$$

$$= \frac{55}{2{,}37 \times 2{,}37 \times 10^{-2}}$$

$$= \frac{55 \times 10^2}{2{,}37 \times 2{,}37} = 9{,}791\,878 \times 10^2, \text{ pela}$$

calculadora, o qual pode ser arredondado para 979 ohms. Alternativa A.



**Problema 12**

Quando uma fonte de corrente contínua de 220V é aplicada através de uma carga resistiva, a corrente recebida dessa fonte de alimentação é 17,3A. Qual a potência dissipada na carga?

A. 38,1 kW. B. 3,81 kW. C. 38,1 W. D. 0,38 kW. E. 3,81W.

**Solução**

$P = E \times I = 220 \times 17{,}3 = 3\,806$ W pela calculadora, o qual pode ser arredondado para 3 810 W = 3,81kW. Alternativa B.

**Problema 13**

Uma corrente de 23,7 mA circula através de um resistor de 2 watts, 3,3 kΩ. Qual a potência dissipada no resistor?

A. 0,170 W. B. 2 W. C. 0,562 W. D. 1,85 W. E. 0,459 W.

**Solução**

$$P = I^2 \times R = (23{,}7 \times 10^{-3})^2 \times 3{,}3 \times 10^3$$
$$= (2{,}37 \times 10^{-2})^2 \times 3{,}3 \times 10^3$$
$$= 2{,}37 \times 2{,}37 \times 3{,}3 \times 10^{-4} \times 10^3$$
$$= 18{,}535\,77 \times 10^{-1} \text{ W, pela calculadora.}$$
$$= 1{,}85 \text{ W, arredondada. Alternativa D.}$$

**Problema 14**

As primeiras três faixas de um resistor código de cores de 2 watts são cinzenta, vermelha e preta. Se este resistor for ligado a uma bateria de 9 V, qual a intensidade de potência dissipada?
A. 2W B. 1,5W. C. 0,18W. D. 0,15W. E. Nenhuma das respostas está correta.

**Solução**

O valor do resistor é 8 (cinza), 2 (vermelho) ohms (o multiplicador é preto e portanto não aparece nenhum zero depois de 2).

$$P = \frac{E^2}{R} = \frac{9^2}{82} = \frac{81}{82} = 0{,}987\,804\,8 \text{ W, pela calculadora}$$

$= 0{,}99$ W, arredondada.

Uma vez que esta resposta não está incluída entre as alternativas A, B, C e D, você pode escolher a alternativa E. Observe que para garantir um

fator de segurança, a potência nominal do resistor é cerca de duas vezes o valor da potência dissipada.

A. 2,3 W B. 5,1 W C. 7,9 W D. 2,8 W E. 13 W

**Solução**

A corrente no circuito = $\frac{250}{12,3}$ mA.

A potência total no circuito = E X I = 250 X $\frac{250}{12,3}$ X $10^{-3}$ = 5,1 W. Alternativa B.

**Problema 15**

No Problema 4, qual a condutância total do circuito?

A. 123 microohms. B. 8,1 miliohms. C. 8,1 X $10^{-6}$mho. D. 0,000 81 mho. E. 81 microohms.

**Solução**

No Problema 4, a resistência total é = 12,3 k Ω. A condutância total

é $\frac{1}{R} = \frac{1}{12,3 \times 10^3}$ mho

$= \frac{1}{1,23 \times 10^4}$

$= 0,813\,008\,1 \times 10^{-4}$, pela calculadora.

$= 0,81 \times 10^{-4}$, arredondada.

= 81 microohms. Alternativa E.

**Problema 16**

Cinco resistores idênticos são ligados em série através de uma fonte de alimentação de C. C. de 150V. Se a potência total dissipada é 373W, qual o valor de cada resistor?

A. 60 Ω B. 12 Ω C. 18,7 Ω D. 94 Ω E. 2,5 Ω

**Solução**

A resistência total = $\frac{E^2}{P_T} = \frac{150 \times 150}{375}$ = 60 ohms.

Valor de cada resistor = $\frac{R_T}{N} = \frac{60}{5}$ = 12 ohms. Alternativa B.

**Problema 17**

Quatro resistores de 10 watts, 100 ohms, são ligados em série. A capacidade total de potência dissipada da combinação é

A. 40 W B. 10 W C. 2,5 W D. 5 W E. 20 W



**Solução**

A capacidade total de potência será a soma das capacidades de potências de cada um e é, portanto, 4 X 10 = 40 W. Alternativa A. Observe que, se os resistores fossem ligados em paralelo, a capacidade total de potência ainda seria de 40 W.

**Problema 18**

Um resistor de 20 000 ohms/200 watts, um de 40 000 ohms/100 watts, e outro de 5 000 ohms/20 watts, são ligados em série. O valor máximo da voltagem total aplicada, que não deverá exceder a wattagem nominal de qualquer um dos resistores, é

A. 4 111 V B. 3 250 V C. 6 500 V D. 2 055 V E. 650 V

**Solução**

Uma vez que I = $\sqrt{\frac{P}{R}}$, os valores nominais máximos de corrente para cada resistor são $\sqrt{2\,200/20\,000}$, $\sqrt{100/40\,000}$ e $\sqrt{20/5\,000}$. O menor desses valores nominais é $\sqrt{100/40\,000} = \sqrt{1/400} = 1/20 = 0,05$ A. O valor máximo da voltagem total, = $E_T = I \times R_T = 0,05 \times (20\,000 + 40\,000 + 5\,000) = 0,05 \times 65\,000 = 3\,250$ V. Alternativa B.

**Problema 19**

Uma bobina de relé tem uma corrente operacional de 0,2 A e uma resistência de 250 ohms. Se for ligada a uma fonte de alimentação de C. C. de 120V, qual o valor exigido para o resistor de proteção?

A. 150 Ω B. 200 Ω C. 250 Ω D. 300 Ω E. 350 Ω

**Solução**

Queda de voltagem através da bobina de relé = 0,2 A X 250 ohms = 50 V. O resistor de proteção está em série com a bobina do relé e portanto a queda de voltagem através do resistor de proteção é 120 V-50 V = 70 V.

Valor requerido para a bobina de proteção = $\frac{70V}{0,2\,A}$

= 350 ohms. Alternativa E.

**Problema 20**

No Problema 11, a potência dissipada no resistor de proteção é

A. 10 W B. 12 W C. 14 W D. 16 W E. 18 W

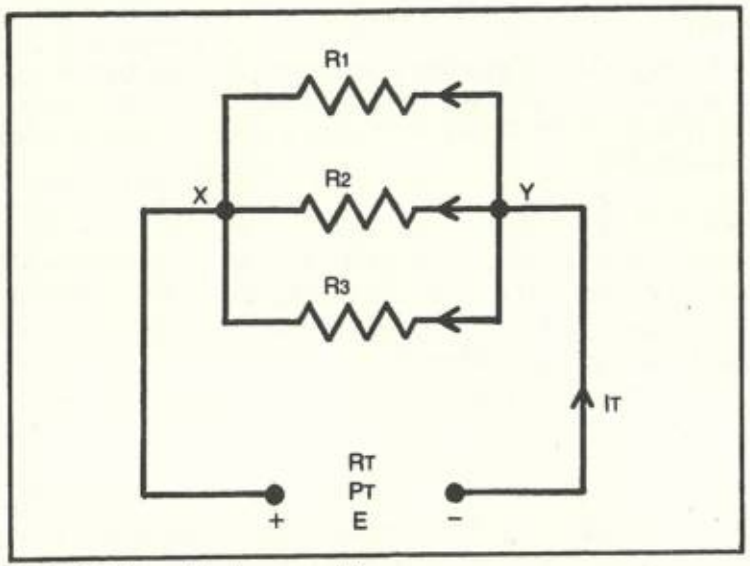



Fig. 1-4 Resistores ligados em paralelo.

**Solução**

A potência dissipada no resistor de proteção é de 70 V × 0,2 A = 14 watts. Alternativa C.

## RESISTORES EM PARALELO

O exemplo mostrado na Fig. 1-4 é sobre três resistores em paralelo. (Os capacitores são ligados entre suas extremidades comuns, X e Y.) A resistência total, $R_T$, é dada por:

$$\frac{1}{R_T} = G_T = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad \text{(Fórmula Inversa).}$$

$$R_T = \frac{R_1 \times R_2 \times R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}$$

Note que a resistência total é sempre menor que aquela do resistor de valor menor em paralelo.

As correntes nos ramos são:

$$I_1 = \frac{E}{R_1},\ I_2 = \frac{E}{R_2},\ I_3 = \frac{E}{R_3}$$

Corrente total, $I_T = I_1 + I_2 + I_3 = E\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$



A potência dissipada em $R_1$ é $P_1 = I_1^2 \times R_1 = \frac{E^2}{R_1} = E \times I_1$

Há expressões semelhantes para $P_2$ e $P_3$.

Observe que o resistor de valor menor dissipa mais potência.

Potência total,

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = E\,(I_1 + I_2 + I_3) = E^2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$

$$= \frac{E^2}{R_T} = E \times I_T = I_T^2 \times R_T.$$

Em caso especial de dois resistores em paralelo, a resistência total $R_T = R_1 \times R_2 / R_1 + R_2$.

Com resistores de valor igual em paralelo, a resistência total, $R_T = R/N$, onde N é o número de resistores e R é a resistência de um dos resistores.

**Problema 1**

Na Fig. 1-5, qual a resistência total entre os pontos X e Y?

A. 7,0 kΩ B. 0,85 kΩ C. 700 Ω D. 2,3 kΩ E. 1,1 kΩ

**Solução**

Todos os resistores estão efetivamente ligados em X e Y, e, portanto, em paralelo. Para calcular a resistência equivalente, $R_T$, de três resistên-

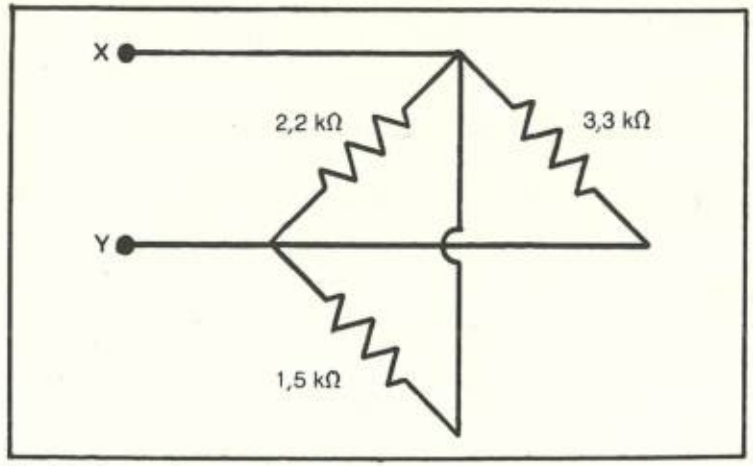



Fig. 1-5 Estes resistores também estão em paralelo.

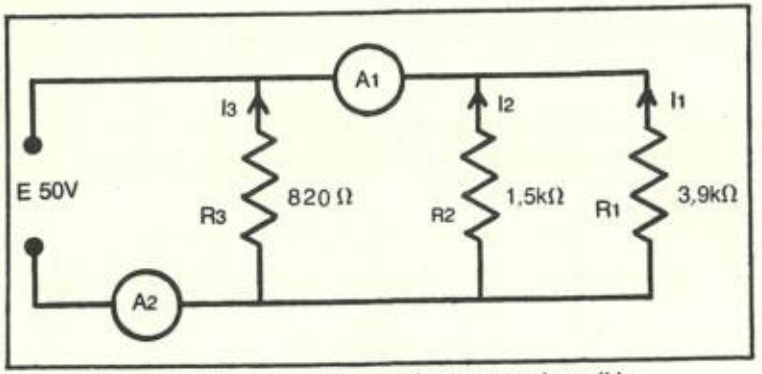


Fig. 1-6 Circuito resistivo em paralelo com instrumento de medida.

cias em paralelo, primeiro, determine a resistência equivalente, R', R1 e R2, em paralelo. Então, calcule a resistência equivalente de R' e a terceira resistência R3 em paralelo.

**Problema 2**

Na Fig. 1-6, qual a corrente medida em A1?

A. 107 mA. B. 61 mA. C. 33 mA. D. 46 mA. E. 137 mA.

**Solução**

O medidor A1 está colocado de forma a medir as correntes nos ramos I1 e I2, as quais circulam através de um resistor de 1,5kΩ e outro de 3,9kΩ.

**Problema 3**

No circuito do Problema 2, qual a corrente medida em A2?

A. 107 mA. B. 61 mA. C. 33 mA. D. 46 mA. E. 137 mA.

**Solução**

O medidor A2 registra a soma das correntes nos três ramos, I1, I2 e I3.

$$I_3 = \frac{E}{R_3} = \frac{50}{0.82}\ \text{mA} = 60{,}975\,609, \text{ pela calculadora.}$$

$$= 61\ \text{mA, arredondado.}$$



Usando o resultado do Problema 2, a leitura de A2 é 46 + 61 = 107mA. Alternativa A.

**Problema 4**

Na Fig. 1-7, qual o valor da potência máxima dissipada por um só resistor?

A. 570 mW. B. 750 mW. C. 310 mW. D. 260 mW. E. 440mW.

**Solução**

A potência máxima é dissipada pelo resistor de valor menor, ou seja, 330 ohms.

$$\text{Potência dissipada por } R_2 = \frac{E_2}{R_2} = \frac{12^2\text{W}}{330}$$

$$= 0{,}436\,363, \text{ pela calculadora.}$$

$$= 0{,}44\ \text{W, arredondado.}$$

$$= 440\ \text{mW. Alternativa E.}$$

**Problema 5**

No Problema 4, qual o valor da potência total dissipada em todo o circuito?

A. 1,3 W. B. 1 200 mW. C. 750 mW. D. 560 mW. E. 1,0 W.

**Solução**

$$\text{A potência dissipada por } R_1 \text{ e } R_3 = E_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}\right) = \frac{(R_1 + R_3)}{R_1 R_3}$$

$$\times E^2 = \frac{(470 + 560) \times 12^2}{470 \times 560}\ \text{W} = 1.0 \text{ Alternativa E.}$$

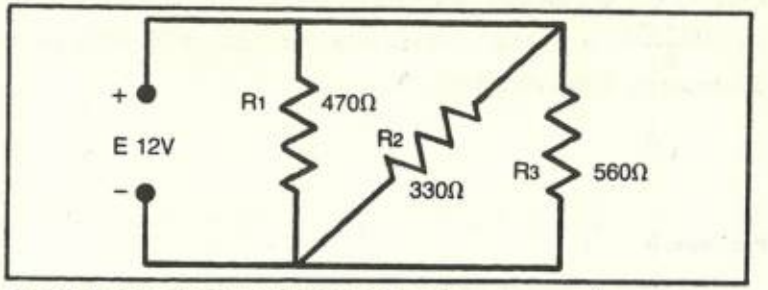


Fig. 1-7 Maneira alternativa de notação de resistores em paralelo.

**Problema 6**

Uma carga puramente resistiva tem um valor de 3,7 kΩ, o qual é reduzido para 2,5 kΩ pela ligação de um único resistor através da carga. Qual o valor deste resistor?

A. 6,2kΩ B. 7,7kΩ C. 1,5kΩ D. 5,4kΩ E. 3,1kΩ

**Solução**

O resistor, Rx, é ligado em paralelo com a carga, $R_1$, de maneira que sua combinação apresente uma resistência total de 2,5 kΩ.
Começando com a equação básica,

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{Rx}$$

$$\frac{1}{Rx} = \frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_1} = \frac{R_1 - R_T}{R_1 R_T}$$

Substituindo-se nesta equação, Rx, será 7,7 kΩ. Alternativa B.

**Problema 7**

Oito lâmpadas, tendo cada uma o valor nominal de 74W, 110V, são alimentadas por uma fonte de C. C. de 110V. Qual o valor da resistência de carga total?

A. 20 Ω B. 9,3 Ω C. 160 Ω D. 6,4 Ω E. 130 Ω

**Solução**

A resistência quente de cada lâmpada $= \frac{E^2}{P} = \frac{110}{75 \text{ohms}}$

Uma vez que as lâmpadas devem ser ligadas em paralelo, a resistência total é $\frac{110^2/75}{8}$ = 20,166... ohms, pela calculadora = 20 ohms, por arredondamento. Alternativa A.

**Problema 8**

Um resistor de 200 watts/20 000 ohms, outro de 100 watts/40 000 ohms, e um terceiro de 50 watts/5 000 ohms, são ligados em paralelo. Qual o valor máximo total de corrente que não ultrapassará a wattagem nominal de nenhum dos resistores?

A. 0,025 A B. 100 mA C. 137,5 mA D. 0,0 125 A E. 0,0375 A

**Solução**

Uma vez que $I = \sqrt{PR}$ os valores nominais máximos de voltagem para cada um dos resistores são $\sqrt{20000 \times 200}$, $\sqrt{40000 \times 100}$ e $\sqrt{5000 \times 50}$. Os valores nominais menores são $\sqrt{5000 \times 50} = \sqrt{250000} = \sqrt{25 \times 10^4} = 10^2 \times \sqrt{25} = 500$V.

$$\text{Corrente total} = \frac{500}{20\,000} + \frac{500}{40\,000} + \frac{500}{5\,000}$$

$$= 0,025 + 0,0125 + 0,1$$

$$= 0,1375 \text{ A} = 137,5 \text{ mA}. \text{ Alternativa C.}$$

## CIRCUITOS SÉRIE-PARALELO

Levando-se em consideração que há uma infinita variedade destes tipos de circuitos, esta seção irá restringir-se aos dois tipos mais comuns.

**Circuito nº 1**

Na Fig. 1-8, $R_1$ e $R_2$ estão em paralelo e esta combinação em paralelo está em série com $R_3$ (referente à voltagem da fonte, E). A resistência total deste circuito é

$$R_T = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

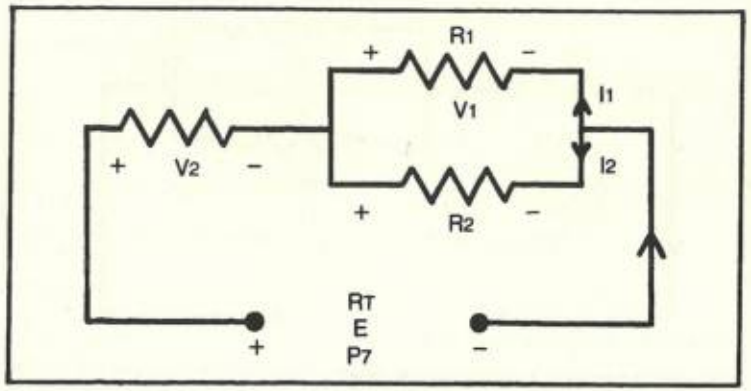



Fig. 1-8 Ligação de resistores em série-paralelo.

Corrente total, $I_T = \frac{E}{R_T} = I_1 + I_2 = \frac{V_2}{R_3}$

Voltagem da fonte, $E = V_1 + V_2 = I_T \times R_T$

As correntes nos ramos é $I_1 = \frac{V_1}{R_1}$ e $I^2 = \frac{V_1}{R_2}$

A potência dissipada em R1 é $P_1 = I_1^2 \times R_1 = \frac{V_1^2}{R_1} = I_1 \times V_1$

Temos expressões análogas para P2.

A potência dissipada em R3 é $P_3 = I_T^2 \times R_3 = \frac{V_2^2}{R_3} = I_T \times V_2$

Potência total dissipada no circuito, $P_T = P_1 + P_2 + P_3 = I_T^2 \times R_T$

$= \frac{E^2}{R_T} = E \times I_T$

**Problema 1**

Na Fig. 1-9, a queda de voltagem através de um resistor de 560 ohms é de 17V. Qual o valor do fluxo da corrente através de um resistor de 300 ohms?

A. 30 mA. B. 36 mA. C. 52 mA. D. 67 mA. E. 87 mA.

**Solução**

A queda de voltagem através do resistor de 470 ohms é também de

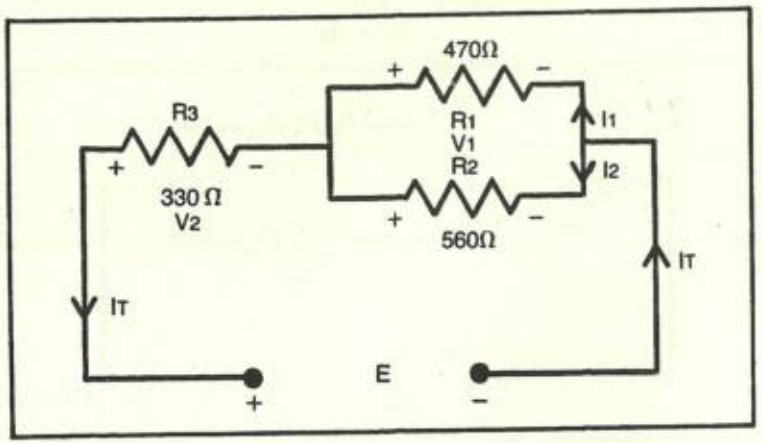



Fig. 1-9 Resistores em série-paralelo.



17V. Portanto, $I_1 = \frac{17}{470}$ A, $I_2 = \frac{17}{560}$ A e a corrente total, $I_T$, circulando através do resistor de 330 ohms, é $I_1 + I_2 = \frac{17}{470} + \frac{17}{560}$

$= 17\left(\frac{1}{470} + \frac{1}{560}\right)$

$= \frac{(470 + 560)\ (17)}{470 \times 560}$

= 0,066 527 3, pela calculadora.

=0,067 A, arredondado.

= 67 mA. Alternativa D.

Observe que o valor de R3 (330 ohms) não é necessário na solução.

**Problema 2**

No Problema 1, qual o valor da voltagem da fonte?

A. 39 V. B. 56 V. C. 22 V. D. 73 V. E. 17 V.

**Solução**

A queda de voltagem através do resistor R3 é $V_2 = I_T \times R_3 =$ = 0,066 527 3A × 330 ohms = 21,954 009, pela calculadora = 22 V, arredondando-se. A voltagem da fonte, $E = V_1 + V_2 = 17 + 22 = 39$V. Alternativa A.

**Problema 3**

No Problema 1, qual o valor da resistência total do circuito apresentada à voltagem da fonte?

A. 1 360Ω B. 140 Ω C. 590 Ω D. 670 Ω E. 840 Ω

**Solução**

Resistência total, $R_T = \frac{E}{I_T} = \frac{V_1 + V_2}{I_T} = \frac{38{,}954009}{0{,}0665} = 585{,}77457$ pela calculadora = 590 ohms, arredondados. Alternativa C.

**Problema 4**

No Problema 1, qual o valor da potência total dissipada pela combinação paralela de R1 e R2?

A. 1,1 W. B. 610 mW. C. 1,5 W. D. 2,6 W. E. 800 mW.

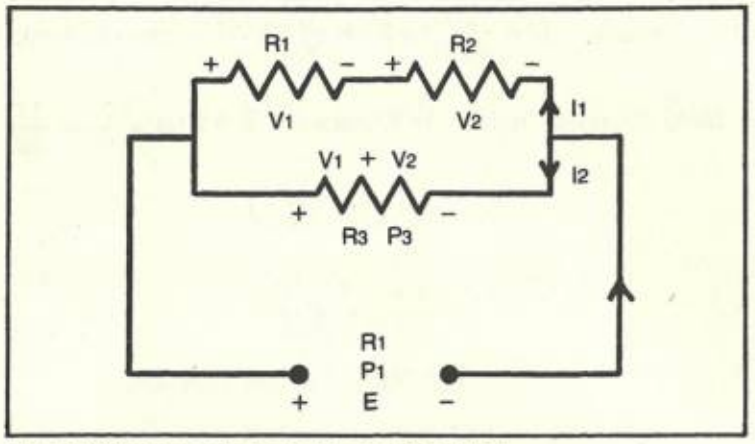



Fig. 1-10 Outro exemplo de circuito em série-paralelo.

**Solução**

A resposta pode ser encontrada de várias maneiras. Contudo, é preferível usar apenas os valores dados no problema original. A potência total dissipada através de $R_1$ e $R_2$ é $V_2$/(a resistência da combinação paralela) =

$$= \frac{V_1^2}{R_1 R_2/(R_1 + R_2)} = \frac{(R_1 + R_2)V_1^2}{R_1 R_2}$$ , donde pode deduzir-se 1,1W. Alternativa A.

**CIRCUITO Nº 2**

Na Fig. 1-10, $R_1$ e $R_2$ estão em série, e esta combinação está em paralelo com $R_3$ (relativa à voltagem da fonte, E). A resistência total do circuito,

$$R_T = \frac{R_3 (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

As correntes nos ramos, $I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{V_2}{R_2}$ e $I_2 = \frac{E}{R_3}$

Corrente total, $I_T = \frac{E}{R_T} = I_1 + I_2$

Voltagem de fonte, $E = V_1 + V_2 = I_T \times R_T$

A potência dissipada no resistor $R_1$ é $P_1$. $= I_1 \times V_1 = \frac{V_1^2}{R_1} = I_1^2 \times R_1$

Há expressões semelhantes para $P_2$.



Potência dissipada em $R_3$ é $P_3 = \frac{E^2}{R_3} = I_2^2 \times R_3 = E \times I_2$

Potência total dissipada no circuito, $P_T = P_1 + P_2 + P_3 = I_T^2 \times R_T$

$= \frac{E^2}{R_T} = E \times I_T$

**Problema 1**

Na Fig. 1-11, o medidor de corrente, A, registra 23,6 mA. Qual o valor da voltagem da fonte de alimentação?

A. 13,2 V. B. 18,9 V. C. 7,77 V. D. 6,89 V. E. 5,34.

**Solução**

A resistência total do circuito, $R_T = \frac{560\ (330 + 470)}{560 + 330 + 470}$

Corrente total $I_T = 23,6$ mA $= 0,0236$ A.

Voltagem da fonte $= R_T \times I_T = \frac{560\ (330 + 470)}{560 + 330 + 470} \times 0,0236 = 7,77$ V.

Alternativa C.

**Problema 2**

No Problema 1, qual o valor da queda de voltagem através do resistor de 330 ohms?

A. 3,21 V. B. 4,56 V. C. 7,77 V. D. 4,13 V. E. 3,64 V.

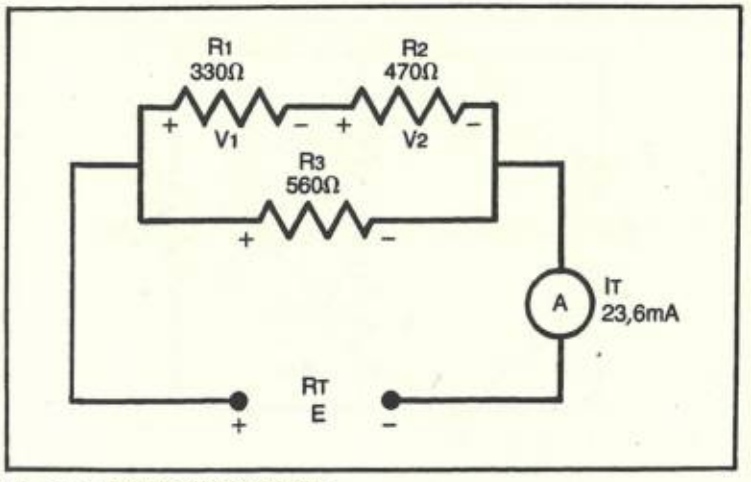



Fig. 1-11 Inclusão de um medidor.

**Solução**

A queda de voltagem, $V_1 = I_1 \times R_1 = \frac{E \times R_1}{R_1 + R_2} = \frac{7{,}77 \times 330}{330 + 470}$

= 3,21 V. Alternativa A.

**Problema 3**

No Problema 1, qual a quantidade de energia dissipada no resistor de 470 ohms?

A. 31,1 mW. B. 108 mW. C. 183 mW. D. 44,3 mW. E. 58,6 mW.

**Solução**

A potência dissipada no resistor $R_2$ é $P_2$,

$$P_2 = I_1^2 R_2 = \frac{E^2}{(R_1 + R_2)^2} \times R_2$$

$$= \left(\frac{7{,}77}{330 + 470}\right)^2 \times 470 = 0{,}044\,3 \text{ W} = 44{,}3 \text{ mW}.$$

Alternativa D.

**Problema 4**

Na Fig. 1-12, a queda de voltagem através de um resistor de 2,2kΩ é 7,3 V. Qual o valor total da corrente recebida da fonte?

A. 3,3 mA. B. 5,1 mA. C. 6,9 mA. D. 1,8 mA. E. 8,4 mA.

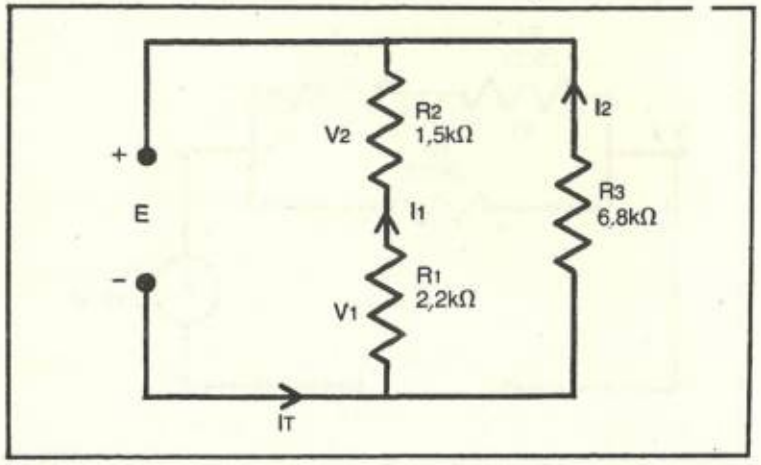



Fig. 1-12 Queda de voltagem através de um circuito em série-paralelo.



**Solução**

Corrente $I_1$, através do resistor

$$R_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{7{,}3}{2{,}2} \text{ mA} = 3{,}318 \text{ mA}.$$

Queda de voltagem, $V_2$, através de $R_2$ $= I_1 R_2 = \frac{V_1}{R_1} \times R_2$

Voltagem da alimentação, $E = V_1 + V_2 = V_1 + \left(\frac{V_1 \times R_2}{R_1}\right) = \left(\frac{R_2}{R_1} + 1\right) V_1$

Corrente, $I_2 = \frac{E}{R_3} = \left(\frac{R_2 + 1}{R_1}\right)\frac{V_1}{R_3} = \left(\frac{1{,}5 + 1}{2{,}2}\right) \times \frac{7{,}3}{6{,}8} = 1{,}805 \text{ mA}.$

Corrente da fonte de alimentação, $I_T = I_1 + I_2 = 5{,}123$ mA, pela calculadora = 5,1 mA, arredondado. Alternativa B.

Os problemas seguintes envolvem circuitos série-paralelo diferentes dos tipos comuns previamente estudados.

**Problema 1**

Na Fig. 1-13, qual a resistência total entre os pontos X e Y?

A. 17,0 kΩ B. 890 Ω C. 3,7 kΩ D. 1,5 kΩ E. 2,7 kΩ

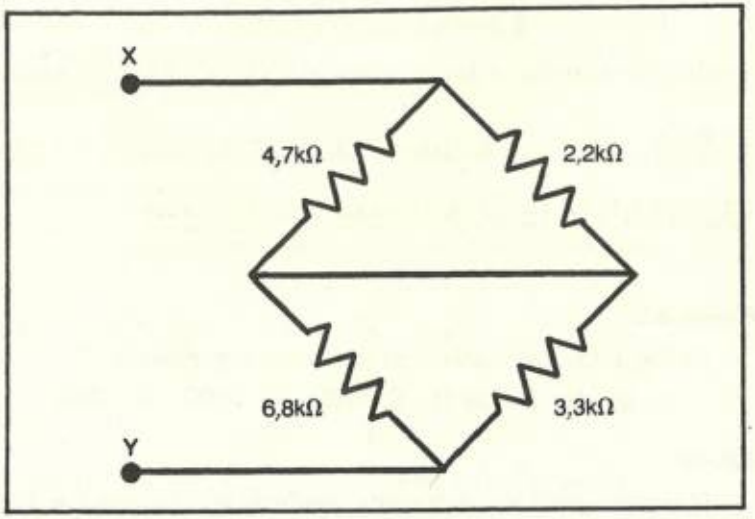



Fig. 1-13 Circuito ponte resistivo. Qual a resistência entre X e Y?

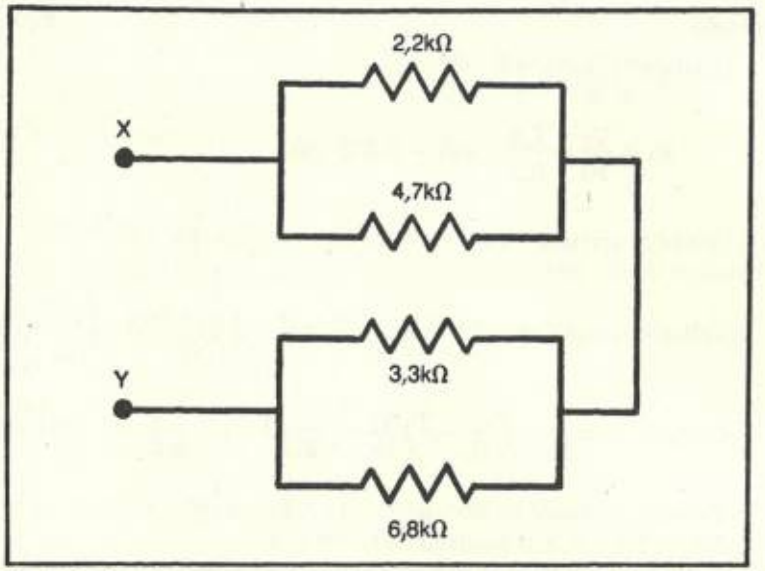



Fig. 1-14 Maneira alternativa de efetuar a notação do circuito da Fig. 1-13.

**Solução**

O circuito em questão pode ser redesenhado como mostrado na Fig. 1-14. A resistência equivalente dos resistores de 2,2kΩ e 4,7kΩ, em paralelo é

$$\frac{2,2 \times 4,7}{2,2 + 4,7} = 1,498 \text{ K ohms.}$$

A resistência equivalente dos resistores de 3,3 kΩ e 6,8 kΩ, em paralelo, é

$\frac{3,3 \times 6,8}{3,3 + 6,8} = 2,222$ kΩ. Resistência total entre os pontos X e Y = 2,222 + + 1,498 = 3,720 kΩ = 3,75 kΩ, arredondado. Alternativa C.

**Problema 2**

Na Fig. 1-15, qual a resistência total entre os pontos X e Y?

A. 440 Ω B. 730 Ω C. 570Ω D. 670Ω E. 590Ω

**Solução**

O circuito pode ser recomposto conforme mostrado na Fig. 1-16. A resistência equivalente dos resistores de 2,2 kΩ e 680 ohms, em paralelo é



$$\frac{0,68 \times 2,2}{0,68 + 2,2} = 0,5194 \text{ K ohms}$$

Resistência total do ramo de corrente mais baixa = 0,5194 + 1,5 = 2,019 K ohms, a qual está em paralelo com o ramo mais elevado de 1 kΩ.

A resistência total de todo o circuito = $\frac{2,0194}{2,0194} \frac{\times 1}{+ 1} = 0,668$

pela calculadora = 670 ohms, arredondando-se. Alternativa D.

**Problema 3**

Se uma fonte de voltagem de C. C. é ligada entre os pontos X e Y na Fig. 1-16 e a corrente dessa fonte é 75mA, a corrente através do resistor de 680 ohms é

A. 19 mA. B. 6mA. C. 50 mA. D. 25 mA. E. 13 mA.

**Solução**

A voltagem entre os pontos X e Y = $I_T \times R_T$
= 75 mA × 670Ω
= 50,25V.

Corrente através do resistor de 1K ohm = $\frac{50,25V}{1k\Omega} = 50,25$ mA

Corrente através do resistor de 1,5 kΩ = 75 – 50,25 mA.
= 24,75 mA.

A voltagem através da combinação paralela dos resistores de 2,2 kΩ e 680 ohms = 24,75 mA × 0,519 kΩ
A corrente através do resistor de 680 ohms =

$$\frac{24,75 \text{ mA} \times 0,519 \text{ K ohms}}{680\ \Omega} = 18,90 = 19 \text{ mA,}$$

arredondados. Alternativa A.

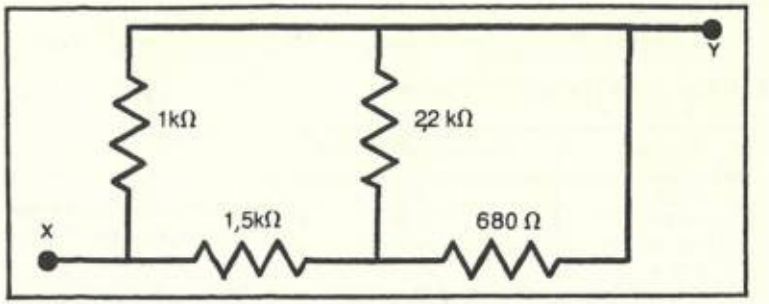



Fig. 1-15 Qual a resistência entre X e Y?

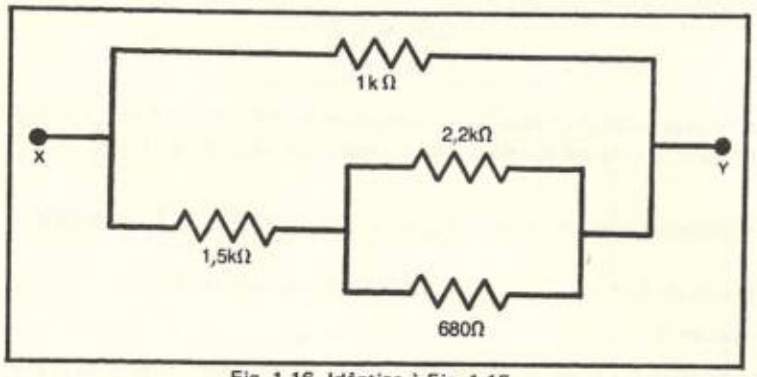



Fig. 1-16 Idêntico à Fig. 1-15.
Esta notação de circuito pode ser mais fácil de acompanhar.

## RESISTÊNCIA DE UM CONDUTOR CILÍNDRICO

A resistência R, de um condutor cilíndrico (Fig. 1-17) entre suas extremidades é fornecida através de $R = \frac{\rho L}{A} = \frac{\rho L}{d^2}$

L = comprimento do condutor em pés.
d = diâmetro do condutor em mils (1 mil = 1/1.000 de polegada).
A = área transversal de uma seção do condutor em mils. Um mil é a área de um círculo cujo diâmetro é 1 mil.
$\rho$ = resistência específica, a qual é a resistência em ohms de 1 pé/mil do material de que é feito o condutor.
Exemplos dos valores de "$\rho$" são mostrados na Tabela 1-1.

### Problema 1

Qual a resistência de um fio de cobre de uma milha de comprimento (resistência específica 10,37) cujo diâmetro é de 31,96 mils (fios American Gauge de Nº 20)?

A. 2,04 Ω B. 69,4 Ω C. 53,6 Ω D. 1 743 Ω E. 69,4 mho.

### Solução

Resistência, $R = \frac{\rho L}{d^2}$, onde $\rho$ = 10,37 ohms por pé de mil, L = 1 milha = 5.280 pés e d = 31,96 mils.

| Material | Resistividade (20 °C) |
|---|---|
| Prata | 9,8 |
| Cobre | 10,37 |
| Alumínio | 17 |
| Ferro | 59 |
| Níquel-cromo | 650 |

**Tabela 1-1 Resistência específica de alguns metais típicos.**



$$= \frac{10,37 \times 5280}{(31,96)^2}\ \Omega$$

$$= \frac{5280 \times 10,37}{31,96 \times 31,96}$$

= 53,604 236, = 53,6Ω, arredondados.

Alternativa C.

### Problema 2

Qual a resistência de um fio de alumínio (resistência específica 17) de 22 jardas cujo diâmetro é de 31,52 mils (fio American Gauge Nº 35)?

A. 12,07Ω B. 35,6Ω C. 1,15Ω D. 2,61Ω E. 72,4Ω

### Solução

A resistência, R = L/A, onde $\rho$ = 17 ohms por pé de mil, L = 22 jardas = 66 pés e A = 31,52 mils.

Portanto, $R = \frac{17 \times 66}{31,52}\ \Omega$

=35,596 446, pela calculadora.

= 35,6Ω , arredondados. Alternativa B.

### Problema 3

Um fio de 50 pés de comprimento tem um diâmetro de 40 mils e uma resistência, entre suas extremidades, de 3,4 ohms. Qual a resistência de um fio de 30 pés, feito do mesmo material, tendo porém um diâmetro de 70 mils?

A. 1,50Ω B. 1,17Ω C. 6,25 Ω D. 0,666 Ω E. 0,857 Ω

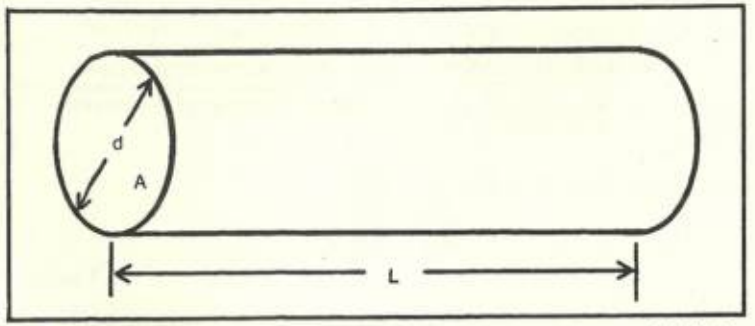



Fig. 1-17 Dimensões de um condutor cilíndrico que determinam resistividade.

**Solução**

Resistência do fio, $R = \rho L/d^2$. Portanto,

$$\frac{\text{Resistência final}}{\text{Resistência anterior}} = \frac{\dfrac{\text{Comprimento final}}{(\text{Diâmetro final})^2}}{\dfrac{\text{Comprimento anterior}}{(\text{Diâmetro anterior})^2}}$$

$$\frac{R}{3,4} = \frac{\dfrac{30}{70^2}}{\dfrac{50}{40^2}}$$

$$R = \frac{30 \times 40 \times 40 \times 3,4}{70 \times 70 \times 50} = \left(\frac{40}{70}\right)^2 \times \frac{30 \times 3,4}{50}$$

$= 0,666\Omega$, arredondado. Alternativa D.

**Problema 4**

Um fio de 35 pés de comprimento tem uma área transversal em seção, de 250 mils e uma resistência entre extremidades de 1,4 ohm. Qual a resistência de um fio de 85 pés, feito do mesmo material, porém com um diâmetro de 330 mils?

A. 0,388 Ω B. 0,437 Ω C. 0,761 Ω D. 2,58 Ω E. 4,49 Ω

**Solução**

Resistência do fio, $R = \rho L/A$. Portanto,

$$\frac{\text{Resistência final}}{\text{Resistência anterior}} = \frac{\dfrac{\text{Comprimento final}}{\text{Área de seção reta final}}}{\dfrac{\text{Comprimento anterior}}{\text{Área de seção reta anterior}}}$$

$$\frac{R}{1,4} = \frac{\dfrac{85}{330}}{\dfrac{35}{250}}$$

$$R = \frac{85}{330} \times \frac{250}{35} \times 1.4$$



$= 2,575\,757\,6$, pela calculadora.

$= 2,58\,\Omega$, arredondando. Alternativa D.

**Problema 5**

A resistência de um dado comprimento de um fio cilíndrico é de 35 ohms. Se o material do qual o mesmo é feito permanece o mesmo, mas se o comprimento do fio é triplicado, e seu diâmetro duplicado, qual o valor da nova resistência desse fio?

A. 210 Ω B. 53 Ω C. 26 Ω D. 23 Ω E. 58 Ω

**Solução**

A resistência do fio, $R = \rho L/d^2$. Portanto,

$$\frac{\text{Resistência final}}{\text{Resistência anterior}} = \frac{\dfrac{\text{Comprimento final}}{\text{Comprimento inicial}}}{\left(\dfrac{\text{D. final}}{\text{D. inicial}}\right)^2}$$

$$= \frac{3}{2^2}$$

Ora, a resistência do fio $= \frac{3 \times 35}{2 \times 2} = 26\ \Omega$ arredondada. Alternativa C.

**Problema 6**

Se o comprimento de um fio cilíndrico é aumentado 4 vezes enquanto o diâmetro é cortado pela metade, por que fator se multiplica a resistência do fio?

A. A resistência permanece a mesma. B. 2. C. 4. D. 8. E. 16.

**Solução**

Como $R = \frac{\rho L}{d^2}$, $\frac{\text{Resistência final}}{\text{Resistência anterior}} = \frac{\dfrac{\text{C. final}}{\text{C. anterior}}}{\left(\dfrac{\text{D. novo}}{\text{D. anterior}}\right)^2}$

$$= \frac{4}{(\frac{1}{2})^2} = 4 \times 4 = 16.$$ Alternativa E.

**Problema 7**

Se o comprimento de um fio cilíndrico é aumentado 4 vezes enquanto seu diâmetro é duplicado, a resistência do fio é multiplicada por qual

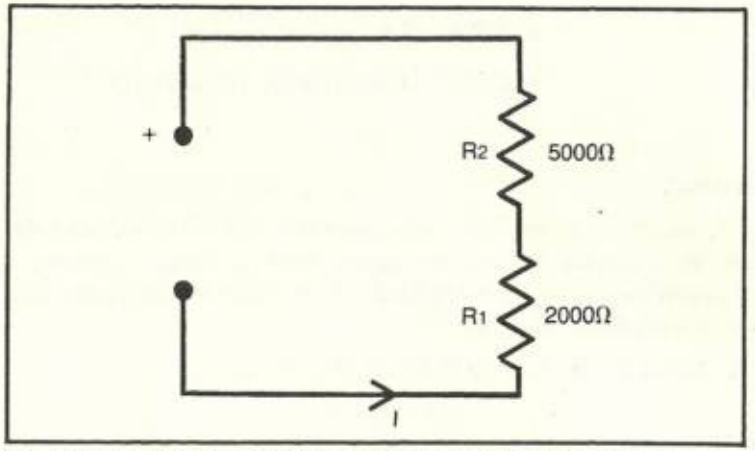



Fig. 1-18 Ilustração de quedas de voltagem em resistores ligados em série.

fator?

A. A resistência permanece a mesma. B. 0,5 C. 2. D. 4 E. 8.

**Solução**

$$\text{Uma vez que } R = \frac{\rho L}{A}\ \frac{\text{Resistência final}}{\text{Resistência inicial}} = \frac{\dfrac{\text{Comp. final}}{\text{Comp. inicial}}}{\dfrac{\text{D. final}}{\text{D. inicial}}}$$

$$= \frac{4}{2} = 2. \text{ Alternativa C.}$$

---

## PROBLEMAS PRÁTICOS

**Problema 1**

Na Fig. 1-18, o resistor de 2.000 ohms dissipa 1 watt. A queda de voltagem através do resistor de 5.000 ohms é:

A. 2,5 mV. B. 8,94 V. C. 112 V. D. 103 V. E. 224 V.

**Problema 2**

No circuito da Fig. 1-19, a potência dissipada em $R_3$ é:

A. 7,26 mW. B. 42,7 mW. C. 6,09 mW. D. 4,28 mW. E. 35,8 mW.



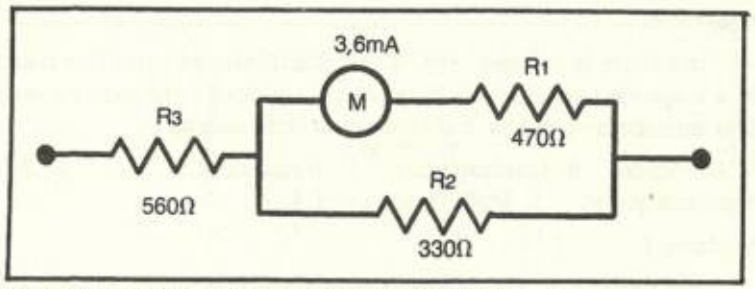



Fig. 1-19 Resistores série-paralelo com medidor de corrente.

**Problema 3**

Uma carga resistiva de 500 ohms opera com uma corrente de 0,25 A e está ligada a um resistor de proteção através de uma voltagem de alimentação de 220 V/C. C. A potência dissipada no resistor de proteção é:

A. 55 W. B. 31 W C. 24 W D. 22 W E. 500 W

**Problema 4**

No circuito mostrado na Fig. 1-20, a voltagem entre os pontos X e Z é:

A. 10 V B. 20 V C. 30 V D. 40 V E. 60 V

Observação: Se não há circulação de corrente através de um resistor, a queda de voltagem é "zero" através desse resistor.

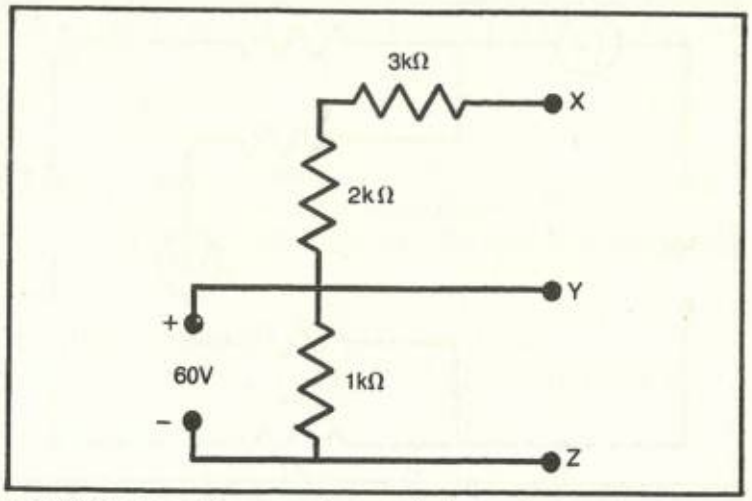



Fig. 1-20 Circuito resistivo com voltagem aplicada através de um ramo do mesmo.

**Problema 5**

Uma fonte de voltagem de C. C. é ligada através de uma carga resistiva. Se a força eletromotriz é duplicada mas a potência dissipada no resistor deve permanecer a mesma, o valor da resistência deve ser:

A. Duplicado. B. Quadruplicado. C. Reduzido à metade. D. Reduzido a um quarto. E. Multiplicado por 1,414.

**Problema 6**

Uma fonte de C. C. utiliza um divisor de voltagem que fornece 400 V a 50 mA para uma carga, e 300 V a 35 mA para outra carga. Se a corrente sangradora no divisor de voltagem é de 12 mA, que valor de resistência existe entre os terminais de 400 V e de 300 V?

A. 8 ohms. B 2,13 ohms. C. 2,75 ohms. D. 6,45 ohms. E. 8,5 ohms.

**Problema 7**

Uma lâmpada é operada de uma fonte de alimentação de 120V/C.C. por um período de 5 horas. A energia consumida é:

A. 600 watts. B. 600 watts-hora. C. 6 kW/h. D. 120 joules. E. A energia consumida não pode ser determinada a partir da informação dada.

**Problema 8**

É necessário operar uma carga resistiva de 12 V e 100 W de uma fonte de alimentação de 120 V. Qual o valor da resistência para a queda de tensão que deve ser ligada em série com a carga?

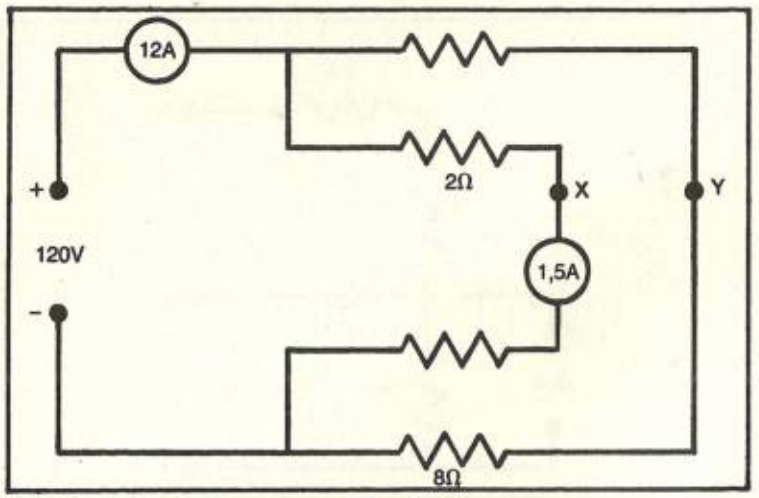



Fig. 1-21 Qual a voltagem entre os pontos X e Y?



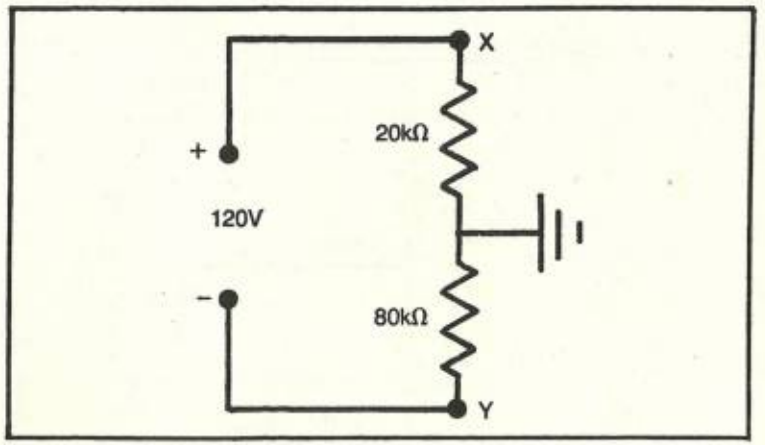



Fig. 1-22 Resistores em série ilustrando um problema de quedas de voltagem.

A. 10 ohms. B. 14,4 ohms. C. 13 ohms. D. 7,3 ohms. E. 1,44 ohms.

**Problema 9**

No circuito da Fig. 1-21, qual o valor da voltagem existente entre os pontos X e Y?

A. 15 V B. 21 V C. 99 V D. 33 V E. 84 V

**Problema 10**

É necessário fabricar-se um resistor com fio de 500 ohms usando um fio de liga níquel-cromo com uma resistência específica de 660 ohms por mil. Se o diâmetro do fio é de 4 mils lineares, qual o comprimento requerido de fio?

A. 12,1 pés. B. 5,28 pés. C. 3,03 pés. D. 21,1 pés. E. 20.600 pés.

**Problema 11**

Na Fig. 1-22, qual o valor do potencial no ponto X?

A. +120 V B. −96 V C. −30 V D. +7,5 V E. +24 V

**Problema 12**

Um miliampère é igual a

A. 0,001 A. B. $\frac{1}{10\,000}$ A C. $10^3$ A D. $10^{-6}$ A E. $10^6$ A

**Problema 13**

A potência contínua fornecida a um transmissor de AM é de 6.250 watts. A energia consumida durante um período de 12 horas é:

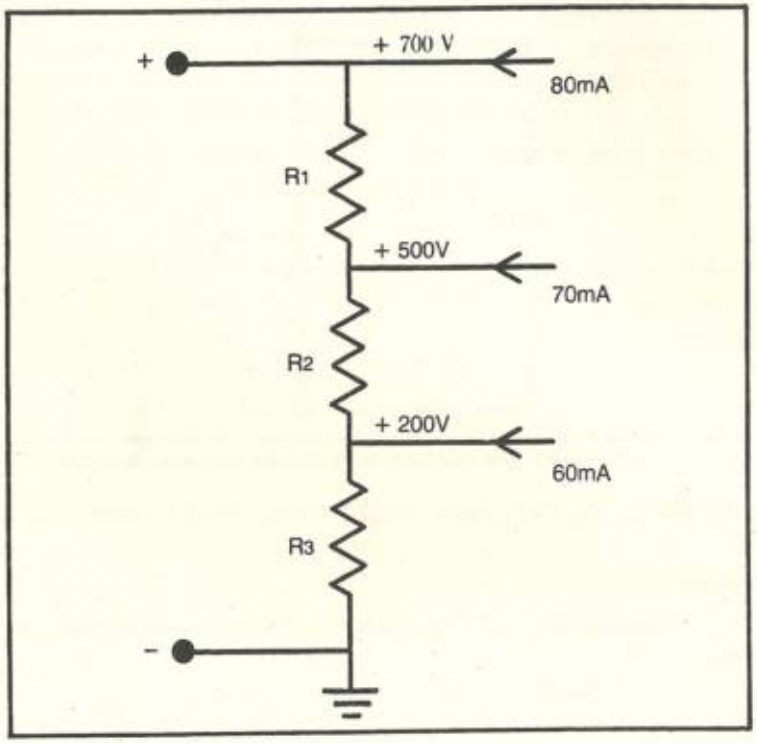



Fig. 1-23 Circuito divisor de voltagem.

A. 37,5 watts-hora. B. 6.250 W. C. 75 kW/h. D. 37,5 kW/h. E. 521 watts-hora.

**Problema 14**

O circuito divisor de voltagem da Fig. 1-23 compõe-se de R1, R2 e R3. Se a corrente sangradora através do divisor de voltagem é 10 mA, qual o valor de R1?

A. 1,3 K. B. 950 ohms. C. 910 ohms. D. 2,5kΩ. E. 1,4kΩ.

**Problema 15**

Na Fig. 1-24, o valor de E é:

A. 79,8 V B. 26,4 V. C. 160,2 V D. 120 V E. 186,6 V

**Problema 16**

Dois resistores cujos valores são 2.200 ohms e 3.300 ohms, são ligados em paralelo através de uma corrente de 80 V/C. C. Qual a potência dissipada no resistor de 2.200 ohms?



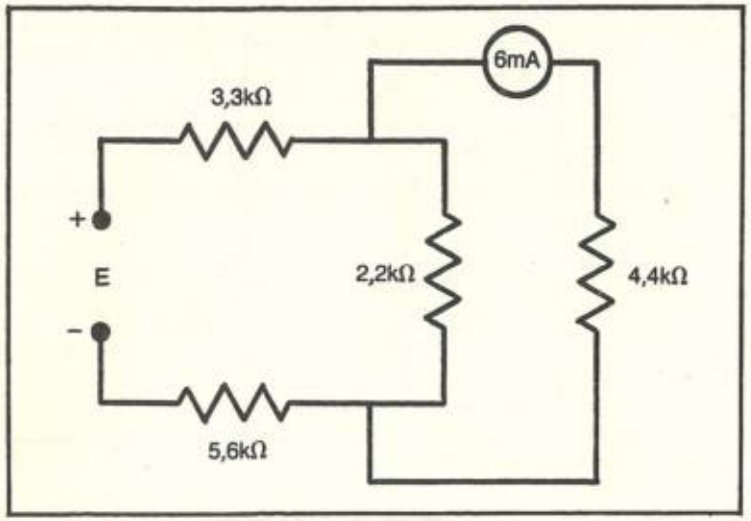



Fig. 1-24 Problema de queda de voltagem num circuito série-paralelo.

A. 2,9 W B. 1,9 W C. 4,8 W D. 464 mW E. 8,1 W

**Problema 17**

No circuito da Fig. 1-25, qual o valor da queda de voltagem através de um resistor de 3,3kΩ?

A. 7,13 V B. 4,87 V C. 5,14 V D. 6,86 V E. 12 V

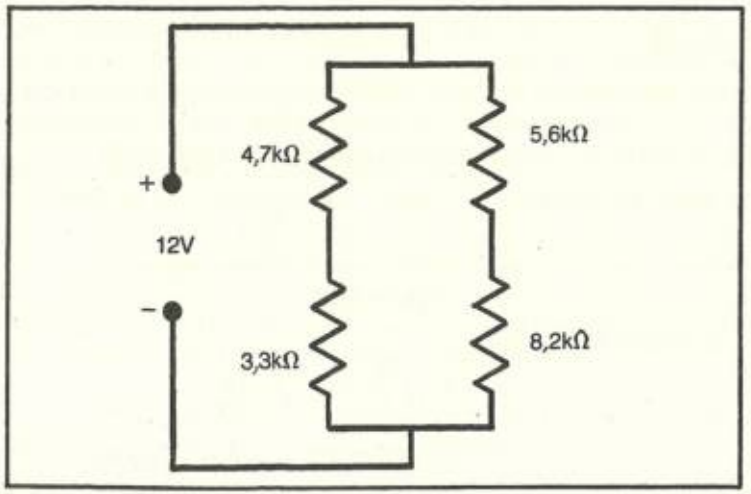



Fig. 1-25 Qual a queda de voltagem através do resistor de 3,3K?

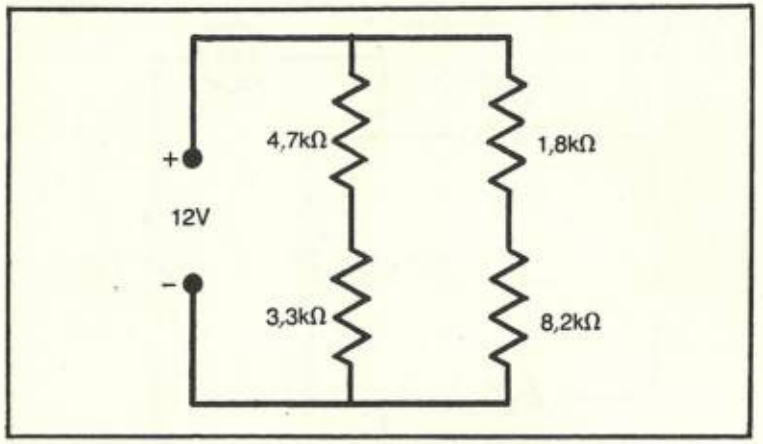



Fig. 1-26 Problema de dissipação de potência.

**Problema 18**

Quando inserido num circuito elétrico, um medidor de watts-hora apresenta uma leitura de 1,2 kW. Após um período de 12 horas, a potência consumida é de:

A. 100 watts/hora. B. 100 W. C. 1.200 W. D. 1,2 kW/h. E. 12.000 W.

**Problema 19**

Qual a potência total dissipada pelos resistores da Fig. 1-26?

A. 8mW B. 32,4 mW C. 42,2 mW D. 14,4 mW E. 18,0 mW

**Problema 20**

Um fio cilíndrico de 2 pés de comprimento tem uma condutância de 0,25 mho e um diâmetro de 20 mils-circulares. Qual a resistência de 2 jardas de um fio de 30 mils-circulares feito do mesmo material?

A. 2 ohms. B. 8 ohms. C. 4 ohms. D. 0,8 mho. E. 12 ohms.

---

**SOLUÇÕES**

1. A corrente do circuito é:

$$I = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}} = \sqrt{\frac{1}{2\,000}}$$

$$= \sqrt{5 \times 10^{-4}} = 2{,}236... \times 10^{-2}\ A.$$

$V_2 = IR_2 = 2{,}236... \times 10^{-2} = 5\,000 = 112$ V. Alternativa C.



2. Designamos o fluxo da corrente através de $R_1$ como $I_1$, o fluxo de corrente através de $R_2$ como $I_2$ e como $I_3$ o fluxo através de $R_3$. (Veja a Fig. 1-19). A voltagem R é dada por $V_1 = I_1R_1 = 3{,}6$ mA X 470 ohms = 1,692V.

Uma vez que $R_1$ e $R_2$ estão em paralelo, $V_1 = V_2 = I_2R_2$

e

$$I_2 = \frac{V_1}{R_2} = \frac{1.692\ V}{330\,\Omega} = 5{,}127...\ mA$$

Agora podemos então determinar a corrente através de $R_3$

$$I_3 = I_2 + I_1 = 5{,}127... + 3{,}6 = 8{,}272...\ mA$$

$P_3 = I_3R_2 = (8{,}727... \times 10^{-3}\ A)^2 \times (560\ ohms) = 4{,}27$ mW. Alternativa D.

3. A potência dissipada através da carga de 500 ohms é

$$I^2 R_L = 0{,}25^2 \times 500 = 31{,}25\ W$$

Pode-se também determinar a potência dissipada por ambos os resistores tomando-se o produto da voltagem de alimentação X corrente no circuito.

Potência total = 220 X 0,25 = 55W.

Portanto, a potência dissipada pelo resistor de proteção é a diferença entre a potência total e a potência dissipada através do resistor de 500 ohms, e é igual a 55-31, 25 = 23, 75 = 24W, arredondando-se. Alternativa C.

4. Considerando-se que não há nenhum fluxo de corrente através do resistor de 2 kΩ e de 3 kΩ, a voltagem é a mesma em ambos os pontos X e Y. Portanto, a voltagem entre os pontos X e Z, é de 60 V. Alternativa E.

5. Se a voltagem é duplicada, a potência será

$$P = \frac{(2E)^2}{R_L} = 4\,\frac{E^2}{R_L}$$

É desse modo necessário tornar a resistência da carga igual a 4RL de maneira a manter igual a potência dissipada. Alternativa B.

6. A corrente no resistor entre os terminais de 400V e 300V no divisor de voltagem é: I = 35 + 12 = 47 mA. Portanto,

$$R = \frac{400 - 300}{47 \times 10^{-3}} = \frac{100}{47} \times 10^3 = 2{,}13 \times 10^3\ \text{ohms}.$$ Alternativa B.

7. Para determinar uma resposta quantitativa à questão, será preciso ter dados suficientes para calcular a potência, que é dada através de:

$$P = I^2 R = \frac{E^2}{R} = EI \text{ watts}$$

Uma vez que R não foi dado, a potência e a energia também não podem ser determinadas. Alternativa E.

8. Com referência à Fig. 1-21, a corrente de carga é

$$I_L = \frac{P_L}{V_L} = \frac{100}{12} A$$

O valor da resistência de queda de voltagem é:

$$R = \frac{120 - 12}{I_L} = (120 - 12)\left(\frac{12}{100}\right) = 13 \text{ ohms. Alternativa C.}$$

9. Tomando-se o terminal negativo da corrente de 120 V, como referência (pode-se considerá-lo como o terra), a voltagem no ponto X é $Vx = 120 - (1,5)(2)$

A corrente através do resistor de 8 ohms é (12 - 1,5)A

Portanto, a voltagem no ponto Y, com respeito à referência tomada, é

$$V_Y = (12 - 1,5)(8)$$

A diferença de voltagem é, então,

$$V_X - V_Y = 120 - (1,5)(2) - (12 - 1,5)(8)$$
$$= 120 - 3 - 84 = 33 \text{ V . Alternativa D.}$$

10. Uma vez que $R = \frac{fL}{d_2}$, o comprimento do fio é

$$L = \frac{Rd^2}{f} = \frac{500 \times 4^2}{660} = 12,1 \text{ pés, arredondados. Alternativa A.}$$

11. O potencial no ponto X com relação ao terra é determinado através da multiplicação da corrente do circuito em série pela resistência entre o ponto X e o terra. A corrente do circuito é



$$I = \frac{E}{R_A + R_B} = \frac{120 \text{ V}}{20 \text{ k}\Omega + 80 \text{ k}\Omega} = \frac{120}{100} \text{ mA}$$

O potencial no ponto X é

$$V_X = IR_X = \frac{120}{100} \times 20 = 24 \text{ V . Alternativa E.}$$

12. Um miliampère é igual a um milésimo de ampère = $10^{-3}$ A

$$= \frac{1}{1000} = 0,001 \text{ A. Alternativa A.}$$

13. A energia consumida ou trabalho feito = potência X tempo
= 6.250 X 12
= 75.000 watts-hora
= 75 kW/h. Alternativa C.

14. O fluxo de corrente do terminal negativo para o positivo é igual a

$$10 + 60 + 70 + 80 = 220 \text{ mA}$$

Então

$I_3 = 10$ mA, $I_2 = 10 + 60 = 70$ mA
$I_1 = 10 + 60 + 70 = 140$ mA
$V_1 = 700 - 500 = 200$ V, arredondado.

$$R_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{200}{140} = 1,4 \text{ k}\Omega \text{ . Alternativa E.}$$

15. A queda de voltagem através do resistor de 4,4 kΩ é de 6 X 4,4 = 26,4 V. Esta mesma voltagem circula através do resistor de 2,2 kΩ de maneira que a corrente total da fonte é

$$\frac{26,4}{2,2} + 6 = 12 + 6 = 18 \text{ mA}$$

Com o fluxo da corrente total da fonte através dos resistores de 3,3 kΩ e 5,6 kΩ em série, a voltagem da fonte é

$$E = 18 \times (3,3 + 5,6) + 26,4$$
$$= 18 \times 8,9 + 26,4$$
$$= 160,2 + 26,4$$
$$= 186,6 \text{ V}$$

É possível agora conferir essa resposta considerando-se que E = 186,6 e calculando a corrente total da fonte. A resistência total aplicada à fonte

é

$$R_T = 3{,}3 + 5{,}6 + \frac{2{,}2 \times 4{,}4}{2{,}2 + 4{,}4} = 8{,}9 + \frac{2{,}2 \times 4{,}4}{6{,}6}$$

$$= 8{,}9 + 1{,}466\ldots = 10{,}367\ \text{k}\Omega, \text{ arredondando.}$$

$$I_T = \frac{186{,}6}{10{,}367} = 18\ \text{mA}$$

Isto está de acordo com o resultado anterior. Alternativa E.

16. A inclusão de um resistor de 3.300 ohms não afeta em nada a potência dissipada pelo resistor de 2.200 ohms. O valor desta potência é

$$P = \frac{E^2}{R} = \frac{(80)^2}{2\,200} = 2{,}9\ \text{W}.$$ Alternativa A.

17. No circuito há dois ramos em paralelo. O segundo ramo não exerce nenhum efeito sobre o valor do fluxo da corrente no ramo que contém os resistores de 4,7 kΩ e 3,3 kΩ ligados em série. Por conseguinte a queda de voltagem a ser determinada é

$$\frac{3{,}3}{3{,}3 + 4{,}4} \times 12 = \frac{3{,}3}{7{,}7} \times 12 = 5{,}14\ \text{V}$$ . Alternativa C.

18. A potência consumida é lida diretamente pelo wattímetro e não é afetada pelo tempo computado. Alternativa C.

19. No circuito, existem dois ramos em paralelo com valores de resistência de 4,7 + 3,3 = 8,0 kΩ e 1,8 + 8,2 = 10,0 kΩ, respectivamente. A potência total dissipada é

$$P = \frac{E^2}{R_T} = \frac{12^2}{\frac{8 \times 10}{8 + 10}} = \frac{8 + 10}{8 \times 10} \times 12^2$$

$$= 32{,}4\ \text{mW}$$ . Alternativa B.

20. Vamos convencionar "1" para o segmento de fio e "2" para o outro segmento. Observe que $R_1 = 4$ ohms, e $L_2 = 6$ pés.



$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho \frac{L_2}{d_2^2}}{\rho \frac{L_1}{d_1^2}} = \frac{L_2 d_1^2}{L_1 d_2^2}$$

$\rho$ = resistência específica da resistividade.

A resistência procurada é

$$R_2 = R_1 \frac{L_2 d_1^2}{L_1 d_2^2} = 4 \times \frac{6 \times 20}{2 \times 30}$$

$$= 4 \times 2 = 8\Omega$$ . Alternativa B.

*Capítulo* **2**

# Medidores, Resistência interna, Regulagem

A sensibilidade de um instrumento tipo D'Arsonval ou movimento de um medidor de bobina móvel (como p. ex. a usada em um VOM) é medida em ohms por volt e é inversa à corrente necessária para produzir uma deflexão de plena escala. Portanto

Sensibilidade em ohms por volt (Ω/V)

$$= \frac{1}{\text{corrente da deflexão de fundo de escala em ampères}}$$

e a corrente da deflexão de fundo de escala em ampères

$$= \frac{1}{\text{sensibilidade em ohms por volt}}$$

**Problema 1**

A sensibilidade de um medidor de bobina móvel é de 20.000 ohms/V. A corrente necessária à produção de uma deflexão de fundo de escala é:

A. 20 mA B. 0,000 02 A C. 20 μA D. 50 μA E. 5 mA

**Solução**

A corrente de deflexão de fundo de escala é

$$\frac{1}{20\,000}\ \text{A} = \frac{10^6}{20\,000}\ \mu\text{A}$$

$$= 50\mu\text{A}.$$ Alternativa D.



**Problema 2**

A corrente necessária para produzir uma deflexão de fundo de escala de um instrumento medidor D'Arsonval é 0,2 mA. A sensibilidade do medidor é

A. 2 000 Ω/V B. 20 000 Ω/V C. 50 000 Ω/V D. 200 kΩ/V
E. 5 000 Ω/V

**Solução**

Uma vez que 0,2 mA = $2 \times 10^{-4}$ A, a sensibilidade em ohms por volt

$$\frac{1}{2 \times 10^{-4}} = \frac{10^4}{2} = 5.000\ \Omega/\text{V}.$$ Alternativa E.

## USO DO MULTIPLICADOR PARA AMPLIAR A FAIXA DE VOLTAGEM

O multiplicador é um resistor de alto valor que é ligado em série com o medidor de bobina móvel (Fig. 2-1).

O valor do resistor multiplicador é

$$R = \frac{V}{I_M} - R_M$$

$V$ = voltagem do desvio de fundo de escala
$I_M$ = corrente do desvio de fundo de escala
$R_M$ = resistência do medidor de bobina móvel.

Observe que na maioria dos casos o valor de $R_M$ é suficientemente pequeno para ser desprezado em comparação com R, nesses casos:

$$R = \frac{V}{I_M}$$

O valor da voltagem de fundo de escala, $V = I_M (R + R_M) = I_M R$ se $R_M$ é desprezado.

**Problema 1**

Um medidor de bobina móvel tem uma resistência de 25 ohms e requer uma corrente de fundo de escala de 1 mA. Qual o valor da resistência

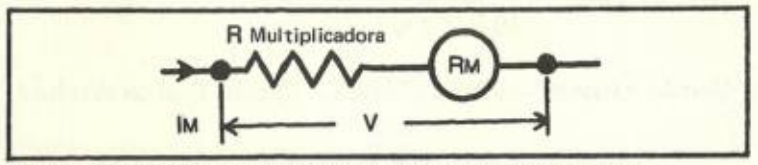



Fig. 2-1 Medidor de bobina móvel para ampliar a faixa de voltagem.

multiplicadora, necessário para que o medidor faça uma leitura de 1V com uma deflexão de fundo de escala?

A. 1 kΩ. B. 1,025 Ω. C. 975 Ω. D. 25 kΩ. E. 40 kΩ.

**Solução**

O valor da resistência multiplicadora é

$$R = \frac{V}{I_M} - R_M = \frac{1V}{1\ mA} - 25$$

$$= 1\,000 - 25 = 975\,\Omega.$$ Alternativa C.

**Problema 2**

Um medidor de bobina móvel de C. C. de 0 - 1 mA é ligado em série com um resistor multiplicador de 100 kΩ. Desprezando a resistência do maquinismo, a leitura da voltagem de fundo de escala do medidor será:

A. 0,001V B. 1V C. 10V D. 100V E. 1 000V

**Solução**

A leitura da voltagem do fundo de escala do medidor = $I_M \times R$ = 1 mA × 100 K = 100 V. Alternativa D.

**Problema 3**

Uma combinação em série de um voltímetro e de um resistor de 4,7 kΩ é ligada através de uma fonte de C. C. A leitura do voltímetro é 110V. Quando um outro resistor é inserido, em série, no circuito, a leitura do voltímetro cai para 95V. O valor do segundo resistor é:

A. 9,4 kΩ B. 8,05 kΩ C. 6,8 kΩ D. 8,9 kΩ E. 7,8 kΩ

**Solução**

Inicialmente a queda de voltagem através do resistor de 4,7 kΩ é

$$120 - 110 = 10V$$

e a corrente no circuito em série é 10V/4,7kΩ. A resistência do voltímetro é $\frac{110V}{10\ V/4,7\ k\Omega} = 51,7\ k\Omega.$

Quando o segundo resistor é incluído, a corrente final do circuito é:

$$\frac{95\ V}{51,7\ k\Omega}$$



A queda de voltagem através de ambos os resistores é 120V -95V = 25V e sua resistência total é

$$\frac{25V}{95\ V/51,7\ k\Omega} = \frac{5 \times 51,7\ k\Omega}{19}$$

13,6 kΩ, arredondados. O valor do segundo resistor é 13,6 – 4,7 = 8,9 kΩ. Alternativa D.

## USO DO SHUNT PARA AMPLIAR A FAIXA DE VOLTAGEM

O shunt é um resistor de baixo valor que é ligado em paralelo com o medidor de bobina móvel, conforme mostrado na Fig. 2-2. Então,

$$I_T = I_M + I_S$$
$$I_M \times R_M = I_S \times R_S$$

$I_M$ = Corrente deflexa de fundo de escala para o maquinismo de medidor.
$I_T$ = Leitura máxima da faixa de corrente.
O valor da resistência shunt é

$$R_S = \frac{I_M \times R_M}{I_S} = \frac{I_M \times R_M}{I_T - I_M}$$

**Problema 1**

Um medidor tipo D'Arsonval tem uma resistência de 25 ohms e requer uma corrente de fundo de escala de 1 mA. Qual o valor da resistência shunt, necessário para fornecer uma faixa de O - 10 mA?

A. 25 ohms. B. 0,25 ohm. C. 2,5 ohms. D. 2,25 ohms. E. 2,8 ohms.

**Solução**

O valor da resistência shunt é

$$\frac{I_M \times R_M}{I_T - I_M} = \frac{1\ mA \times 25\Omega}{10\ mA - 1\ mA} = \frac{25}{9} = 2,777...\Omega = 2,8\Omega$$

arredondado. Alternativa E.

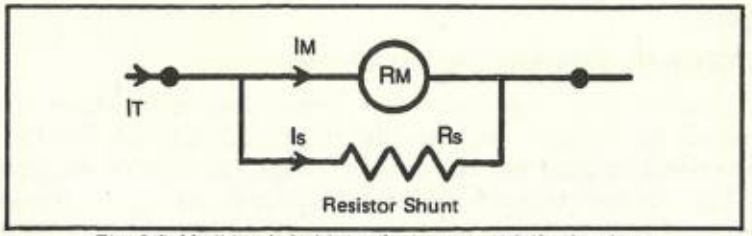



Fig. 2-2 Medidor de bobina móvel com multiplicador shunt para ampliar a faixa de voltagem.

**Problema 2**

Um medidor de bobina móvel tem uma resistência de 15 ohms e requer uma corrente de 0,5 mA a fim de criar uma deflexão de fundo de escala. Um resistor shunt de valor 0,075 ohm, é ligado através do maquinismo do medidor. O valor máximo da faixa dessa corrente final é de aproximadamente:

A. 100 mA B. 25 mA C. 50 mA D. 75 mA E. 150 mA

**Solução**

A corrente através do resistor shunt é

$$I_S = \frac{I_M \times R_M}{R_S} = \frac{0{,}5\ \text{mA} = 15\ \Omega}{0{,}075\ \Omega} = 100\ \text{mA}.$$

Valor máximo da faixa de corrente final, $I_T = I_M + I_S$

$= 0{,}5 + 100$

$= 100{,}5$ mA ou aproximadamente 100 mA. Alternativa A.

**Problema 3**

Um medidor de bobina móvel tem uma resistência de 20 ohms e requer uma corrente de fundo de escala de 1 mA. Após ligar o shunt ao medidor com um resistor de precisão de 3,2 ohms, é registrada uma leitura de 0,8 mA. Qual o valor real dessa corrente?

A. 4,8 mA B. 5,8 mA C. 8,8 mA D. 10,8 mA E. 16,8 mA

**Solução**

A corrente através do shunt é

$$I_S = \frac{I_M \times R_M}{R_S} = \frac{0{,}8\ \text{mA} \times 20\ \Omega}{3{,}2\ \Omega} = 5\ \text{mA}$$

Corrente real a ser medida = 5,0 + 0,8 = 5,8 mA. Alternativa B. Quando usar uma calculadora para resolver problemas dessa natureza, nenhum resultado precisa ser registrado. Inscreva 0,8, multiplique por 20, divida por 3,2 e proceda à escolha correta entre as diversas alternativas de resposta.

## MEDIDOR DE CORRENTE AO QUADRADO

Neste tipo de amperímetro que possui uma escala não-linear, a amplitude da deflexão (representada por divisões iguais de desvios) é proporcional ao quadrado da corrente medida. Este tipo de amperímetro (Fig. 2-3) pode ser usado para medir corrente de antena, porém apenas a parte superior da escala pode ser considerada para efeito de leituras precisas.



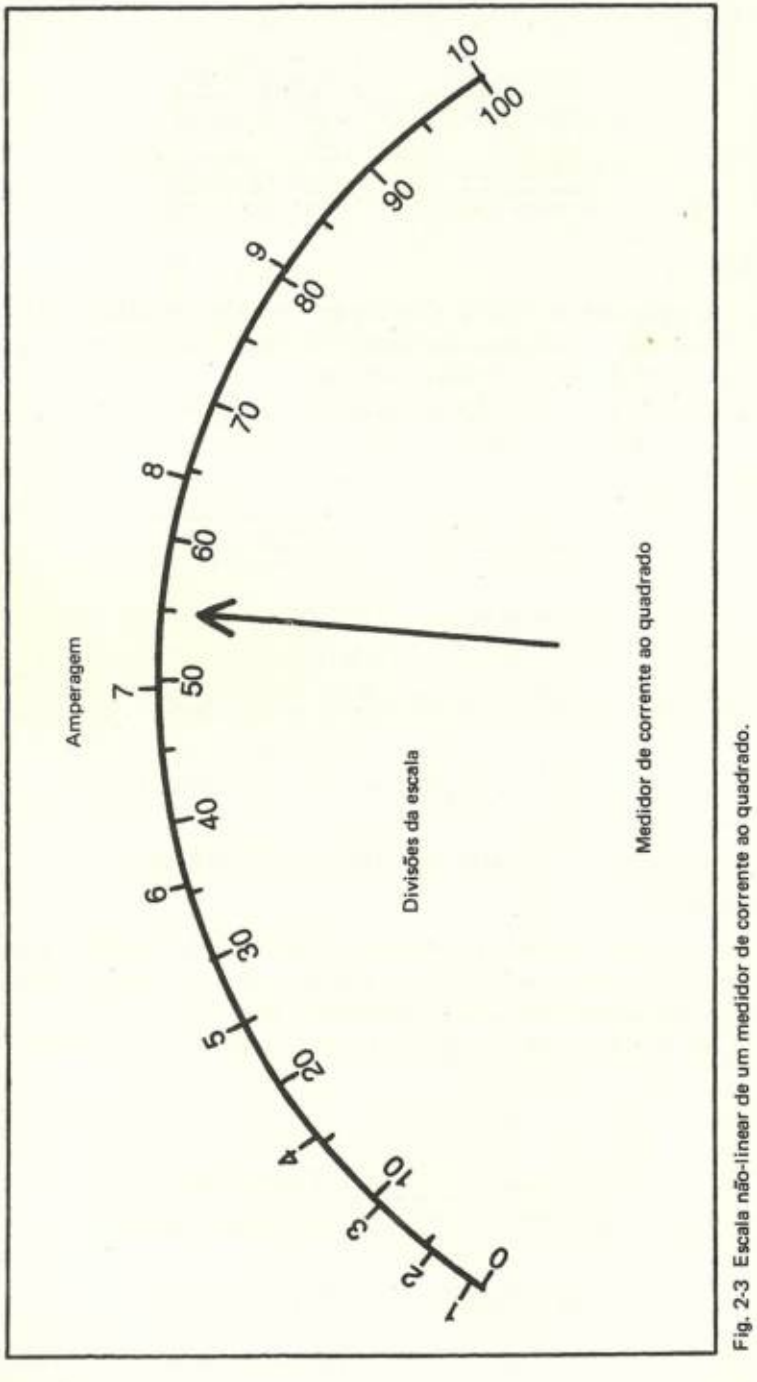



Fig. 2-3 Escala não-linear de um medidor de corrente ao quadrado.

Para o medidor de corrente ao quadrado

$$\frac{\text{Deflexão final}}{\text{Deflexão inicial}} = \left(\frac{\text{Corrente final}}{\text{Corrente inicial}}\right)^2$$

$$\frac{\text{Corrente final}}{\text{Corrente inicial}} = \sqrt{\frac{\text{Deflexão final}}{\text{Deflexão inicial}}}$$

**Problema 1**

Para um dado medidor de corrente ao quadrado, 30 divisões (iguais) de deflexão correspondem a uma corrente de 3 ampères. A corrente representada por 40 divisões de deflexão seria então:

A. 4 A B. 16 A C. 5,33 A D. 3,72 A E. 3,46 A.

**Solução**

$$\frac{\text{Corrente final}}{\text{Corrente inicial}} = \sqrt{\frac{\text{Deflexão final}}{\text{Deflexão inicial}}}$$

$$\frac{\text{Corrente final}}{3} = \sqrt{\frac{40}{30}}$$

A corrente representada por 40 divisões de deflexão é

$$3 \times \sqrt{\frac{40}{30}} = \frac{3 \times \sqrt{4}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \times 2 = 1{,}732 \times 2$$

$$= 3{,}46 \text{ A, arredondados. Alternativa E.}$$

**Problema 2**

Em um dado medidor de corrente ao quadrado, 40 divisões (iguais) de deflexão correspondem a uma corrente de 4 ampères. Quantas divisões de deflexões representariam uma corrente de 6 ampères?

A. 60 B. 70 C. 80 D. 90 E. 100

**Solução**

$$\frac{\text{Deflexão final}}{\text{Deflexão anterior}} = \left(\frac{\text{Corrente final}}{\text{Corrente anterior}}\right)^2$$

$$\frac{\text{Deflexão final}}{40} = \left(\frac{6}{4}\right)^2 = 2{,}25$$



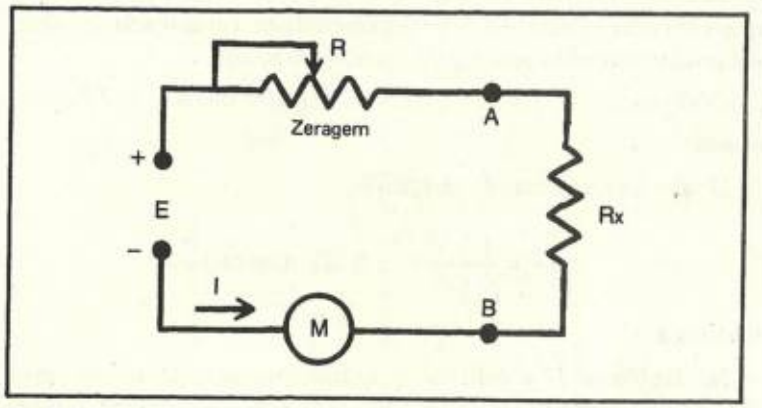



Fig. 2-4 Medidor de bobina móvel em representação de ohmímetro.

O número correspondente de divisões de deflexões a uma corrente de 6 A é 40 × 2,25 = 90. Alternativa D.

## O OHMÍMETRO

O ohmímetro (Fig. 2-4) consiste basicamente de uma célula de baixa voltagem, E, em série com um medidor de bobina móvel e de uma resistência de zeragem, R. O valor de R é ajustado de forma tal que, quando as agulhas do ohmímetro, A e B, são reunidas entre si, acusam uma deflexão de fundo de escala, que corresponde a zero ohm do lado que fica à direita. Quando a resistência não determinada Rx é inserida entre as agulhas, a corrente, e, portanto, a deflexão, será menor. A agulha indicará então o valor da resistência na escala "ohm", que não é linear e varia de zero ohm à direita da escala até um valor ohm infinito (∞) à esquerda da escala.

A corrente de fundo de escala é

$$\frac{1}{\text{Sensibilidade}} = \frac{E}{R}$$

Quando Rx é medida, a corrente torna-se

$$I = \frac{E}{R + Rx}$$

$$Rx = \frac{E}{I} - R$$

Este resultado é obtido desprezando-se a resistência interna do medidor.

**Problema 1**

Um ohmímetro usa um medidor de bobina móvel de 0–1 mA em con-

junto com uma célula de 1,5 V. Desprezando-se a resistência do medidor, qual o valor requerido para a resistência de zeragem?

A. 1.000 ohms. B. 1,5 K. C. 2,5 K. D. 500 ohms. E. 3.000 ohms.

**Solução**

O valor da resistência de zeragem é

$$\frac{E}{I} = \frac{1{,}5\ V}{1\ mA} = 1.5\ k\Omega$$ Alternativa B.

**Problema 2**

No Problema 1, a deflexão é exatamente um quarto do percurso efetuado pela escala linear da corrente após a inclusão de uma resistência não conhecida Rx, entre os ponteiros do ohmímetro. O valor de Rx é

A. 3,0 kΩ. B. 375 Ω. C. 4 kΩ. D. 4,5 kΩ. E. 6 kΩ.

**Solução**

Para uma deflexão de um quarto de escala, a corrente será

$$\frac{1\ mA}{4} = 0{,}25\ mA$$

e a resistência total do circuito será então:

$$\frac{1{,}5\ V}{0{,}25 mA} = 6\ k\Omega.$$

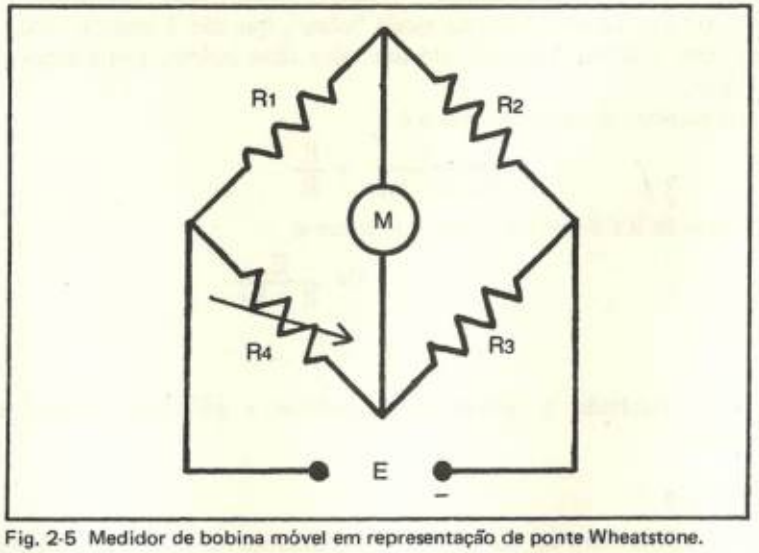



Fig. 2-5 Medidor de bobina móvel em representação de ponte Wheatstone.



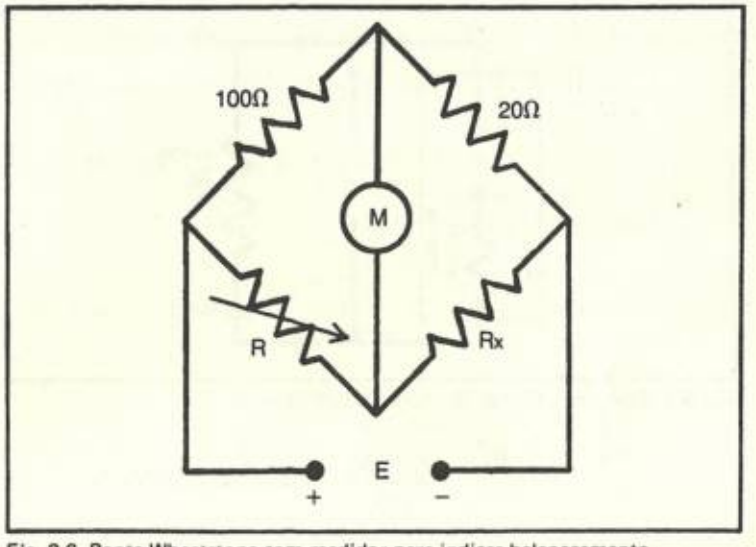



Fig. 2-6 Ponte Wheatstone com medidor para indicar balanceamento

O valor de Rx é 6,0 - 1, 5 = 4,5 kΩ. Alternativa D.

## A PONTE WHEATSTONE

Em circuitos de C. C., a ponte Wheatstone é usada para determinar resistências não conhecidas. No circuito mostrado na Fig. 2-5, $R_1$ e $R_2$ são valores-padrão de resistência, e $R_3$ é a resistência a ser determinada. Uma resistência conhecida, $R_4$, pode ser variada de forma a equilibrar a ponte, e isso é indicado por uma leitura zero do medidor de corrente M.

Com a ponte equilibrada

$R_1 \times R_3 = R_2 \times R_4$ (os produtos das resistências opostas são iguais), ou

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{R_2}{R_1}$$

**Problema 1**

No circuito da Fig. 2-6, o medidor M registra zero quando R é ajustada a um valor de 15 ohms. O valor de Rx é

A 3 ohms. B. 45 ohms. C. 75 ohms. D. 7,5 ohms. E. 30 ohms.

**Solução**

Quando a ponte está em equilíbrio,

$$R_x \times 100 = 15 \times 20$$

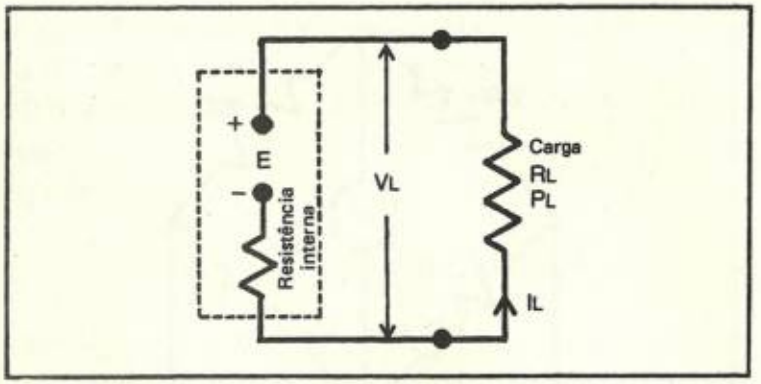



Fig. 2-7 Resistência interna de uma voltagem da fonte.

$$Rx = \frac{15 \times 20}{100} = 3\ \Omega.$$ Alternativa A.

## RESISTÊNCIA INTERNA, TRANSFERIDOR DE POTÊNCIA MÁXIMA, REGULAGEM PERCENTUAL

Referindo-se à Fig. 2-7, a resistência interna da fonte, r, é

$$\frac{\text{Voltagem do circuito aberto, E}}{\text{Corrente de curto-circuito, } \frac{E}{r}}$$

Corrente de carga, $I_L = \dfrac{E}{R + r}$

Voltagem de carga ou do terminal, $V_L = I_L \times R$

$$= \frac{E \times R}{R + r}$$

Regulagem percentual (reg. %) $= \dfrac{V_{NL} - V_{FL}}{V_{FL}} \times 100\%$

Portanto $V_{NL} = V_{FL}\left(1 + \dfrac{\text{reg. \%}}{100}\right)$ e $V_{FL} = \dfrac{V_{NL}}{+\ \dfrac{\text{reg. \%}}{100}}$

$V_{NL}$ = voltagem de saída sem carga
$V_{FL}$ = voltagem de saída de carga plena.



Se a voltagem de saída sem carga é a voltagem de saída em condições de circuitos abertos, a regulação percentual $= \frac{r}{R} \times 100\%$.

Potência de carga, $P_L = I_L^2 \times R = (E \times I_L) - (I_L^2 \times r)$

$$= I_L \times V_L = \frac{E^2 \times R}{(R + r)^2} \text{ watts}$$

Se o valor da carga R é variado, $P_L$ terá seu valor máximo quando $\frac{1}{P_L}$ está no mínimo.

$$\frac{1}{P_L} = \frac{(R + r)^2}{E^2 R} = \frac{1}{E^2}\left[\frac{(R-r)^2}{R} + 4r\right]$$

Desde que o valor de um quadrado, como por exemplo $(R - r)^2$, não pode ser nunca negativo, o valor mínimo de $1/P_L$ ocorrerá quando $(R - r)^2 = 0$ ou $R = r$. A resistência é então casada com a resistência interna da fonte. Potência máxima na carga $= \frac{E^2}{4r}$ watts e a corrente de carga $= \frac{E}{2r}$ sob condições de potência máxima.

Para a voltagem de carga, VL, ser grande e ter aproximadamente o mesmo valor de E, o valor da resistência de carga, R, precisa ser tão alto quanto possível comparado com resistência interna, r.

### Problema 1

Na Fig. 2-8, que valor de RL permitirá que uma potência máxima seja dissipada na carga?

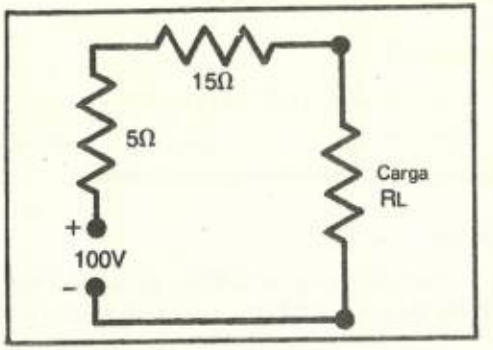



Fig. 2-8 Circuito casado de carga resistiva.

A. 5 ohms. B. 15 ohms. C. 20 ohms. D. RL deve ser no mínimo 10 vezes menor que a resistência interna da fonte. E. RL deve ser menor que um décimo da resistência interna da fonte.

**Solução**

Tanto quanto podemos atribuir à carga, a resistência interna efetiva da fonte é 5 + 15 = 20 ohms. Para uma dissipação de potência máxima na carga, o valor de RL deve ser casado com esta resistência interna efetiva e deve ser portanto igual a 20 ohms. Alternativa C.

**Problema 2**

Duas lâmpadas de 6V e 3W são corretamente ligadas a uma bateria de 6V com uma resistência interna de 0,20 ohm. Considerando-se que as lâmpadas funcionam aproximadamente sob seus valores nominais, a corrente gerada pela bateria é

A. 0,25 A B. 0,5 A C. 1 A D. 0,97 A E. 0,248 A

**Solução**

Para funcionar aproximadamente em seus valores nominais, as lâmpadas precisam estar ligadas em paralelo com a bateria. A resistência de cada uma delas é

$$\frac{6^2}{3} = 12\ \Omega$$

e a resistência total do circuito é

$$\frac{12}{2} + 0{,}20 = 6{,}2\ \Omega$$

A corrente gerada pela bateria $= \frac{6V}{6{,}2\ \Omega} = 0{,}97$ A,

arredondado. Alternativa D.

**Problema 3**

Na Fig. 2-9, a voltagem através da carga é máxima se o valor de R é

A. 100 ohms. B. 105 ohms. C. 1.050 ohms. D. Tão alta quanto possível. E. Tão baixa quanto possível.

**Solução**

Considerando a resistência de carga com um valor fixo, a voltagem através da carga terá um valor máximo se a corrente de carga estiver em



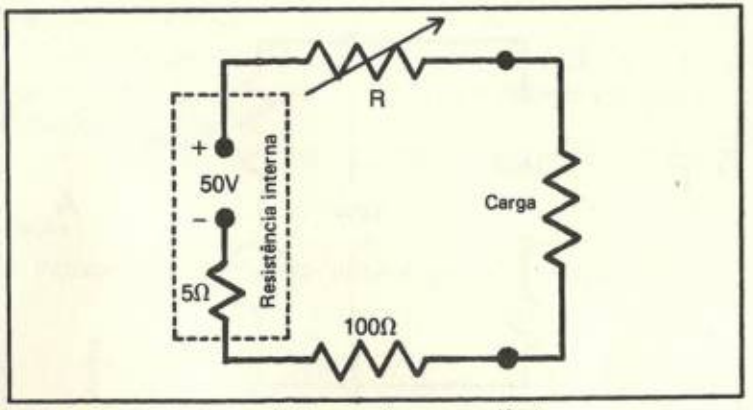



Fig. 2-9 Circuito de carga resistiva com elemento variável.

seu valor mais alto. Isto acontecerá para o menor valor possível de R. Alternativa E.

**Problema 4**

Um voltímetro tem uma resistência total de 10.000 ohms e está ligado a uma fonte de 150V/C.C. A leitura do mesmo é de 140V. Quando um resistor não conhecido é ligado em série com o voltímetro, através da mesma fonte, a leitura cai para 110V. O valor da resistência não conhecida é

A. 3 636 Ω B. 2 922 Ω C. 3 137 Ω D. 2 649 Ω E. 4 350 Ω

**Solução**

A resistência interna da fonte é r, e a resistência não conhecida, Rx. Para o circuito da Fig. 2-10 (A) a corrente é

$$\frac{140V}{10\ 000\ \Omega} = 14\ \text{mA}$$

A queda da voltagem interna através de r = 150V - 140V = 10V e, portanto,

$$r = \frac{10V}{14\ \text{mA}} = 0.714\ \text{k}\Omega = 714\ \Omega$$

Para o circuito da Fig. 2-10(B), a corrente é

$$\frac{110V}{10\ 000\ \Omega} = 11\ \text{mA}$$

e a queda de voltagem através de r e Rx é de 150V - 110V = 40V. A resistência total de r e Rx, em série, é:

$$Rx + r = \frac{40V}{11\ \text{mA}} = 3{,}636\ \text{k}\Omega = 3\ 636\ \Omega$$

Portanto o valor de Rx é 3.636 - 714 = 2.922 ohms. Alternativa B.

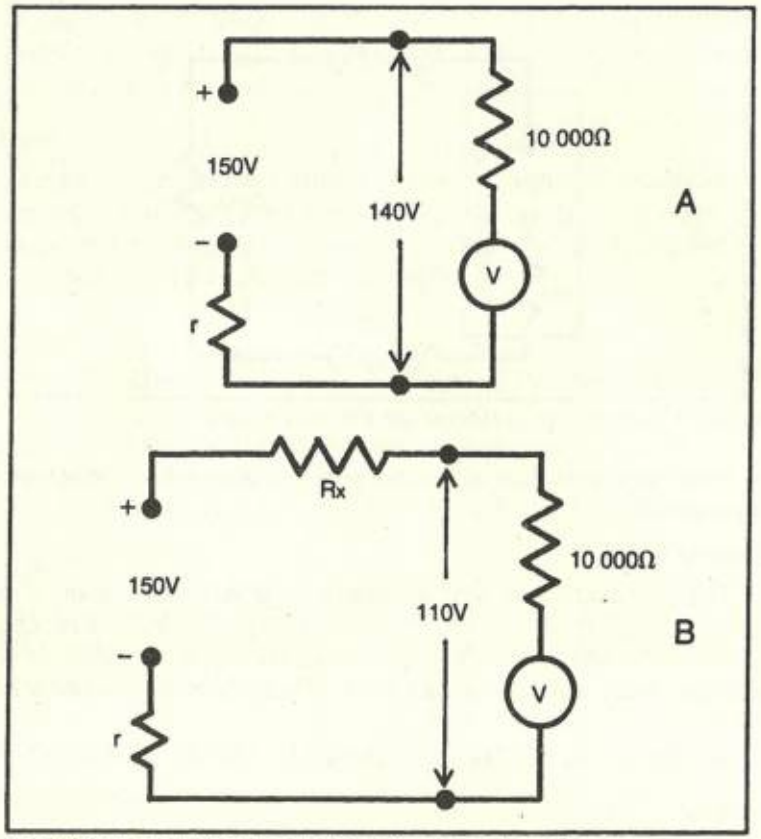



Fig. 2-10 Uso de voltímetro para determinar valores de resistores.

**Problema 5**

Uma fonte de C. C. tem uma voltagem de saída sem carga de 420V enquanto que, com carga plena, a voltagem de saída cai para 210V. A regulagem percentual é

A. 8,7% B. 12,5% C. 14,3% D. 16,3% E. 17%

**Solução**

$$\text{Regulagem percentual} = \frac{(V_{NL} - V_{FL})}{V_{FL}} \times 100$$

$$= \frac{(240 - 210)}{210} \times 100$$

$$= \frac{3\,000}{210}$$

= 14,3%, arredondados. Alternativa C.



**Problema 6**

Uma fonte de corrente contínua tem uma voltagem de saída sem carga de 250V com regulação de 8%. Qual o valor da voltagem de saída sob condições de carga plena?

A. 231,5V B. 230V C. 270V D. 219,7V E. 226,8V

**Solução**

$$\text{Voltagem de saída de carga plena} = \frac{V_{NL}}{1 + \frac{\text{reg. \%}}{100}} \text{ e não}$$

$$\left[V_{NL}\left(1 - \frac{\text{reg. \%}}{100}\right)\right] = \frac{250}{1,08}$$

= 231,5 V, arredondados. Alternativa A.

**Problema 7**

Uma fonte de corrente contínua tem uma voltagem de saída de carga plena de 150V com uma regulação de 12%. Qual o valor da voltagem de saída sem carga?

A. 170,5V B. 132V C. 168V D. 133,9V E. 162V

**Solução**

Voltagem de saída sem carga,

$$V_{NL} = V_{FL}\left(1 + \frac{\text{reg. \%}}{100}\right)$$

= 150 (1 + 0,12) = 168V. Alternativa C.

## CÉLULAS EM SÉRIE E EM PARALELO

Se N células, cada uma de fem, E, e uma resistência interna, r, são ligadas em *série* (Fig. 2-11), a combinação é equivalente a uma fonte cuja fem é N × E de resistência interna N × r. A finalidade da ligação de células em série é obter um aumento de voltagem originada por uma resistência interna maior.

Se N células, cada uma de voltagem individual, E, e resistência interna, r, são ligadas em *paralelo* (Fig. 2-12), a combinação é equivalente a uma fonte cuja voltagem é E e cuja resistência interna é r/N. A menor resistência interna é por conseguinte uma vantagem obtida com a ligação de células em paralelo.

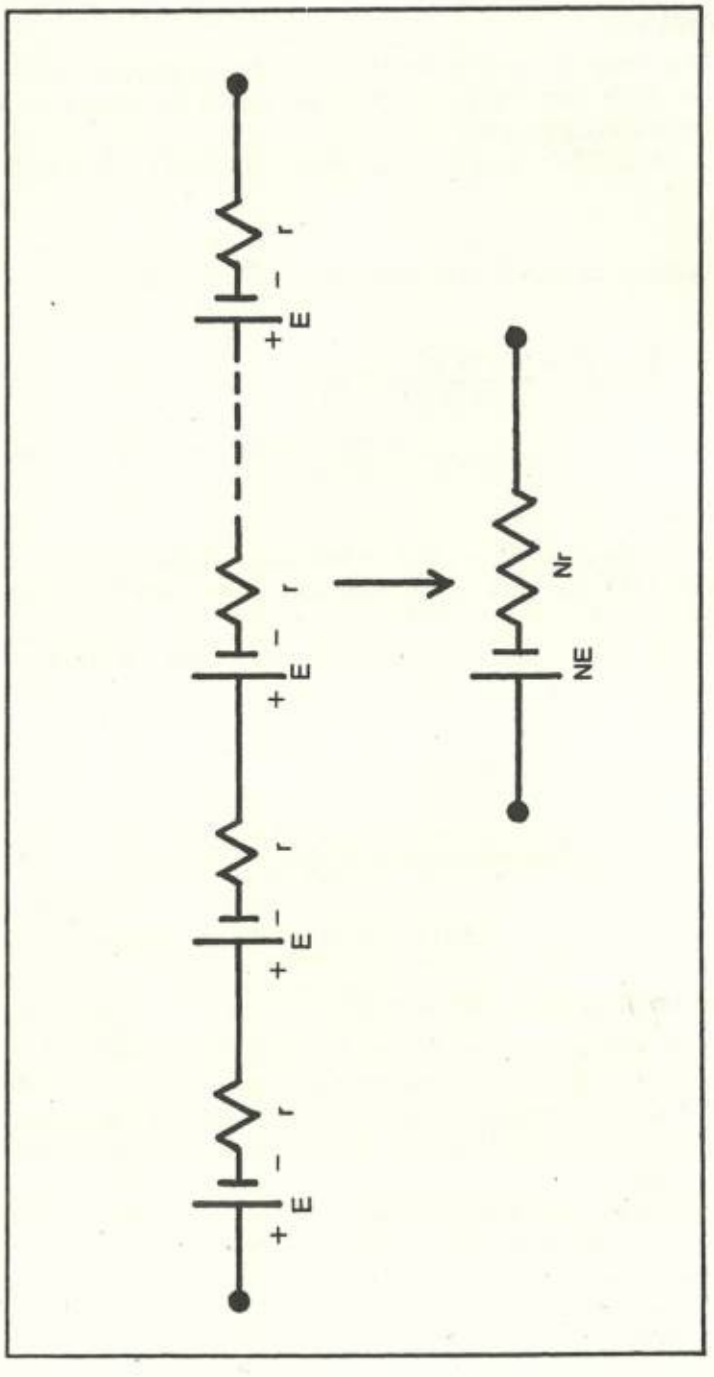



Fig. 2-11 Células ligadas em série. As resistências internas são aditivas.



**Problema 1**

Quatro células, cada uma de 10V e com resistência interna de 0,1 ohm, são ligadas em série. A combinação equivalente a uma fonte com:

A. uma fem de 10V e resistência interna de 0,4 ohm.

B. uma fem de 40V e uma resistência interna de 0,4 ohm.

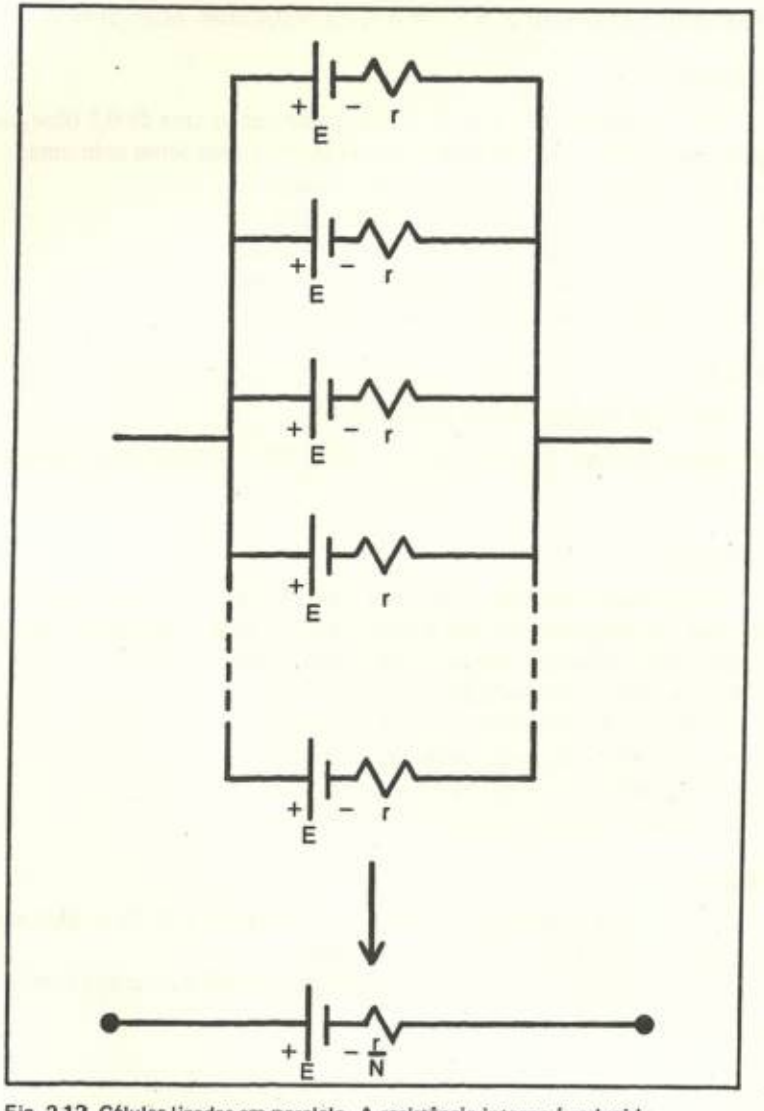



Fig. 2-12 Células ligadas em paralelo. A resistência interna é reduzida.

C. uma fem de 40V e resistência interna de 0,1 ohm.
D. uma fem de 10V e resistência interna de 0,025 ohm.
E. uma fem de 40V e uma resistência interna de 0,025 ohm.

**Solução**

Fôrça eletromotriz (fem) total = N X E = 4 X 10 = 40V.
Resistência interna total = N X r = 4 X 0,1 = 0,4 ohm. Alternativa B.

**Problema 2**

Quatro células, cada uma de 10V e resistência interna de 0,1 ohm, são ligadas em paralelo. A combinação é equivalente a uma fonte com uma:
A. fem de 10V e resistência interna de 0,4 ohm.
B. fem de 40V e resistência interna de 0,4 ohm.
C. fem de 10V e resistência interna de 0,025 ohm.
D. fem de 40V e resistência interna de 0,025 ohm.
E. fem de 40V e resistência interna de 0,1 ohm.

**Solução**

Fem total = a fem de uma célula = 10V.

Resistência interna total = $\frac{r}{N} = \frac{0,1 \text{ ohm}}{4} = 0,025$ ohm. Alternativa C.

**Problema 3**

Doze células idênticas, cada uma de 12V e de resistência interna de 0,6 ohm, são dispostas em três ramos paralelos tendo cada ramo 4 células em série. Esta disposição é equivalente a uma fonte com uma:
A. fem de 48V e resistência interna de 2,4 ohms.
B. fem de 16V e resistência interna de 0,8 ohm.
C. fem de 16V e resistência interna de 2,4 ohms.
D. fem de 36V e resistência interna de 0,8 ohm.
E. fem de 48V e resistência interna de 0,8 ohm.

**Solução**

Cada ramo é equivalente a uma fonte de fem de 4 X 12 = 48V com uma resistência interna de 4 X 0,6 = 2,4 ohms.

A fem total da disposição série-paralelo é de 48V com uma resistência interna total de

$$\frac{2,4\ \Omega}{3} = 0,8\ \Omega.$$ Alternativa E.



## BATERIAS

A taxa de uma bateria é medida em ampères-hora, que é produto da corrente de descarga média e do período de duração desta descarga, em horas.

Portanto, a corrente de descarga média em ampères é

$$\frac{\text{Taxa de ampère-hora}}{\text{Período de descarga em horas}}$$

e o período de descarga em horas é

$$\frac{\text{Taxa de ampères-hora}}{\text{Corrente de descarga em ampères}}$$

Observe que, quando uma bateria é carregada numa fonte de voltagem, o circuito deve ser ligado de forma tal que a polaridade da bateria seja oposta àquela da fonte de voltagem (liga-se positivo a positivo e negativo a negativo).

**Problema 1**

Uma bateria de 12V tem uma taxa de 180 ampères-hora. Por quanto tempo ela poderá fornecer uma corrente de descarga de 8 ampères?

A. 12 horas B. 22,30 horas. C. 8 horas. D. 1.440 horas. E. 15 horas.

**Solução**

Tempo de descarga = $\frac{180}{8} = 22,30$ horas. Alternativa B.

**Problema 2**

Uma bateria de 12V tem uma taxa de 240 ampères-hora. Qual o valor da corrente de descarga contínua por um período de 16 horas?

A. 1,33A B. 12A C. 20A D. 16A E. 15A

**Solução**

Corrente de descarga = $\frac{240}{16} = 15$A. Alternativa E.

**Problema 3**

Uma fonte de C. C. de 120V é usada para carregar uma bateria de 12V a uma taxa de 5 ampères. O resistor que deve ser ligado em série com

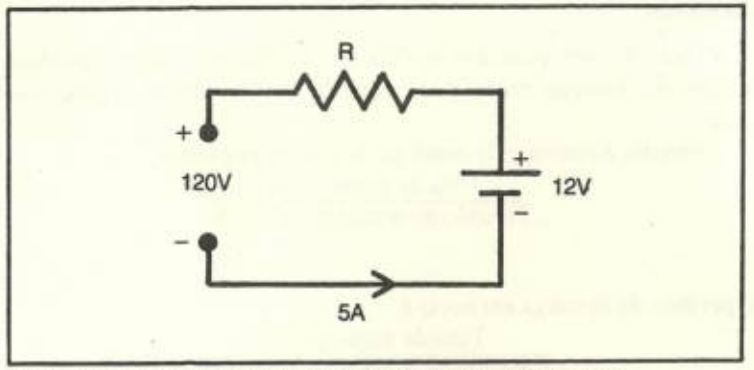



Fig. 2-13 Resistor ligado como um limitador de corrente em série.

o circuito de carga tem um valor de

A. 21,6 Ω B. 24 Ω C. 26,4 Ω D. 18,7 Ω E. 2,4 Ω

**Solução**

Na Fig. 2-13 a queda de voltagem através de R é 120 - 12 = 108V

O valor de R é

$$\frac{108V}{5A} = 21,6\ \Omega$$ Alternativa A.

**Problema 4**

O acumulador descarregado de uma bateria consiste de 6 células em série, tendo cada uma uma voltagem de circuito aberto de 2,1V e uma resistência interna de 0,15 ohm. Se a corrente de carga inicial é de 12A, a voltagem da carga necessária é

A. 23,4V B. 12,6V C. 10,8V D. 14,4V E. 27,0V

**Solução**

Voltagem total do circuito aberto = 6 X 2,1 = 12,6V

Resistência interna total = 6 X 0,15 = 0,9 ohm.

Quando a corrente de carga é de 12A, a queda de voltagem através da resistência interna total é 12 X 0,9 = 10,8V.

Voltagem de carga requerida = 12,6 + 10,8 = 23,4V. Alternativa A.

**Problema 5**

Uma bateria fornece uma corrente de carga plena de 50A e uma corrente sem carga de 5A. Se a bateria fornece a corrente de carga plena durante 60% do tempo considerado, qual a capacidade operacional mínima dessa bateria por um período de 6 horas?



A. 180 ampères-hora. B. 12 ampères-hora. C. 192 ampères-hora. D. 300 ampères-hora. E. 30 ampères-hora.

**Solução**

Por um período de 6 horas a bateria fornece 50A por $\frac{60}{100} = 6 =$ 3,6 horas e 5A por 2,4 horas. A capacidade mínima é (50 X 3,6) + (5 X 2,4) = 192 ampères-hora. Alternativa C.

## PROBLEMAS PRÁTICOS

1. Cinco baterias de 3V, cada uma com resistência interna de 0,1 ohm, são ligadas em série por fase. Quando uma carga resistiva é ligada, a corrente do circuito é de 6A. A condutância da carga é
   A. 2,5 mhos. B. 2,5 ohms. C. 0,4 mho. D. 0,5 ohm. E. 0,5 mho.
2. Quatro baterias de 6V, com resistências internas individuais de 0,2 ohm, são ligadas em paralelo com uma carga cuja condutância é de 2 mhos. A amperagem da corrente da carga é
   A. 3A. B. 11A. C. 12A. D. 2,9A. E. 10,9A.
3. Na Fig. 2-14, a voltagem entre X e Y é medida com um voltímetro que foi ligado a uma escala de 10V. Se a sensibilidade do voltímetro é de 20.000 ohms por volt, qual é a leitura do voltímetro?
   A. 2V. B. 3V. C. 4V. D. 6V. E. 8V.
4. É necessário adaptar um microamperímetro/0-1, para efetuar uma leitura de até 1V, numa deflexão de fundo de escala. Desprezando-

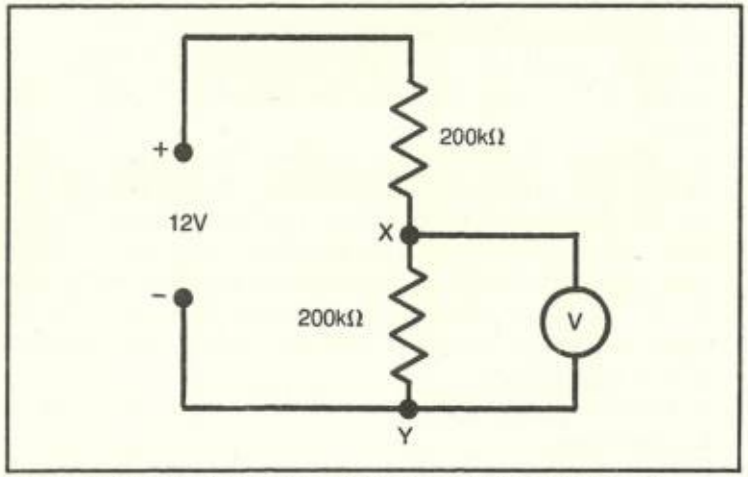



Fig. 2-14 Resistor ligado como resistor de queda de voltagem em série.

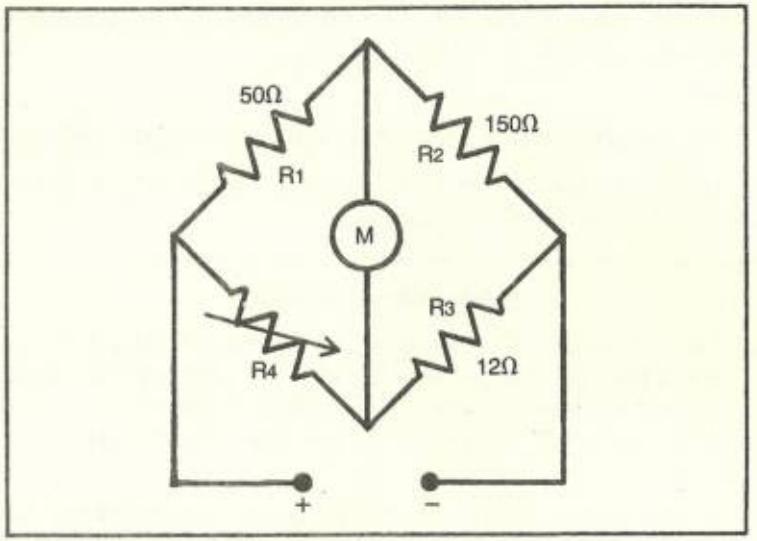



Fig. 2-15 Problema de ponte Wheatstone.

se a resistência do medidor, qual o valor exigido para a resistência multiplicadora em série?

A. 1kΩ. B. 10 kΩ. C. 100 kΩ. D. 1.000 kΩ. E. 10 MΩ.

5. Um medidor de 0-10 mA tem uma resistência interna de 0,2 ohm. Quando se liga um resistor em paralelo com o medidor, a leitura deste é de 3,6 mA. Qual a amperagem da corrente do circuito?

   A. 3,6 mA. B. 7,2 mA. C. 10,8 mA. D. 1,8 mA. E. 1,2 mA.

6. Um ohmímetro usa uma célula de 1,5V em conjunção com uma bobina móvel com sensibilidade de 20.000 ohms por volt. Qual o valor exigido para a resistência de zeragem?

   A. 30 kΩ B. 40 kΩ C. 75 kΩ D. 80 kΩ E. 13,3 kΩ

7. Na Fig. 2-15, a qual valor deve ser ajustada R4 para equilibrar a ponte?

   A. 150 ohms. B. 50 ohms. C. 12 ohms. D. 4 ohms. E. 0,25 ohm.

8. Na Fig. 2-16, o resistor de 2.750 ohms é um multiplicador em série que foi empregado para converter o miliamperímetro M em voltímetro. Com o interruptor S na posição 1, M apresenta a leitura de uma deflexão de fundo de escala quando se aplica 100V/C.C. entre X e Y. Com S na posição 2, são aplicados 120V entre X e Y, e a leitura do medidor então é de 70V. Desprezando a resistência interna de M, o valor de R é:

   A. 140 ohms. B. 1.510 ohms. C. 1.540 ohms. D. 2.160 ohms. E. 3.090 ohms.

9. Quando um VOM é ligado à escala de 50V, sua resistência total é 1 M ohm. A sensibilidade do medidor é



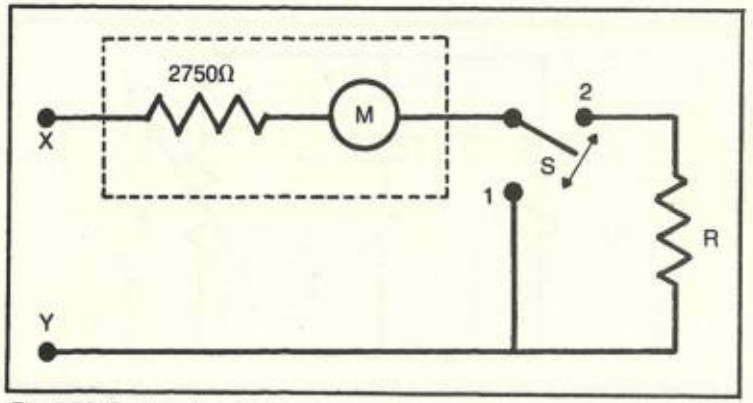



Fig. 2-16 Qual o valor de R?

A. 50 ohms por volt. B. 50 microhms. C. 5.000 ohms por volt. D. 50 M ohms/volt. E. 20.000 ohms/volt.

10. Na Fig. 2-17, cada uma das baterias de 12V possui uma resistência interna de 0,2 ohm. Que valor de R, irá permitir que a potência máxima seja dissipada na carga?

    A. 0,2 ohm. B. 0,1 ohm. C. 3,2 ohms. D. 3,1 ohms. E. 3 ohms.

11. Um voltímetro tem uma resistência total de 100 kΩ quando operando em uma escala de 0-10V. Como deve ser adaptado para fazer uma leitura de 250V em deflexão de fundo de escala?

    A. Ligando uma resistência de 24,9 M ohms em série.
    B. Ligando uma resistência de 24,9 M ohms em paralelo.
    C. Ligando uma resistência de 2,4 M ohms em série.
    D. Ligando uma resistência de 2,4 M ohms em paralelo.
    E. Ligando uma resistência de 25 M ohms em paralelo.

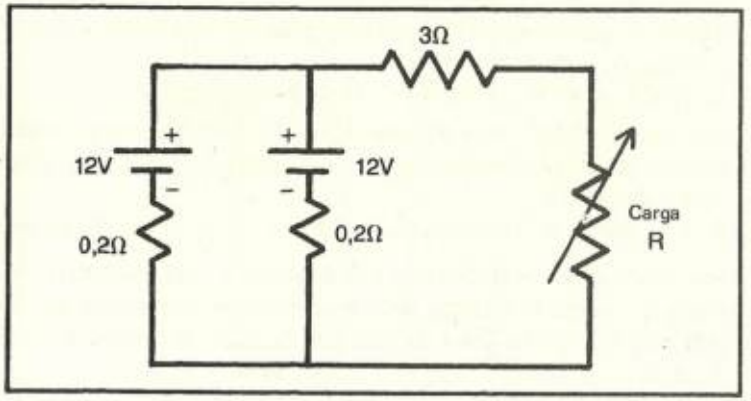



Fig. 2-17 Determine o valor ótimo de carga de R.

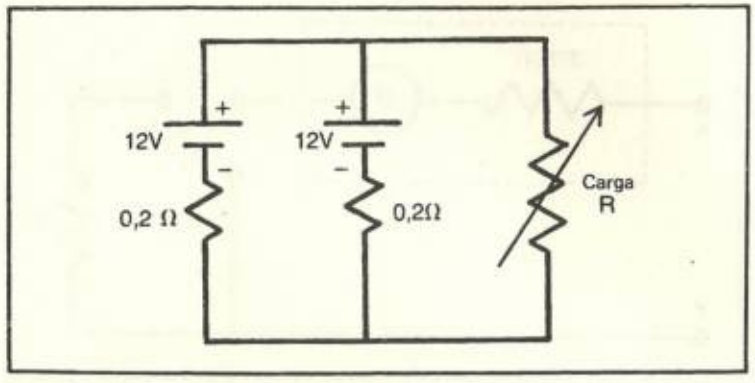



Fig. 2-18 Qual a potência máxima dissipada em R?

12. Na Fig. 2-18, R é ajustado para dissipação de *potência máxima* na carga. Qual o valor de dissipação de potência máxima?
A. 1,44 KW. B. 720 W. C. 480 W. D. 360 W. E. 180 W.

13. Uma fonte de C.C. tem uma voltagem de saída sem carga (circuito aberto) de 150V. Com carga plena a regulagem percentual é de 10% e a resistência de carga é de 100 ohms. A resistência interna efetiva é
A. 15 ohms. B. 7,5 ohms. C. 3,6 ohms. D. 6,3 ohms. E. 10 ohms.

14. Uma fonte de corrente contínua tem uma resistência interna de 4,5 ohms e voltagem de saída sem carga (circuito aberto) de 250V. Sob condições de carga plena, e a resistência tem um valor de 45 ohms. A regulação percentual é
A. 10%. B. 8,7%. C. 9,1%. D. 11,3%. E. 12,5%.

15. Dois voltímetros idênticos, com sensibilidade individual de 1.000 ohms por volt são ligados em série a uma fonte cuja voltagem de saída é de 200V. O primeiro voltímetro é operado numa escala de 0-250V enquanto que o segundo é operado em uma escala de 0-100V. A leitura do segundo voltímetro é
A. 57 V. B. 80 V. C. 150 V. D. 143 V. E. 250 V.

16. Uma fonte de C.C. tem uma voltagem de saída sem carga (circuito aberto) de 200V. Com carga plena a regulação percentual interna efetiva da fonte é
A. 4,76 ohms. B. 5,3 ohms. C. 44,4 ohms. D. 49 ohms. E. 50 ohms.

17. Em uma fonte de C.C. a carga é equivalente a uma resistência de 27 ohms e a corrente de carga total é de 4,7A. Se a regulação de voltagem é de 8%, qual o valor da voltagem de saída, sem carga, da fonte?
A. 58,8V. B. 63,0V. C. 117,5V. D. 137V. E. 220V.

18. Na Fig. 2-19, a corrente gerada por cada célula é
A. 476mA. B. 1,43A. C. 2,86A. D. 2,2A. E. 0,59A.



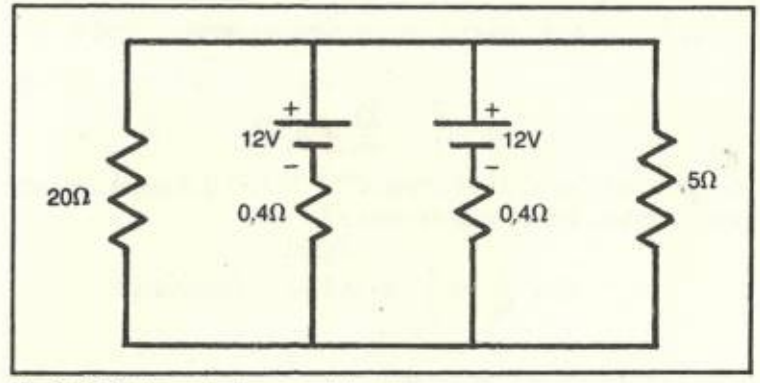



Fig. 2-19 Problema de drenagem de bateria.

19. Na Fig. 2-20, para qual valor deve ser ajustado R para que se obtenha uma dissipação de potência máxima na carga?
A. 0 ohm. B. 4 ohms. C. 6 ohms. D. 12 ohms. E. ∞ ohms.

20. No Problema 19, qual o valor da corrente total gerada por uma fonte de 100V sob condição de dissipação de potência máxima na carga?
A. 25A. B. 12,5A. C. 14,3A. D. 10A. E. 6,25A.

## SOLUÇÕES

1. Com cinco baterias de 3 volts em série/fase, o total E = 5 × 3 = 15V. Também, a resistência interna total das baterias é 5 × 0,1 = 0,5 ohm.

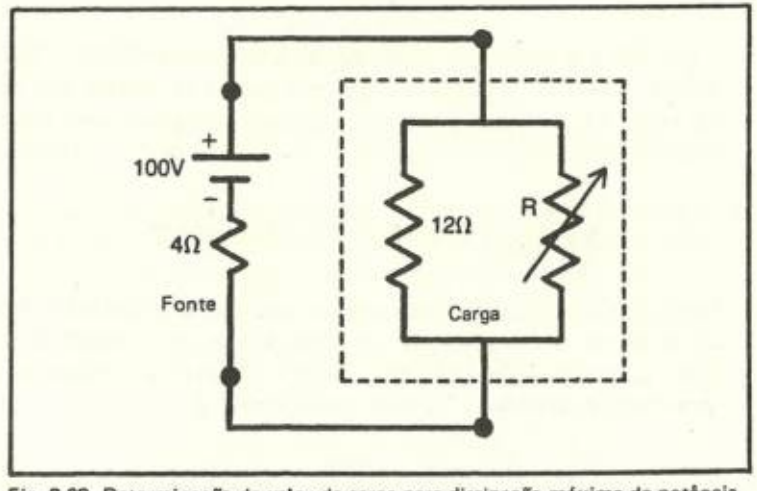



Fig. 2-20 Determinação do valor de carga para dissipação máxima de potência.

Para o fluxo de 6A do circuito completo, a resistência total é

$$R = \frac{E}{I} = \frac{15}{6} = 2{,}5\Omega$$

Portanto, a resistência, RL, da carga é 2,5 -0,5 -2,0 ohms. A condutância da carga é inversa à resistência da carga e é

$$G = \frac{1}{R_L} = \frac{1}{2} = 0{,}5 \text{ mho. Alternativa E.}$$

2. Para baterias ligadas em paralelo, o valor de E é o mesmo de uma única bateria. A resistência interna total é aquela de uma bateria dividida pelo total de baterias em paralelo. Neste caso E = 6V e r = 0,2 ohm. Logo,

$$R_T = \frac{r}{N} + \frac{1}{G_L} = \frac{0.2}{4} + \frac{1}{2} = 0{,}05 + 0{,}5 = 0.55\ \Omega.$$

e

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{6}{0{,}55} = 10{,}9\text{A. Alternativa E.}$$

3. Na escala 10V, a resistência de um voltímetro é 10 × 20.000 = = 200.000 = 200 kΩ. A resistência total entre X e Y é então $\frac{200\ k\Omega}{2}$ =

= 100 kΩ e a resistência total apresentada à fonte é 100 + 200 = 300kΩ. Portanto, a queda de voltagem através da combinação paralela entre X e Y é igual à corrente da fonte multiplicada por 100kΩ, donde

$$\frac{12}{300\ k\Omega} \times 100\ k\ \Omega = 4\text{V. Alternativa C.}$$

4. Desprezando a pequena resistência do medidor, uma deflexão de fundo de escala será o resultado do acréscimo de um multiplicador em série, o qual é suficiente para limitar a corrente a 1 microampère, quando 1V é aplicado. O valor do multiplicador é

$$R = \frac{V}{I_M} - R_M = \frac{V}{I_M} - 0 = \frac{1}{1 \times 10^{-6}}$$



$= 10^6\ \Omega = 1\ 000\ k\ \Omega$. Alternativa D.

5. O valor da resistência shunt é

$$R_S = \frac{I_M R_M}{I_T - I_M}$$

Logo,

$$I_T - I_M = \frac{I_M R_M}{R_S}$$

$$I_T = I_M + \frac{I_M R_M}{R_S} = I_M \left(1 + \frac{R_M}{R_S}\right)$$

Corrente do circuito $I_T = 3{,}6\left(1 + \frac{0.2}{0.1}\right) = 3{,}6(1 + 2)$

$= 10{,}8$ mA. Alternativa C.

6. Para o omímetro que utiliza uma célula cuja fem é E volts,

$$\frac{E}{R} = \text{corrente de deflexão de fundo de escala} = \frac{1}{\text{sensibilidade}}$$

R = valor da resistência de zeragem.

Portanto,

$$R = E \times \text{sensibilidade} = 1{,}5 \times 20\,000 = 30\,000\,\Omega$$
$$= 30\ k\ \Omega. \text{ Alternativa A.}$$

7. Para equilibrar o circuito da ponte da Fig. 2-15.

$$R_2R_4 = R_1R_3$$

Logo, $R_4 = \frac{R_1R_3}{R_2} = \frac{50 \times 12}{150} = 4\ \Omega$. Alternativa D.

8. Com o interruptor na posição 2, a voltagem através do medidor é de 70V. Portanto, a voltagem através de R é de 125 - 70 = 55V. Com fluxo de corrente em série idêntico através do medidor e R.

$$I \times 2\,750 = 70,\ I = \frac{70}{2\,750}\ \text{A}$$

A queda de voltagem através de R é IR = 125 - 70 = 55V. Logo,

$$R = \frac{55}{I} = 2\,750 \times \frac{55}{70} = 2\,160\ \Omega. \text{ Alternativa D.}$$

9. Sensibilidade = $\frac{10^6\,\Omega}{50V}$ = 20.000 Ω/V. Alternativa E.

10. As duas baterias em paralelo agem como uma só bateria de fem igual a 12V e resistência interna de $\frac{0,2}{2}$ = 0,1 ohm.

A resistência total da fonte = 0,1 + 3 = 3,1 ohms para uma transferência máxima de potência. Alternativa D.

11. Com uma sensibilidade de $\frac{100k\Omega}{10V}$ = 10kΩ por volt, a resistência total deve ser aumentada para 250 × 10kΩ = 2.500kΩ. Portanto, a resistência multiplicadora deve ser 2.500 − 100 = 2.400 kΩ = 2,4 MΩ. Alternativa C.

12. Para uma transferência de máxima potência, R deve ser igual a $\frac{0,2}{2}$ = 0,1 ohm.

Potência máxima, $P_{máx} = \frac{E^2}{4R} = \frac{(12)^2}{4 \times 0,1} = 360W$

Alternativa D.

13. Regulagem percentual $= \frac{V_{NL} - V_{FL}}{V_{FL}} \times 100\% = 0,1\%$

Uma vez que $V_{NL} - V_{FL} = I_r$ e $V_{FL} = 150\ V = I \times 100$ ohms.

$$\frac{Ir}{I \times 100} = \frac{r}{100} = 0,1$$

$r = 0,1 \times 100 = 10\Omega$. Alternativa E.

14. A regulagem percentual $= \frac{V_{NL} - V_{FL}}{V_{FL}} \times 100 \left(\frac{V_{NL}}{V_{FL} - 1}\right) \times 100$

Uma vez que $I = \frac{150}{R + r}$, logo $V_{FL} = 150 \times \frac{R}{R+r} = 150 \times \frac{45}{45 + 4,5}$

e $\frac{V_{NL}}{V_{FL}} = \frac{150}{150} \times \frac{(45 + 4.5)}{45} = 1,1$



Portanto a regulagem percentual é = (1,1 − 1) × 100 = 10%. Alternativa A.

15. Cada voltímetro registra uma deflexão de fundo de escala quando a corrente é

$$\frac{1}{1\,000A} = 1\ mA.$$

O primeiro voltímetro tem uma resistência de

$$\frac{250}{10^{-3}} = 2,5 \times 10^5\Omega.$$

e o segundo voltímetro uma resistência de

$$\frac{100}{10^{-3}} = 1 \times 10^5\ \Omega.$$

Portanto, a corrente em ambos os voltímetros é:

$$\frac{200}{2,5+1} \times 10^{-5}\ A,$$

e a voltagem indicada pelo segundo voltímetro será

$$1 \times 10^5 \times \frac{200}{2,5+1} \times 10^{-5} = 57V.$$ Alternativa A.

16. Voltagem de carga plena,

$$V_{FL} = \frac{V_{NL}}{1 + \frac{Reg.\,\%}{100}} = \frac{200}{1,12}$$

A queda de voltagem através da resistência interna efetiva é

$$200 - V_{FL} = 200 - \frac{200}{1,12}$$

Portanto, a resistência interna efetiva é

$$\frac{200 - \frac{200}{1,12}}{4,5} = \frac{200\,(1.12 - 1)}{4,5 \times 1,12}$$

$$= \frac{200 \times 0,12}{4,5 \times 1,12} = 4,76\ \Omega$$ Alternativa A.

17. A voltagem de carga plena, $V_{FL} = I_L R_L = 4,7 \times 27$

Voltagem sem carga, $V_{NL} = 4,7 \times 27 \times (1 + \frac{8}{100})$

= 137V. Alternativa D.

18. O circuito equivalente consiste de uma carga de duas resistências de 5 ohms e 20 ohms em paralelo, e uma fonte de 12V com resistência interna de 0,4/2 = 0,2 ohm. A corrente total fornecida por ambas as células, é então:

$$\frac{12}{0{,}2 + \frac{5 \times 20}{5 + 20}} = \frac{12}{4{,}2} = 2{,}86\text{A}$$

Cada célula fornece metade da corrente total ou = 2,8571428/2 = = 2,86/2 (arredondado) = 1,43A. Alternativa B.

$$\frac{2{,}857\ 142\ 8}{2}$$

19. Para uma dissipação de potência máxima na carga, a combinação paralela do resistor de 12 ohms e de R deve ser igual a 4 ohms. Então

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{R} = \frac{1}{4} \qquad \frac{1}{R} = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}$$

$$R = \frac{4 \times 12}{12 - 4} = \frac{12}{2} = 6\Omega.$$ Alternativa C.

Teste: A combinação em paralelo de 12 ohms e 6 ohms deve ter uma resistência total de 4 ohms.

$$R_6 = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = \frac{72}{18} = 4\Omega$$

20. A corrente total, $I = \frac{100}{4 + 4} = 12{,}5\text{A}$. Alternativa B.



*Capítulo* **3**

# Indutância

Indutância é a propriedade que um circuito elétrico tem de se opor a qualquer *variação* súbita de corrente. Pode-se compará-la à propriedade da resistência, apenas que esta opõe-se ou limita a corrente.

A propriedade da indutância (L) é encontrada principalmente em bobinas e sua unidade é o henry(H). A indutância de uma bobina (ou indutor) é um henry se, quando a corrente através da bobina varia a uma taxa de 1 ampère por segundo, a voltagem induzida nessa bobina for de 1V. A voltagem induzida, E, é igual ao produto da indutância, L, em henrys, pela taxa de variação de corrente em ampères por segundo.

Portanto a taxa de variação de corrente = E/L ampères por segundo. A indutância de uma bobina é

$$L = \frac{4\pi N^2 A\mu}{l} \times 10^{-9}\ \text{H}$$

$\pi = 3{,}142$
N = número de espiras
A = área seccional reta da bobina em centímetros quadrados.
$\mu$ = permeabilidade do núcleo do indutor
I = comprimento da bobina em centímetros.

Observe, em particular, que a indutância é proporcional ao quadrado do número de espiras. Quando comparar dois indutores com o mesmo A, $\mu$ e I, porém com número diferente de espiras,

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{N_1^2}{N_2^2} \text{ ou } \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

Em um indutor com núcleo de ar, $\mu$ é aproximadamente igual a 1. Se o núcleo de ar é substituído por um núcleo de ferro doce, a indutância é grandemente aumentada e pode ser da ordem de henrys. Tais indutores podem ser chamados de indutores de reatância.

A energia armazenada no campo magnético do indutor é de $0,5\ LI^2$ joules, onde L é a indutância em henrys e I a corrente do indutor em ampères. Um joule é o trabalho feito quando uma força de $1 \times 10^7$ dynes atua ao longo de uma distância de 1 centímetro na direção da força.

Note-se que, se todos os efeitos da resistência são desprezados, um indutor agirá como um curto-circuito sob condições de C. C. constante.

**Problema 1**

Um indutor de núcleo de ferro envolvido com 2.000 espiras tem uma indutância de 4 henrys. Se forem acrescentadas mais 500 espiras sem alterar o comprimento da bobina ou sua área seccional reta, a indutância total será

A. Menor que 4H. B. 4H. C. 5H. D. 5,7H. E. 6,25H.

**Solução**

A indutância é diretamente proporcional ao quadrado do total de espiras.

Portanto,

$$\frac{\text{Indutância total}}{\text{Indutância anterior}} = \left(\frac{\text{Total final de espiras}}{\text{Total anterior de espiras}}\right)^2$$

$$\frac{\text{Indutância total}}{4} = \left(\frac{2\,500}{2\,000}\right)^2 = \left(\frac{2,5}{2}\right)^2$$

Indutância total = 6,25H. Alternativa E.

**Problema 2**

Um indutor de 0,75 milihenry consiste de 150 espiras de fio de cobre de calibre nº 30, que é enrolado tal como uma bobina de núcleo de ar. A bobina é reenrolada sobre um núcleo de ferro com 150 espiras de fio de cobre nº 20, sem alterar o comprimento da bobina ou sua área seccional reta. A indutância total será

A. 0,75 mH. B. 0,5 mH. C. Entre 0,5 mH e 0,75 mH. D. Menor que 0,5 mH. E. Muito maior que 0,75 mH.



**Solução**

Uma vez que N, A e I são iguais, a inclusão do núcleo de ferro criará uma indutância muito maior que 0,75 mH. Alternativa E.

**Problema 3**

Uma bobina tem uma indutância de 4 henrys e resistência de 50 ohms. A corrente através da bobina varia numa taxa de 2 ampères por segundo. A voltagem induzida na bobina é

A. 8V. B. 100V. C. 108V. D. 92V. E. Nenhuma das respostas anteriores é verdadeira.

**Solução**

Voltagem induzida na bobina = L × taxa de variação da corrente = 4H × 2 ampères por segundo = 8V. Alternativa A.

**Problema 4**

Uma bobina tem uma indutância de henrys e resistência de 50 ohms. Uma corrente constante de 2 ampères circula através da bobina. A queda de voltagem através da bobina é

A. 8V. B. 100V. C. 108V. D. 92V. E. Nenhuma das respostas precedentes é correta.

**Solução**

Uma vez que a corrente é constante, o campo magnético da bobina será constante e a voltagem induzida zero. Portanto a queda de voltagem acontecerá através da resistência da bobina e será igual a $2 \times 50 = 100$V. Alternativa B.

**Problema 5**

No Problema 3, qual a energia armazenada no campo magnético do indutor?

A. 200W. B. 100 joules. C. 16 joules. D. 8 joules. E. 18W.

**Solução**

A energia armazenada no campo magnético é $= 0,5\ L\ I^2$

$= 0,5 \times 4 \times 2^2$

= 8 joules. Alternativa D.

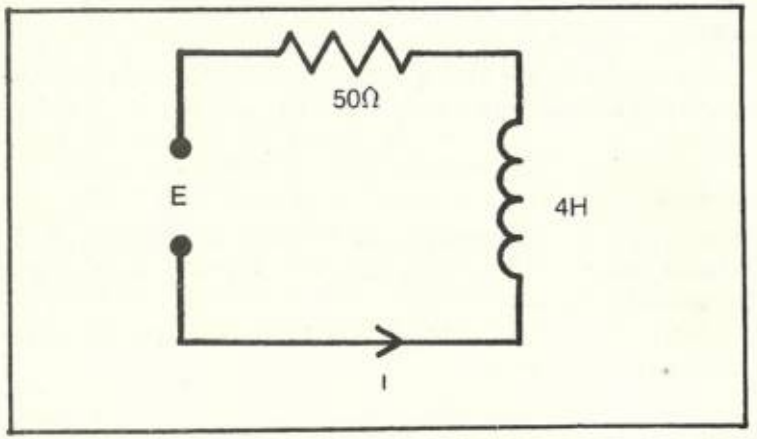



Fig. 3-1 Resistência e indutância em série com voltagem aplicada.

**Problema 6**

Na Fig. 3-1, a corrente alcançou um valor de 3 ampères e acha-se aumentando numa taxa de 2 ampères por segundo. Em dado momento a voltagem, E, é:

A. 150V. B. 156V. C. 58V. D. 66V. E. 158V.

**Solução**

Queda de voltagem através da resistência = 3A × 50 ohms = 150V. Voltagem induzida na bobina = 4H × 2 ampères/segundo = 8V. Valor de E = 150 + 8 = 158V. Alternativa E.

**Problema 7**

Um indutor de núcleo de ferro enrolado com 2.000 espiras tem uma indutância de 2,0 henrys. É necessário aumentar a indutância para 2,5H pelo acréscimo de mais espiras sem entretanto modificar a área seccional reta da bobina ou seu comprimento. O número adicional de espiras exigido é:

A. 2.500. B. 500. C. 236. D. 2.236. E. 250.

**Solução**

$$\frac{\text{Número total de espiras}}{\text{Número anterior de espiras}} = \sqrt{\frac{\text{Indutância total}}{\text{Indutância anterior}}}$$

Por conseguinte o número total de espiras é $2.000 \times \sqrt{2,5/2,0} = 2.000 \times \sqrt{1.25} = 2.236$. Número adicional de espiras exigido = 2.236 − 2.000 = 236. Alternativa C.



## INDUTORES EM SÉRIE

Nos problemas seguintes vamos considerar que não existe nenhum acoplamento indutivo (acoplamento zero) entre os indutores ligados nos diversos circuitos. Esta assertiva é aproximadamente exata se as bobinas são mantidas separadas ou se forem blindadas. O Capítulo 8 trata dos casos onde o acoplamento não é zero.

Na Fig. 3-2, a auto-indutância total, $L_T = L_1 + L_2 + L_3$. A fem total $E_T = V_1 + V_2 + V_2$.

A taxa da variação da corrente é a mesma para cada indutor e é igual a $E_T/L_T = V_1/L_1 = V_2/L_2 = V_3/L_3$ ampères por segundo.

Desprezando qualquer resistência associada aos indutores, a dissipação máxima de potência no circuito é zero. A energia recebida da fonte é armazenada nos campos magnéticos dos indutores.

Torna-se evidente que a fórmula para a indutância total configura-se idêntica àquela usada para determinar a resistência total de resistência em série. Para indutores de valores iguais, em série, a indutância total, $L_T$ é N × L, onde L = a indutância de um único indutor e N = total de indutores. Note-se que, sob uma corrente contínua constante, um indutor pode ser considerado como um curto-circuito (não se levando em consideração quaisquer efeitos de resistência associados ao indutor).

**Problema 1**

Três indutores cujos valores são 3,5 H, 4,0 H e 500 mH são ligados em série a uma fonte de C.C. de 100V. A auto-indutância total do circuito é

A. 507,5H. B. 7,55H. C. 7,5005H. D. 57,5H. E. 8,0H.

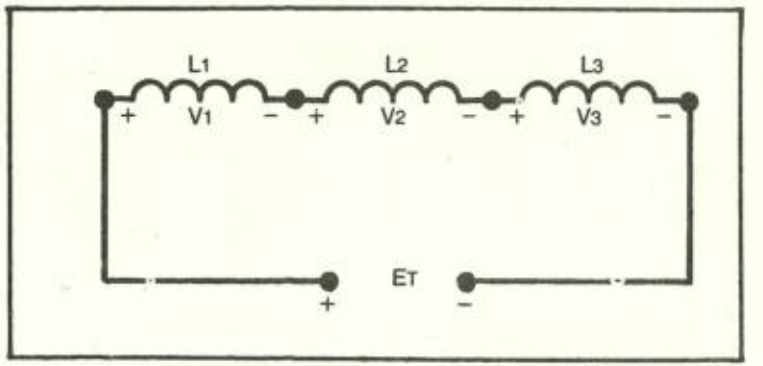



Fig. 3-2 Indutâncias ligadas em série.

**Solução**

Uma indutância de 500 mH é $500 \times 10^{-3}$ H = 0,5H. A indutância total, $L_T = 3,5 + 4,0 + 0,5 = 8,0$H. Alternativa E.

**Problema 2**

No Problema 1, a taxa de variação da corrente através da indutância de 4,0H (desprezando-se quaisquer efeitos de resistência no circuito) é
A. 8,5 ampères por segundo. B. 10,5 ampères por segundo. C. 12,5 ampères por segundo. D. 15,0 ampères por segundo. E. 25,0 ampères por segundo.

**Solução**

A taxa de variação da corrente é a mesma para cada indutor em série e é igual a $E_T/L_T = 100/8,0 = 12,5$ ampères por segundo. Alternativa C.

**Problema 3**

No Problema 1, a voltagem através do indutor de 3,5H é
A. 100V B. 50V C. 43,8V D. 36,25V E. 63,75V

**Solução**

A voltagem através do indutor de 3,5H = 12,5 ampères por segundo = 43,75 volts = 43,8V arredondados. Alternativa C.

**Problema 4**

Desprezando quaisquer efeitos de resistência associados a indutores, a condutância total do circuito da Fig. 3-3 é

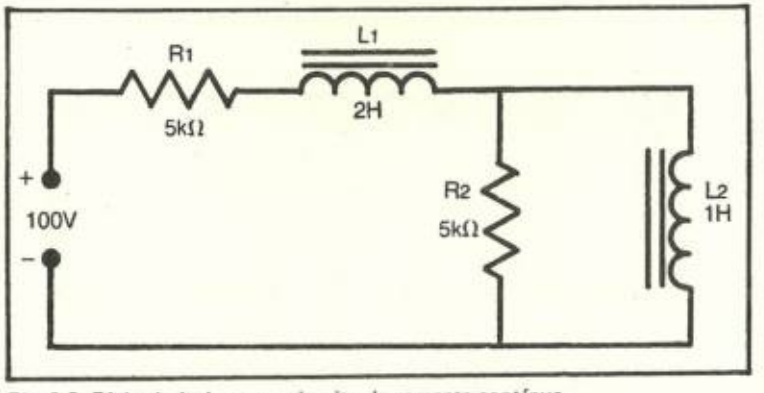



Fig. 3-3 Efeito indutivo num circuito de corrente contínua.



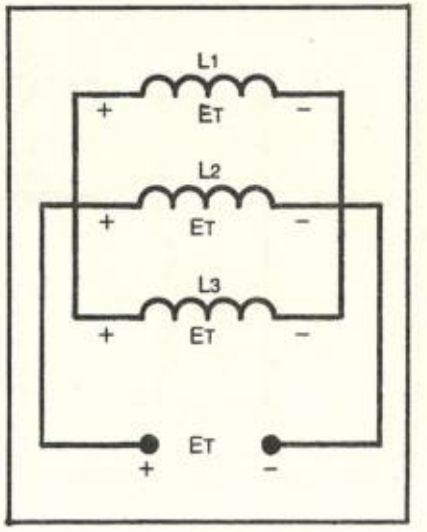



Fig. 3-4 Indutâncias ligadas em paralelo.

A. $1 \times 10^{-4}$mho. B. 0,2 milimho. C. $5 \times 10^{-3}$mho. D. 10 kΩ. E. $0,4 \times 10^{-3}$mho.

**Solução**

Ambos os indutores devem ser considerados como curtos-circuitos (se suas resistências forem desprezadas). A resistência total do circuito, $R_T$, é 5 kΩ e a condutância total, $G_T$, é $1/R_T = 1/(5 \times 10^3) = 0,2 \times 10^{-3}$ mho = 0,2 milimho. Alternativa B.

**Problema 5**

No Problema 4, a corrente através de $R_2$ sob uma corrente contínua constante é
A. 10 mA. B. 20 mA. C. 40 mA. D. 20 mA por segundo. E. Zero.

**Solução**

Sob uma corrente contínua constante, os indutores devem ser considerados como curtos-circuitos (desprezando-se suas resistências). Com $R_2$ reduzida por $L_2$, a corrente através de $R_2$ é zero. Alternativa E.

## INDUTORES EM PARALELO

Referindo-se à Fig. 3-4, a auto-indutância total, $L_T$, é dada por meio de

$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} \quad \text{("fórmula inversa")}$$

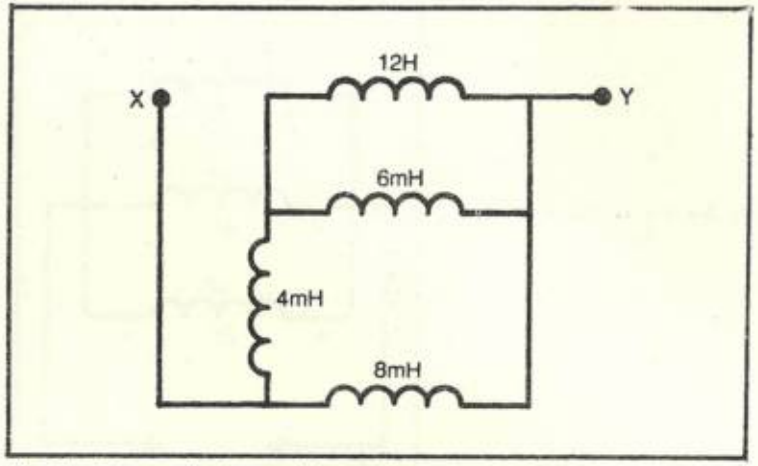



Fig. 3-5 Indutores ligados em série-paralelo.

A taxa total de variação de corrente associada à voltagem da fonte, $E_T$, é a soma das taxas individuais de variação de corrente existentes nos ramos em paralelo. Desprezando-se quaisquer efeitos resistivos associados aos indutores, a potência total dissipada no circuito é zero.

Para dois indutores em paralelo, a auto-indutância total,

$$L_T = \frac{L_1 \times L_2}{L_1 + L_2}$$

Para indutores de valor igual em paralelo, $L_T = L/N$, onde L é a auto-indutância de um só indutor e N o número de indutores iguais.

Observe que as fórmulas para calcular a indutância total de indutores em paralelo são as mesmas empregadas para determinar a resistência total de resistores em paralelo.

Conclui-se portanto que os métodos de obtenção da resistência total de um circuito série-paralelo podem ser também aplicados ao mesmo tipo de combinação de indutores.

**Problema 1**

Considerando-se um acoplamento zero entre as bobinas de Fig. 3-5, a auto-indutância total existente entre os pontos X e Y é:

A. 2 mH. B. 4 mH. C. 6 mH. D. 8 mH. E. 12 mH.

**Solução**

Os indutores de 12 mH e 6 mH estão em paralelo de forma que sua indutância total é:



$$\frac{12 \times 6}{12 + 6} = \frac{78}{18} = 4\,\text{mH}$$

que está em série com o indutor de 4 mH. A indutância total de um ramo entre X e Y é portanto 4 + 4 = 8 mH, que está em paralelo com o outro ramo que contém o indutor de 8 mH. A indutância total entre X e Y é 8/2 = 4 mH. Alternativa B.

**Problema 2**

No Problema 1, uma voltagem constante de C. C., de 24 mV, é aplicada entre os pontos X e Y. A taxa de variação de corrente através do indutor de 12 mH é

A. 1 ampère por segundo. B. 2 ampères por segundo. C. 3 ampères por segundo. D. 4 ampères por segundo. E. 6 ampères por segundo.

**Solução**

A taxa total de variação de corrente é de 24 mV/4 mH = 6 ampères por segundo, de maneira que a taxa de variação de corrente através do indutor de 4 mH é de 6/2 = 3 ampères por segundo. Isto vai determinar uma razão de 2 para 1 entre os indutores de 6 mH e o de 12 mH, de forma que a taxa de variação de corrente através do indutor de 12 mH é 3 × 1/3 = 1 ampère por segundo. Alternativa A.

**Problema 3**

Desprezando-se quaisquer efeitos resistivos associados aos indutores, na Fig. 3-6, a taxa de variação de corrente através do indutor de reatância de 8H é:

A. 1,125 ampères por segundo. B. 5,0 ampères por segundo. C. 2,5 ampères por segundo. D. 1,0 ampère por segundo. E. 2,0 ampères por segundo.

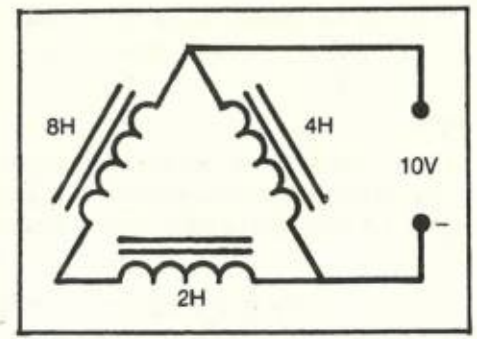



Fig. 3-6 Problema de indutância em série-paralelo.

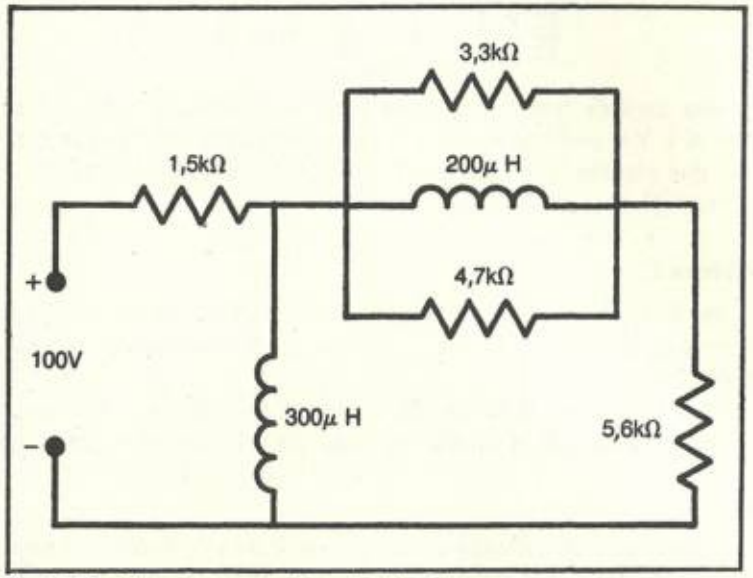


Fig. 3-7 Problema de um complexo circuito indutor.

**Solução**

Uma fonte de 10V é aplicada a dois indutores de reatância de 8H e 2H, em série. A taxa de variação de corrente do indutor de reatância de 8H é, portanto:

$$\frac{10}{8+2} = \frac{10}{10} = 1 \text{ ampère por segundo. Alternativa D.}$$

**Problema 4**

Desprezando-se quaisquer efeitos resistivos associados a indutores na Fig. 3-7, a condutância total do circuito é:

A. $6{,}7 \times 10^{-4}$ mho. B. 0,023 milimho. C. $0{,}14 \times 10^{-3}$ mho. D. $1{,}1 \times 10^{-4}$ mho. E. 7,0 microhms.

**Solução**

Os indutores devem ser considerados como curtos-circuitos virtuais sob uma corrente contínua constante. A resistência total do circuito é, portanto, 1,5 kΩ, a qual é equivalente a uma condutância total de

$$\frac{1}{1{,}5 \times 10^{3}} \text{ mho} = 6{,}7 \times 10^{-4} \text{ mho. Alternativa A.}$$



**Problema 5**

Na Fig. 3-8 a indutância total entre os pontos X e Y é:

A. 100 μ H. B. 200 μ H. C. 300 μ H. D. 400 μ H. E. 3,1 mH.

**Solução**

A indutância do ramo vertical = 300 + 200 = 500 μ H, que está então em paralelo com os três braços do outro indutor entre os pontos X e Y. Uma vez que 2mH = 2.000 μ H, a indutância total, $L_T$, é dada através de

$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{2\,000} + \frac{1}{500} + \frac{1}{400} + \frac{1}{200}$$

$$= \frac{1+4+5+10}{2\,000} = \frac{20}{2\,000} = \frac{1}{100}$$

Portanto, $L_T$ = 100 μH. Alternativa A.

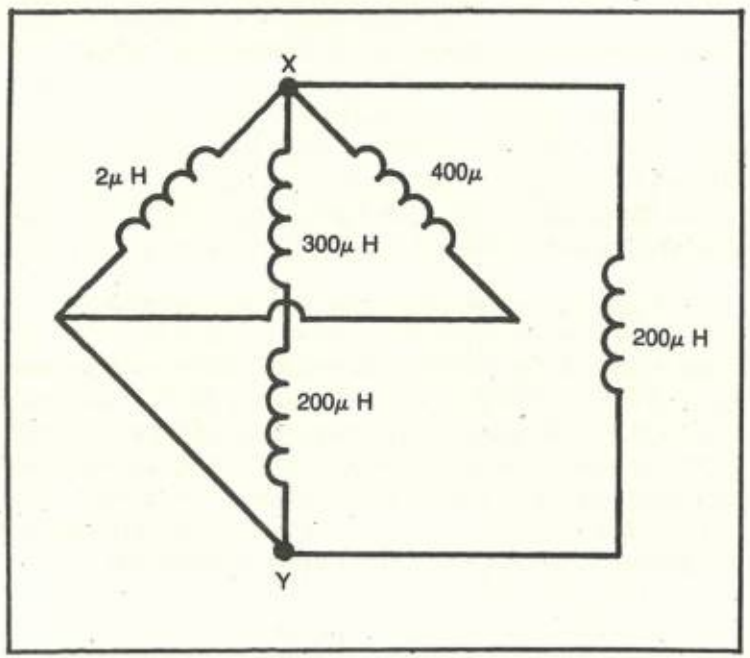


Fig. 3-8 Qual a indutância entre os pontos X e Y?

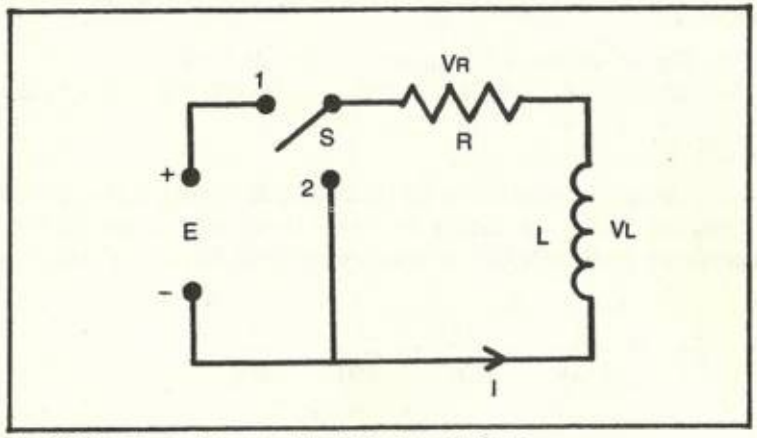



Fig. 3-9 Constante de tempo de indutância e resistência.

## CONSTANTE DE TEMPO DE UMA INDUTÂNCIA E UMA RESISTÊNCIA

Imediatamente após o interruptor S da Fig. 3-9 ser colocado na posição 1, as condições iniciais do circuito são

$$V_L = E, V_R = 0,1 = 0$$

e a taxa de aumento de amperagem é E/L ampères por segundo. A constante de tempo do circuito é L/R segundos, onde L é a indutância em henrys e R a resistência em ohms. Este é o tempo que a corrente leva para alcançar 63,2% de seu valor constante final, o qual é limitado apenas pela resistência, R.

Num período de L/R segundos depois que S é fechado na posição 1, as condições do circuito são

$$I = 63,2\% \text{ de } E/R, V_R = 63,2\% \text{ de } E, V_L = 36,8\% \text{ de } E$$

e a taxa de aumento da corrente é de 36,8% de E/L amperes por segundo (Fig. 3-10). Em 2 L/R segundos, a corrente atinge 86,5% de seu valor final e após 3 L/R e 4 1/R segundos, as percentagens correspondentes são 95,0% e 98,2%. Ao cabo de um período total de 5 L/R, considera-se encerrado o estado transiente e que o circuito atingiu seu estado constante final no qual I = E/R, $V_R$ = E, $V_L$ = 0 e a taxa de aumento da amperagem é zero. A energia então armazenada no campo magnético do indutor é

$$0,5LI^2 = \frac{0,5LE^2}{R^2}$$



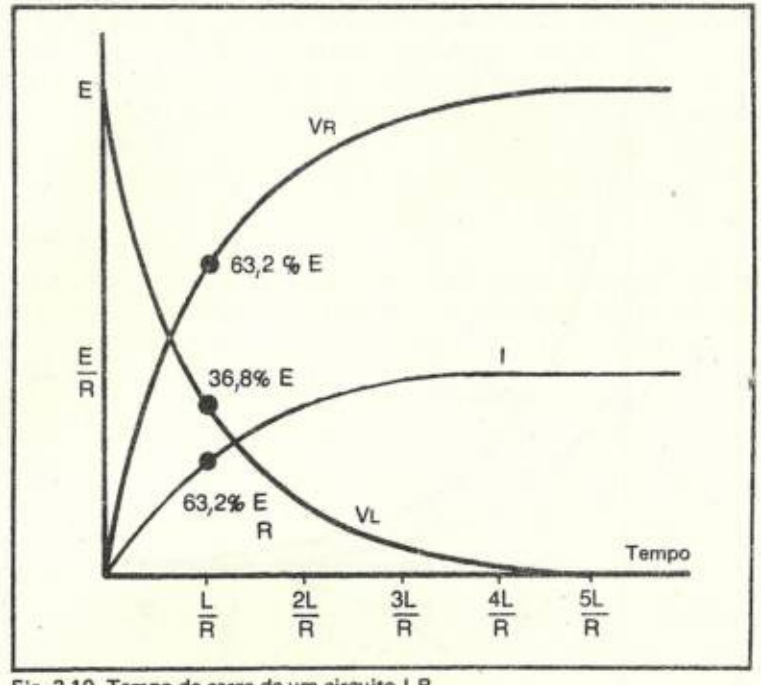



Fig. 3-10 Tempo de carga de um circuito LR.

Se ligarmos S na posição 2 (Fig. 3-9), as condições iniciais são I = E/R, $V_R$ = E, $V_L$ = −E e a taxa de queda de amperagem é de E/L ampères por segundo.

Observe que a polaridade de $V_L$ é inversa se comparada às condições em que S estava na posição 1, uma vez que o campo magnético do indutor está agora se reduzindo. Após um período de L/R segundos, as condições

**Tabela 3-1 Grandeza das constantes de tempo de circuitos que possuem indutância e resistência**

| L | R | Constante de tempo L/R |
|---|---|---|
| H | Ω | segundos |
| H | kΩ | milissegundos |
| H | MΩ | microssegundos |
| mH | Ω | milissegundos |
| mH | kΩ | microssegundos |
| mH | MΩ | nanossegundos |
| μH | Ω | microssegundos |
| μH | kΩ | nanossegundos |
| μH | MΩ | picossegundos |

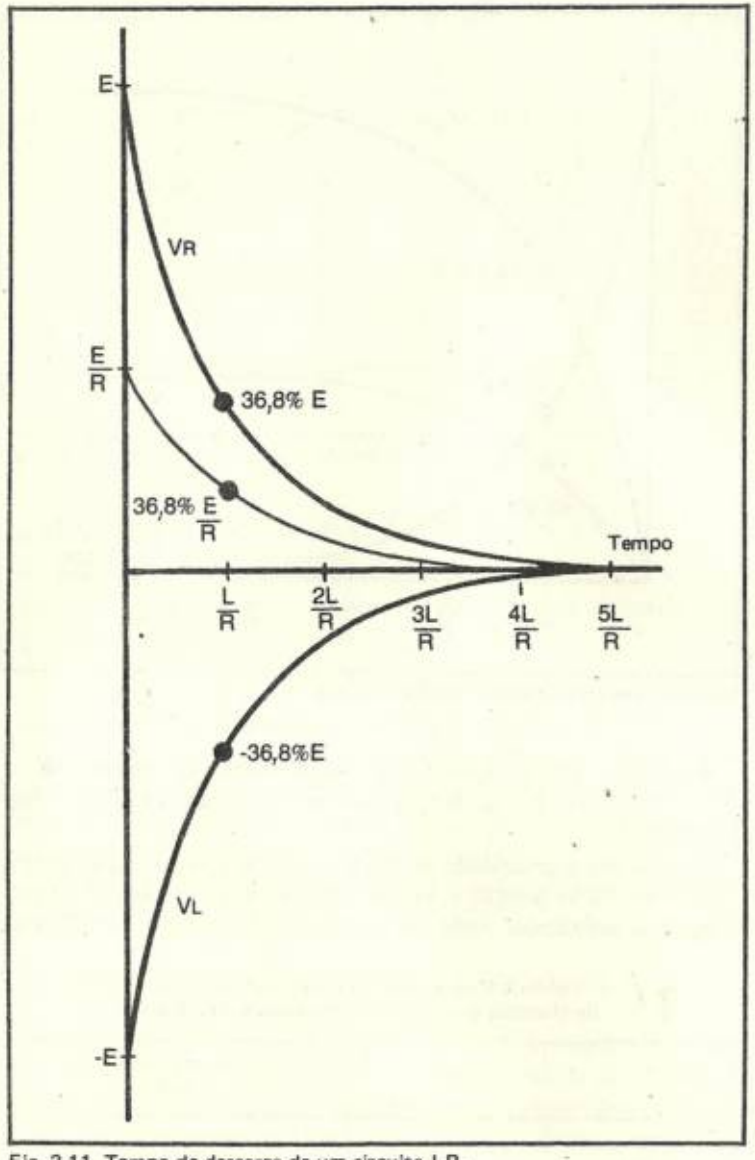



Fig. 3-11 Tempo de descarga de um circuito LR.

do circuito são I = 36,8% de E/R, $V_R$ = 36,8% de E, $V_L$ = 36,8% de E e a taxa de decréscimo da corrente é de 36,8% de E/L ampères por segundo (Fig. 3-11). Em e 2L/R segundos a corrente cai para 13,5% de E/R (e por conseguinte perdeu 86,5% de sua amperagem inicial). Após 3L/R



e 4 L/R segundos, a percentagem correspondente dos níveis da corrente são 5,0% e 1,8%. Após terminado um período total de 5 L/R, todos os valores do circuito são virtualmente zero.

A Tabela 3-1 pode ser usada para calcular a ordem dos valores da constante de tempo.

**Problema 1**

Um indutor de 15 mH, de resistência desprezível, é ligado em série com um resistor de 2,2 kΩ. Esta combinação tem uma constante de tempo de: A. 68 milissegundos. B. 34 microssegundos. C. 6,8 microssegundos. D. 33 microssegundos. E. 3,3 milissegundos.

**Solução**

Constante de tempo = L/R = $15 \times 10^{-3}$ H/$2,2 \times 10^{3}$ ohms = $6,8 \times 10^{-6}$ segundos = 6,8 microssegundos. Alternativa C.

**Problema 2**

Com referência à Fig. 3-12, em um período de 7,5 microssegundos após ligar o interruptor na posição 1, a queda de voltagem através do resistor de 200 ohms é de

A. Zero. B. 10V. C. 6,32V. D. 3,68V. E. 5V.

**Solução**

Constante de tempo do circuito é L/R = 250 H/200 ohms = 1,25 microssegundo. Uma vez que 7,5 microssegundos é um valor maior que 5L/R, o circuito atingiu seu estado constante, no qual a queda de voltagem do resistor de 200 ohms é de 10V. Alternativa B.

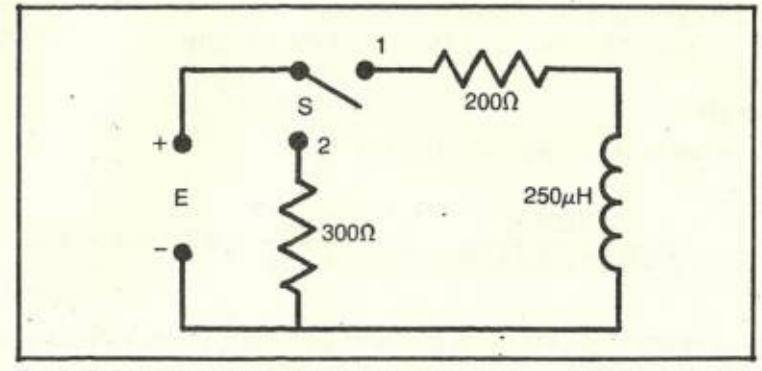



Fig. 3-12 Problema de constante de tempo.

**Problema 3**

No Problema 2, qual a amperagem do circuito quando S está fechado na posição 1 por um período de 1,25 microssegundo?

A. Zero. B. 50 mA. C. 25 mA. D. 18,4 mA. E. 31,6 mA.

**Solução**

O valor constante final da corrente é de 10V/200 ohms = 50 mA. Uma vez que a constante de tempo do circuito é de 1,25 microssegundo, a corrente atingiu 63,2% de seu estado constante final, ou seja, 50 X 63,2/100 = 31,6 mA. Alternativa E.

**Problema 4**

No Problema 2, consideramos que o circuito atingiu seu estado constante final com S na posição 1. Se S for então ligado na posição 2, qual a amperagem do circuito através de um resistor de 300 ohms após um período de 0,5 microssegundo?

A. 25 mA. B. 31,6 mA. C. 18,4 mA. D. 50 mA. E. Zero.

**Solução**

A corrente inicial com S na posição 2, é 10V/200 ohms = 50 mA. A nova constante de tempo é

$$\frac{250\ \mu H}{200\ \Omega + 300\ \Omega} = 0{,}5 \text{ microssegundo}$$

A corrente através do resistor de 300 ohms após 0,5 microssegundo é portanto 50 X 36,8/100 = 18,4. Alternativa C.

**Problema 5**

Na Fig. 3-13, o interruptor S será fechado; após um intervalo de 3,75 microssegundos, qual a voltagem do indutor?

A. Zero. B. 20V. C. 7,4V. D. 13,6V. E. 10V.

**Solução**

A constante de tempo do circuito é

$$\frac{30\text{ mH}}{3{,}3\text{ k}\Omega + 4{,}7\text{ k}\Omega} = \frac{30\text{ mH}}{8\text{ k}\Omega} = 3{,}75 \text{ microssegundos.}$$

A voltagem do indutor é portanto 20 X 36,8/100 = 7,4V, arredondados. Alternativa C.



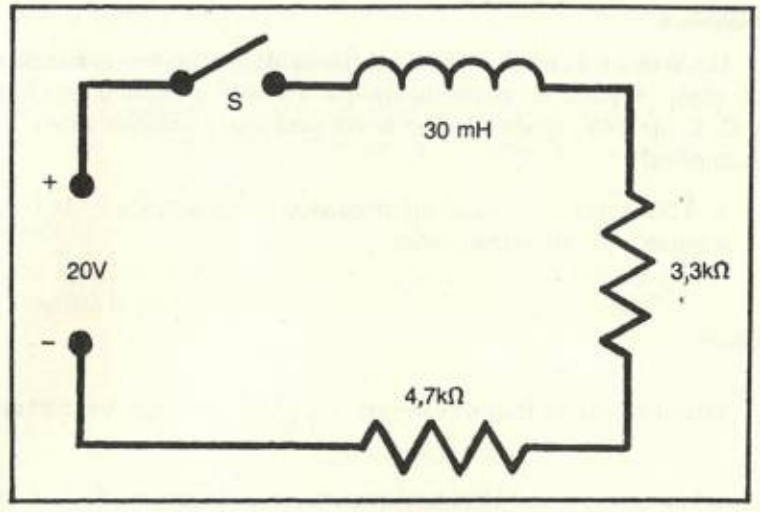



Fig. 3-13 Voltagem através de indutância como função de tempo.

**Problema 6**

A constante de tempo de um circuito em série LR é de 25 milissegundos. Se o valor de R é 20 kΩ, o valor de L será:

A. 40 mH. B. 1H. C. 250 mH. D. 25 mH. E. 400 mH.

**Solução**

Com uma constante de tempo de microssegundos e R medida em K, o valor de L é em mH.

L = Constante de tempo X R = 50 X 20 mH = 100 mH = 1H. Alternativa B.

**Problema 7**

A constante de tempo de um circuito em série LR é de 25 milissegundos. Se o valor de L é 5H, qual o valor de R?

A. 200 Ω. B. 2 kΩ. C. 500 Ω. D. 5 kΩ. E. 1,25 kΩ.

**Solução**

Com uma constante de tempo de milissegundo, e L medida em henrys, o valor de R será em KΩ.

$$R = \frac{L}{\text{constante de tempo}} = \frac{5}{25}\ \text{k}\Omega = 200\Omega.$$ Alternativa A.

**Problema 8**

Um indutor de reatância tem indutância de 2 henrys e resistência de 100 ohms. A partir do momento em que o mesmo é ligado a uma fonte de C. C. de 50V, quanto tempo levará para que a corrente atinja 316 miliampères?

A. 0,005 segundo B. 20 milissegundos. C. 0,1 segundo D. 0,025 segundo. E. 50 milissegundos.

**Solução**

Estado constante final da corrente = $\frac{50\ V}{100\ ohms} = 0{,}5\ A = 500\ mA.$

O nível da corrente de 316 mA representa por conseguinte $\frac{316}{500} \times 100$

= 63,2% do valor final de corrente e este nível será alcançado num intervalo de tempo igual à constante de tempo na qual

$\frac{L}{R} = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}$ segundo = 20 milissegundos. Alternativa B.

**Problema 9**

No Problema 8, quanto tempo levará para que a corrente atinja um nível de 0,475A?

A. 0,06 segundo B. 0,04 segundo. C.0,08 segundo E. 100 milissegundos. E. 150 milissegundos.

**Solução**

Um nível de 0,475A representa

$\frac{0{,}475}{0{,}5} \times 100 = 95\%$ do valor final da corrente.

Este valor será alcançado num intervalo de tempo de

$\frac{3L}{R} = 3 \times 20 =$ 60 milissegundos = 0,06 segundo. Alternativa A.



**Problema 10**

No Problema 8, em quanto tempo a corrente alcançará 0,65 A?

A. 0,08 segundo. B. 0,1 segundo. C. 0,2 segundo. D. 0,5 segundo. E. O nível de 0,65 A jamais será atingido.

**Solução**

O nível da corrente de estado constante final é 50V/100 ohms = 0,5 A. Portanto o nível de 0,65 jamais será alcançado. Alternativa E.

---

## PROBLEMAS PRÁTICOS

**Problema 1**

Um enrolamento composto de 2.500 espiras de fio de cobre nº 20 é usado na fabricação de um indutor de núcleo de ferro de 1,2H. Um segundo indutor com núcleo e dimensões idênticos é enrolado com 3.500 espiras de fio de cobre nº 30. A indutância da segunda bobina é:

A. 1,6 H. B. 860 mH. C. 2,4 H. D. 1,7H. E. 610 mH.

**Problema 2**

Desprezando-se quaisquer efeitos resistivos associados aos indutores da Fig. 3-14, a condutância total apresentada à fonte é:

A. $2 \times 10^{-4}$ mho. B. 25 kΩ. C. $4 \times 10^{-5}$ mho. D. $2{,}5 \times 10^{-4}$ mho. E. 4 kΩ.

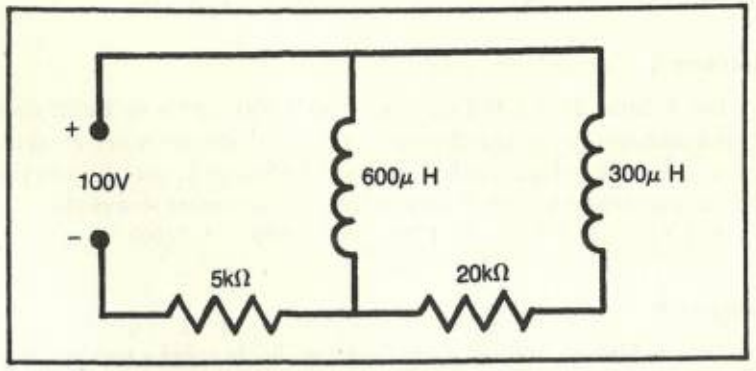



Fig. 3-14 Indutores num circuito de corrente contínua.

**Problema 3**

Um indutor de bloqueio com indutância de 2,5 H e resistência de 50 ohms é ligado a uma fonte de C.C. de 125V. No momento em que o circuito é completado, a taxa de aumento da amperagem é:

A. 2,5 ampères por segundo. B. 2,5 ampères. C. 2,38 ampères por segundo. D. 50,0 ampères por segundo. E. Zero.

**Problema 4**

No Problema 3, após um período de 50 milissegundos de complementação do circuito, a taxa de aumento da amperagem é de:

A. 15,8 ampères por segundo. B. 9,2 ampères por segundo. C. 18,4 ampères por segundo. D. 36,8 ampères por segundo. E. 15,0 ampères por segundo.

**Problema 5**

No Problema 3, após um período de 50 milissegundos, do momento em que o circuito foi fechado a corrente no circuito é

A. 2,5 A. B. Zero. C. 50 A. D. 0,92 A. E. 1,6 A.

**Problema 6**

No Problema 3, após decorrido um período de 3,0 segundos em que o circuito foi fechado, a taxa de aumento de amperagem é

A. 9,2 ampères por segundo. B. 15,0 ampères por segundo. C. 0,92 ampères por segundo. D. 1,6 ampères por segundo. E. Zero.

**Problema 7**

No Problema 3, após decorrido 0,275 segundo do momento em que o circuito foi fechado, a corrente no mesmo é

A. 2,5 A. B. Zero. C. 50 A. D. 0,92 A. E. 1,6 A.

**Problema 8**

Um indutor de 3,5 H é enrolado com 2.500 espiras de fio de cobre. Considerando-se que as suas dimensões e do seu núcleo permanecem as mesmas, é necessário reduzir a indutância para 2,5 henrys através da eliminação de certo número de espiras. O número restante de espiras será então:

A. 1.130. B. 2.100. C. 3.000. D. 1.800. E. 3.340.

**Problema 9**

Uma bobina de 500 $\mu$H é enrolada com fio de cobre e tem um núcleo de ar. Se o número de espiras, o diâmetro da bobina e o seu comprimento



forem dobrados, a indutância total será:

A. 500 $\mu$ H. B. 1 mH. C. 2 mH. D. 4mH. E. 8mH.

**Problema 10**

Uma bobina de 200 $\mu$ H, de resistência desprezível, é ligada em série com um resistor de 800 ohms através de uma fonte de C. C. de 10V. A partir do momento em que o circuito é fechado, quanto tempo levará para que a corrente atinja um valor final constante?

A. 0,25 microssegundo. B. $2,5 \times 10^{-6}$ volts. C. $12,5 \times 10^{-8}$ segundos. D. 0,001 25 milissegundo. E. 0,025 microssegundo.

---

## SOLUÇÕES

1. $$\frac{\text{Indutância total}}{\text{Indutância inicial}} = \left(\frac{\text{Número total de espiras}}{\text{Número inicial de espiras}}\right)^2$$

$$\frac{\text{Indutância total}}{1,2} = \left(\frac{3\,500}{2\,500}\right)^2$$

$$\text{Indutância total} = \left(\frac{3\,500}{2\,500}\right)^2 \times 1,2 = 2,4\text{H arredondados.}$$

Alternativa C.

2. Sob uma corrente contínua constante os indutores são considerados como curtos-circuitos virtuais. Nenhuma corrente circula através do resistor de 20 k$\Omega$ e a condutância apresentada à fonte é

$$\frac{1}{5\,000} = 2 \times 10^{-4} \text{ mho. Alternativa A.}$$

3. No momento em que o indutor é ligado à fonte, a taxa de aumento da amperagem é dada através de

$$\frac{E}{L} = \frac{125}{2,5} = 50 \text{ ampères por segundo. Alternativa D.}$$

4. A constante de tempo indutor é $\frac{L}{R} = \frac{2,5}{50} = 5 \times 10^{-2}$ segundo = 50 milissegundos. Após decorrido um período em que a corrente

atingiu um valor igual a constante de tempo, $V_L = 36,8\%$, de E, e a taxa de aumento da amperagem será de 36,8% do valor inicial, ou seja, 36,8% de 50 ampères por segundo como no Problema 3. Portanto a taxa de aumento da amperagem é

$$\frac{36,8}{100} \times 50 = 18,4 \text{ ampères por segundo. Alternativa D.}$$

5. Após um intervalo de 50 milissegundos decorridos, ou uma constante de tempo, a corrente terá atingido um percentual de 63,2% do valor final, que é igual a E/R ampères. A corrente é portanto:

$$I = \frac{E}{R} \times \frac{63,2}{100} = \frac{125}{50} \times 0,632 = 1,6A, \text{ arredondado.}$$

Alternativa E.

6. Uma vez que 0,3 segundos é um período de tempo maior que $5 \times L/R = 5 \times 50$ milissegundos = 0,25 segundo, o estado transiente está virtualmente no fim, e a corrente atingiu seu valor final. A taxa de aumento da amperagem é portanto zero. Alternativa E.

7. Após um intervalo de cinco constantes de tempo, que é $5 \times 50 = 250$ milissegundos = 0,25 segundo, a corrente terá atingido seu valor constante de

$$E/R = \frac{125}{50} = 2,5A. \text{ Alternativa A.}$$

8. $$\frac{\text{Indutância total}}{\text{Indutância inicial}} = \left(\frac{\text{Número total de espiras}}{\text{Número inicial de espiras}}\right)^2$$

Número total de espiras = Número inicial de espiras

$$\times \sqrt{\frac{\text{Indutância total}}{\text{Indutância inicial}}} \times d = 2\,500 \times \sqrt{\frac{2,5}{3,5}} = 2\,100$$

espiras, arredondado. Alternativa B.

9. A equação para a indutância de uma bobina é

$$L = \frac{4\pi N^2 A\mu}{10^9} H$$



Se N for substituído por 2N, A será substituído por 4A ($A = \frac{d^2}{4}$, onde $d$ é o diâmetro) e I é substituído por 2I. A indutância total será:

$$L = \frac{4\pi(2N)^2 (4A)\mu}{10^9 (2l)} = \frac{4\pi N^2 A\mu}{10^9 l} \times \frac{2^2 \times 4}{2}$$

$$= 500 \times 10^{-6} \times 8 = 4 \times 10^{-3} \text{ H} = 4 \text{ mH. Alternativa D.}$$

10. A corrente terá atingido seu valor constante final após um período de cinco constantes de tempo, que é igual a

$5 \times \frac{L}{R} = 5 \times \frac{200 \times 10^{-6}}{800} = 1,25 \times 10^{-6}$ segundo

= 1,25 microssegundos = 0,001 25 milissegundo. Alternativa D.

*Capítulo* **4**

# Capacitância

Capacitância é a propriedade que um circuito elétrico apresenta de opor-se a qualquer mudança súbita de voltagem. Podemos compará-la à indutância, somente que esta opõe-se a qualquer alteração de corrente, e também com a resistência, que é oposta à corrente e portanto limita o fluxo de corrente. A propriedade da capacitância está associada a um capacitor, o qual é um dispositivo que armazena carga e consiste essencialmente de duas superfícies condutoras ou placas separadas por um dielétrico.

A unidade básica da capacitância é o farad. A capacitância é 1 farad, quando a voltagem entre as placas do capacitor é 1 volt, e a carga armazenada 1 coulomb.

A equação referente a estes valores é Q = CE, onde Q = carga armazenada em coulombs, E = a voltagem entre as placas do capacitor, em volts, e C = a capacitância em farads.

Antes que a voltagem entre as placas do capacitor possa ser alterada, a carga ou coulombs armazenados no capacitor devem ser carregados. Isto requer que uma carga ou corrente de descarga (medida em ampères ou coulombs por segundo) circule por um período de tempo. Portanto um capacitor não pode carregar nem tampouco descarregar instantaneamente, e deve opor-se a qualquer mudança súbita de voltagem.

A capacitância, C, de um capacitor de placas paralelas (Fig. 4-1), é representada pela equação

$$C = \frac{AK}{11.31\,d}$$

onde C é a capacitância de um capacitor em picofarads (pF) ou micro-



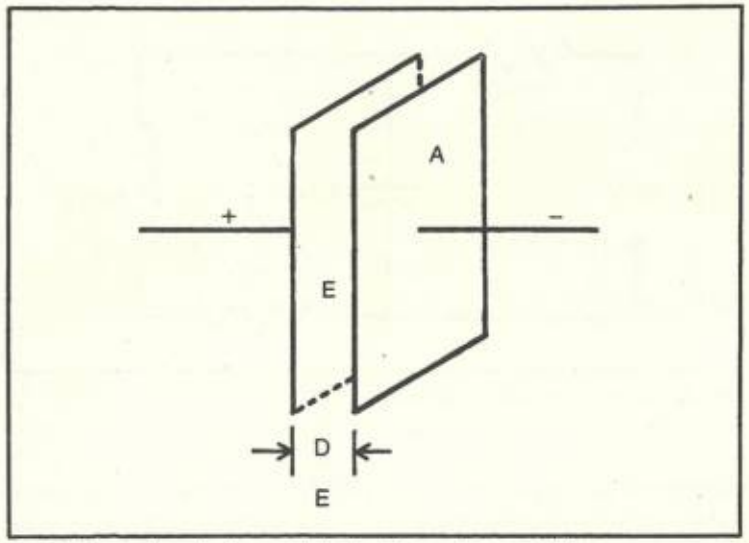



Fig. 4-1 Determinação da capacitância de duas placas paralelas.

farads ($\mu$ F), A = área de um lado de uma das placas em centímetros quadrados, K é a constante dielétrica (veja a Tabela 4-1) e $d$ é a separação (distância) entre as placas em centímetros.

A capacitância por conseguinte é diretamente proporcional à área das placas e à constante dielétrica, mas, inversamente proporcional à distância entre as placas. A energia armazenada no campo elétrico das placas do capacitor é = $0{,}5\,CE^2 = 0{,}5\,QE = 0{,}5\,Q^2/C$ joules. Note que quaisquer perdas de resis-

**Tabela 4-1 Constantes dielétricas de alguns materiais isolantes**

| Material | Constante dielétrica, K |
|---|---|
| Ar | 1,000 6 |
| Alumina | 4,5 - 8,4 |
| Cera virgem | 2,66 |
| Resina fusível de epóxi | 3,62 |
| Mica | 5,4 |
| Neoprene | 6,60 |
| Náilon | 3,5 |
| Porcelana | 6,0 - 8,0 |
| Quartzo (fusível) | 3,75 - 4,1 |
| Vidro silicoso | 3,8 |
| Esteatita | 5,5 - 7,5 |
| Teflon | 2,0 |
| Dióxido de titânio | 14 - 110 |

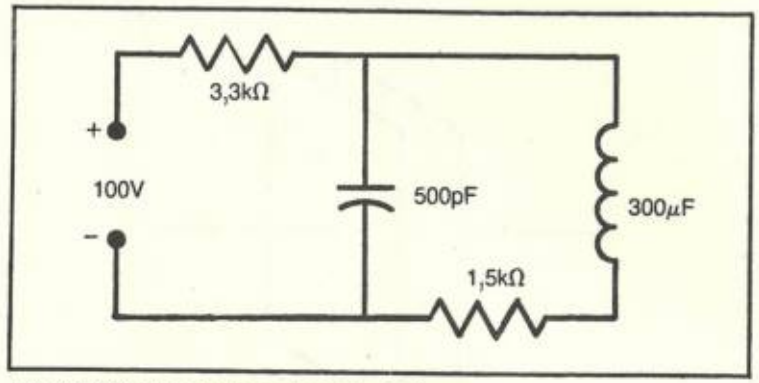



Fig. 4-2 Qual a condutância deste circuito?

tência associadas ao dielétrico e às placas são desprezadas. Um capacitor sob uma corrente contínua constante deve atuar como um circuito *aberto.*

**Problema 1**

A capacitância de um capacitor de placas paralelas com um dielétrico de ar é de 150 picofarads (pF). Se a área da placa e o afastamento entre as placas são ambos dobrados, e um isolante (constante dielétrica = 2) é substituído pelo ar, a capacitância total será

A. 150 pF. B. 75 pF. C. 300 pF. D. 600 pF. E. 1.200 pF.

**Solução**

Uma vez que a capacitância é diretamente proporcional à área das placas e ao valor da constante dielétrica, mas inversamente proporcional ao afastamento entre elas, a capacitância total será

$$150 \times \frac{2 \times 2}{2} = 300\text{pF}.$$ Alternativa C.

**Problema 2**

Desprezando quaisquer perdas associadas à bobina e ao capacitor na Fig. 4-2, a condutância total apresentada à fonte é

A. 4,8 milimhos. B. $3{,}0 \times 10^{-4}$ mho. C. $6{,}7 \times 10^{-4}$ mho. D. $2{,}1 \times 10^{-4}$ mho. E. 3,3 milimhos.



**Solução**

Com uma fonte de C. C. o capacitor pode ser considerado como um circuito aberto e o indutor como um curto-circuito. A resistência total do circuito é 3,3 + 1,5 = 4,8 kΩ, de forma que a condutância total apresentada à fonte é de

$$\frac{1}{4{,}8 \times 10^3} = 0{,}208 \ldots \times 10^{-3},$$ pela calculadora.

$$= 2{,}1 \times 10^{-4}$$ mho, arredondados. Alternativa D.

**Problema 3**

Desprezando-se quaisquer perdas relativas a bobina e ao capacitor, a resistência total apresentada à fonte da Fig. 4-3 é

A. 12 kΩ. B. 6 kΩ. C. 18 kΩ. D. 4 kΩ. E. $1{,}67 \times 10^{-4}$ mho.

**Solução**

O indutor deve ser considerado como um curto-circuito e os capacitores como circuitos abertos. O circuito, então, se reduz a uma combinação paralela dos resistores de 12 kΩ e de 6 kΩ. A resistência total apresentada à fonte é, portanto

$$\frac{12 \times 6}{12 + 6} = \frac{72}{18} = 4\ \text{kΩ}.$$ Alternativa D.

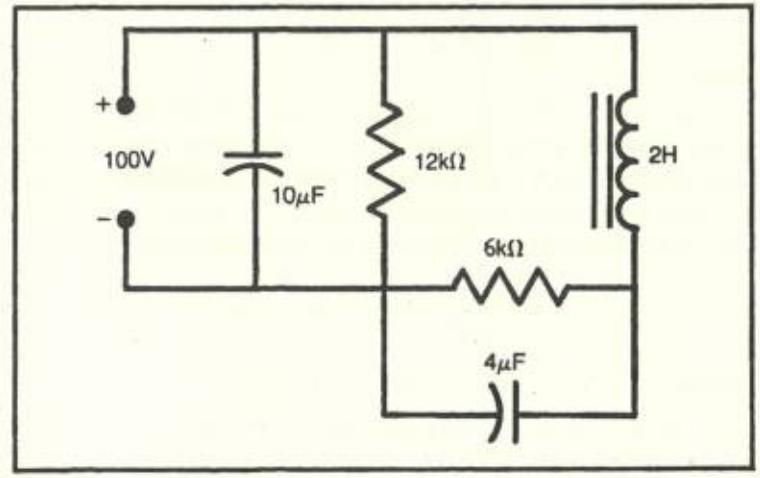



Fig. 4-3 Qual a resistência efetiva deste circuito?

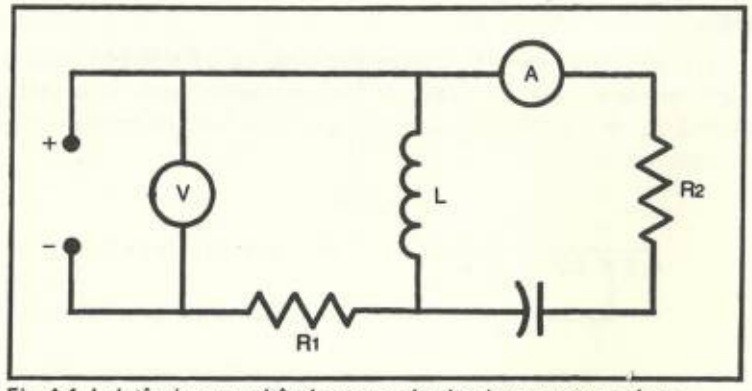


Fig. 4-4 Indutância e capacitância em um circuito de corrente contínua.

**Problema 4**

Desprezando-se quaisquer perdas originadas pela bobina ou pelo capacitor, a potência total dissipada no circuito da Fig. 4-4 pode ser determinada por

A. (Leitura de V) × (Leitura de A)  B. $\frac{(\text{Leitura de V})^2}{R_1 + R_2}$

C. (Leitura de A)$^2$ × ($R_1 + R_2$)  D. $\frac{(\text{Leitura de V})^2}{R_1}$

E. (Leitura de A)$^2$ × $R_1$.

**Solução**

Uma vez que a fonte de voltagem é uma C. C., o indutor deve ser considerado como um curto-circuito enquanto o capacitor como um circuito aberto. A leitura de A é por conseguinte zero e a resistência total do circuito (qual apresentada à voltagem da fonte, V) é portanto igual ao valor de $R_1$. A potência total dissipada pode ser determinada por

$$\frac{(\text{Leitura de V})^2}{R_1}.$$ Alternativa D.

**Problema 5**

Em uma corrente contínua constante, desprezando-se quaisquer perdas associadas ao capacitor, o potencial no ponto X, na Fig. 4-5 é

A. Zero. B. +100 V. C. +50 V. D. −50 V. E. −100 V.



**Solução**

Sob uma C. C. constante, o capacitor deve ser considerado como um circuito aberto e a corrente circulará através do resistor $R_1$. O potencial no ponto X é portanto zero. Alternativa A.

**Problema 6**

No Problema 5, o potencial no ponto Y é

A. Zero. B. +100 V. C. +50 V. D. -50 V. E. -100 V.

**Solução**

Sob uma C. C. constante, o capacitor deve ser carregado em 100 V. O potencial no ponto Y será portanto +100 V. Alternativa B.

**Problema 7**

No Problema 5, a carga armazenada no capacitor é

A. Zero. B. 200 microcoulombs. C. 400 microcoulombs. D. 800 microcoulombs. E. 1.600 microcoulombs.

**Solução**

Uma vez que Q = CE, a carga aramazenada é $4 \times 10^{-6} \times 100$ coulombs = 400 microcoulombs. Alternativa C.

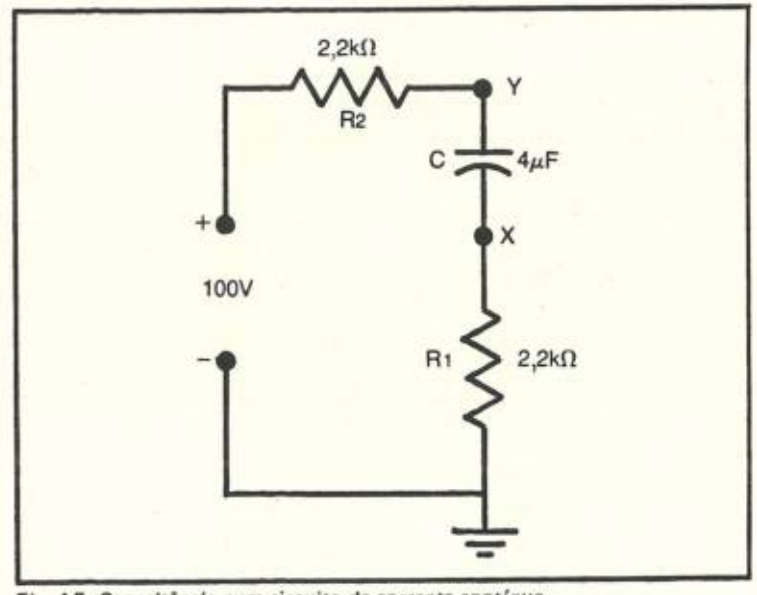


Fig. 4-5 Capacitância num circuito de corrente contínua.

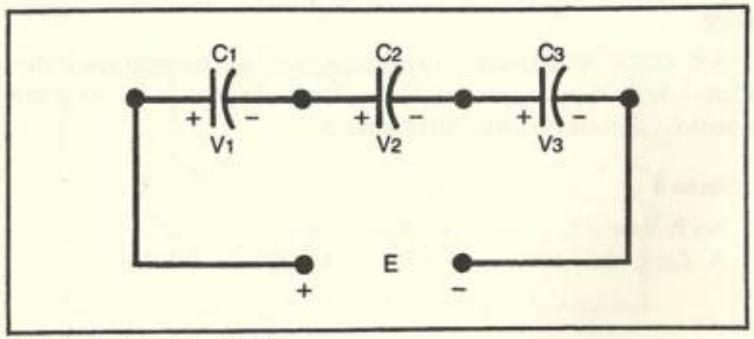



Fig. 4-6 Capacitores em série.

**Problema 8**

No Problema 5, a energia armazenada no capacitor é
A. 400 microjoules. B. $20 \times 10^{-4}$ joule. C. 0,4 joule. D. 4.000 microjoules. E. $2 \times 10^{-2}$ joule.

**Solução**

A energia armazenada é
$0{,}5CE^2 = 0{,}5 \times 4 \times 10^{-6} \times 100 \times 100 = 2 \times 10^{-2}$ joule. Alternativa E.

## CAPACITORES EM SÉRIE

Os capacitores em série, conforme mostrados na Fig. 4-6, transportam a mesma carga, Q.

$$V_1 = \frac{Q}{C_1} = E \times \frac{C_T}{C_1}, \quad V_2 = \frac{Q}{C_2} = E \times \frac{C_T}{C_2},$$

$$V_3 = \frac{Q}{C_3} = E \times \frac{C_T}{C_3}$$

$$E = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{Q}{C_T}$$

onde a capacitância total, $C_T$, é dada por

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \quad \text{("fórmula inversa")}$$

Compare com a fórmula

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

para resistores em paralelo.



Energia total armazenada $= 0{,}5\, C_T E^2 = 0{,}5\, QE = 0{,}5\, \frac{Q^2}{C_T}$ joules.

Para dois capacitores em série, $C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$.

Para capacitores de valor igual em série

$$C_T = \frac{C}{N}$$

onde C é a capacitância de um capacitor e N o número de capacitores de igual valor.

**Problema 1**

No circuito mostrado na Fig. 4-7, a voltagem do capacitor de 12$\mu$F é
A. 40 V. B. 60 V. C. 20 V. D. 33 V. E. 50 V.

**Solução**

A capacitância total, $C_T$, é dada através de

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{3+2+1}{24} = \frac{1}{4}$$

$C_T$ é por conseguinte igual a 4 $\mu$F e a carga total armazenada é 4 $\mu$F $\times$ $\times$ 120 V = 480 microcoulombs. Esta também é a carga armazenada por cada capacitor, individualmente, de maneira que a voltagem do capacitor de 12 $\mu$F é

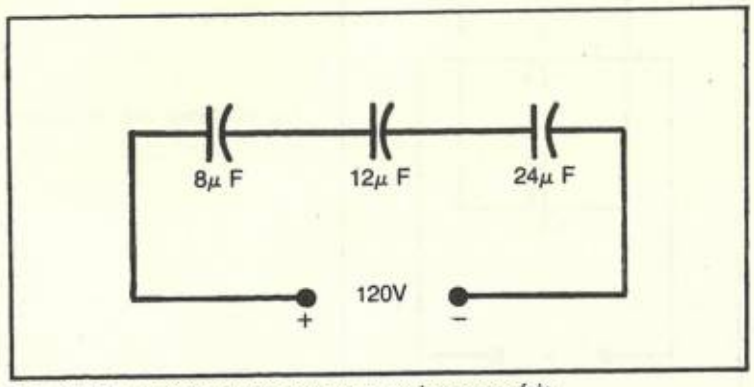



Fig. 4-7 Distribuição de voltagem em capacitores em série.

$$\frac{480 \text{ microcoulombs}}{12\ \mu F} = 40V$$

Alternativamente, $V_1 = E \times \frac{C_T}{C_1} = 120 \times \frac{4}{12} = 40$ V. Alternativa A.

**Problema 2**

No Problema 1, a energia armazenada no capacitor de 8 $\mu$F é
A. 0,028 8 joule. B. 1.440 microjoule. C. $144 \times 10^{-2}$ joule.
D. $3{,}0 \times 10^{-3}$ joule. E. $2{,}88 \times 10^{-3}$ joule

**Solução**

$$\text{Energia armazenada} = 0{,}5 \times \frac{Q^2}{C} = \frac{0{,}5 \times (480 \times 10^{-6})^2}{8 \times 10^{-6}}$$

$$= 1 \times 30 \times 480 \times 10^{-6} = 14\,400 \times 10^{-6}$$

$$= 1{,}44 \times 10^{-2} \text{ joule. Alternativa C.}$$

## CAPACITORES EM PARALELO

Referindo-se à Fig. 4-8, as cargas armazenadas individualmente pelos capacitores são

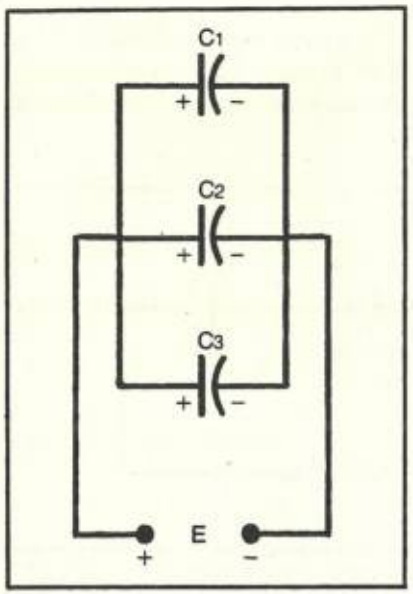



Fig. 4-8 Capacitores em paralelo.



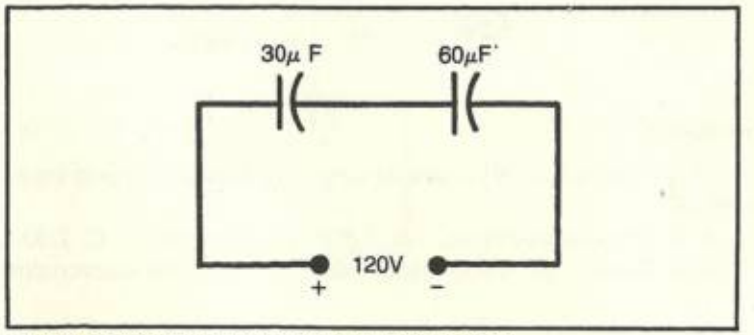



Fig. 4-9 Distribuição de carga em capacitores em série.

$$Q_1 = C_1E,\ Q_2 = C_2E,\ Q_3 = C_3E$$

Carga total armazenada, $Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = E \times C_T$ coulombs, onde $C_T$ é a capacitância total dada através de

$$C_T = C_1 + C_2 + C_3$$

Compare esta fórmula à $R_T = R_1 + R_2 + R_3$, para resistores em série. A energia total armazenada é

$$0{,}5C_TE^2 = 0{,}5 \times \frac{Q_T^2}{C_T} = 0{,}5Q_TE \text{ joules}$$

**Problema 1**

No circuito mostrado na Fig. 4-9, dois capacitores são carregados numa fonte de 120 V. Cada capacitor é retirado cuidadosamente da fonte e são então ligados em paralelo, com suas duas placas positivas ligadas entre si e as duas negativas também de modo igual. A voltagem através desta combinação em paralelo é
A. 30,0 V. B. 53,3 V. C. 60,0 V. D. 26,7 V. E. 45,0 V.

**Solução**

A capacitância total dos dois capacitores em série é

$$\frac{30 \times 60}{30 + 60} = 20\mu F$$

E a carga em cada capacitor = 20 $\mu$F × 120 V = 2.400 microcoulombs. Quando ligados em paralelo, a capacitância total é de 30 + 60 = 90 $\mu$F e a carga total armazenada é 2 × 2.400 = 4.800 microcoulombs. A voltagem através da combinação paralela é

$$\frac{4\,800}{90} = 53{,}3\text{V}.$$ Alternativa B.

**Problema 2**

No Problema 1, qual o valor da carga final armazenada pelo capacitor de 30 $\mu$F?

A. 1.600 microcoulombs. B. 1.200 microcoulombs. C. 3.000 microcoulombs. D. 2.400 microcoulombs. E. 3.200 microcoulombs.

**Solução**

A carga armazenada pelo capacitor de 30 $\mu$F é 53,3 V $\times$ 30 $\mu$F = 1.600 microcoulombs. Alternativa A. Note que a carga armazenada pelo capacitor de 60 $\mu$F será de 3.200 microcoulombs, somando uma carga total de 1.600 + 3.200 = 4.800 microcoulombs (de acordo com a solução do Problema 1).

**Problema 3**

No Problema 1, qual o valor da energia armazenada no capacitor de 60 $\mu$F?

A. 6.670 microjoules. B. 3.330 microjoules. C. 0,016 7 joule. D. 53,3 milijoules. E. 0,085 2 joule.

**Solução**

Energia armazenada = 0,5 $CV^2$ = 0,5 $\times$ 60 $\times$ $10^{-6}$ $\times$ $(53{,}3)^2$ = = 85 226 7 $\times$ $10^{-6}$, pela calculadora = 0,085 2 joule, arredondado. Alternativa E.

**Problema 4**

Qual o valor da capacitância total entre os pontos X e Y da Fig. 4-10?

A. 50 $\mu$F. B. 3,9 $\mu$F. C. 8 $\mu$F. D. 20 $\mu$F. E. 7,5 $\mu$F.

**Solução**

A capacitância total dos capacitores de 32 $\mu$F e 8 $\mu$F, em paralelo, é 32 + 8 = 40 $\mu$F, que estão em série com o capacitor de 10 $\mu$F.

Capacitância total = $\frac{40 \times 10}{40 + 10} = \frac{400}{50} = 8\ \mu$F. Alternativa C.



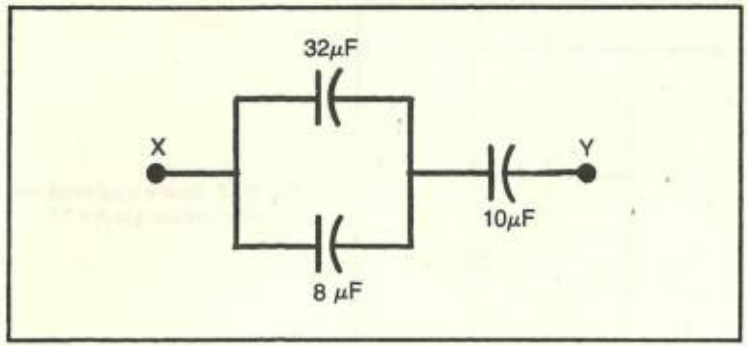



Fig. 4-10 Determinação do valor total de capacitores ligados numa configuração série-paralelo.

**Problema 5**

Sob uma C. C. constante e desprezando-se quaisquer perdas de resistência associadas à bobina e ao capacitor, a queda de voltagem em $R_1$, na Fig. 4-11, é

A. Zero. B. 25 V. C. 50 V. D. 75 V. E. 100 V.

**Solução**

Numa C. C. constante, o indutor deve ser considerado como um curto-circuito e os capacitores como circuitos abertos. Não haverá fluxo de corrente através de $R_1$ cuja queda de voltagem é, por essa razão, zero. Resposta A. Note que ambos os capacitores serão carregados em 100 V e que as quedas de voltagem através de $L_1$ e $R_2$ são também zero.

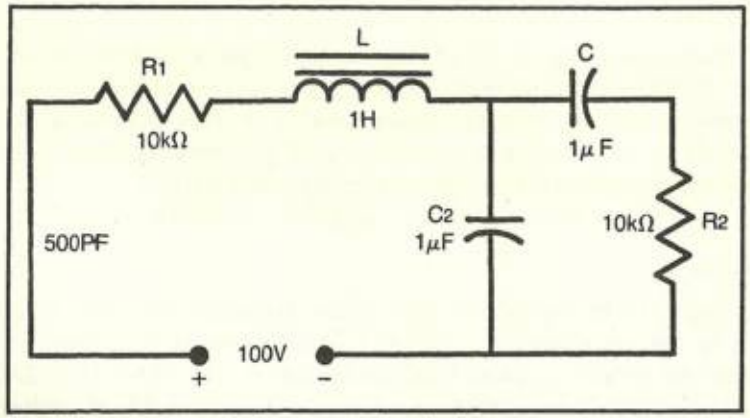



Fig. 4-11 Capacitores e indutores num circuito de c.c.

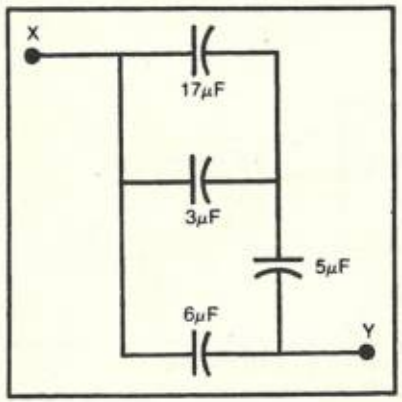



Fig. 4-12 Qual é a capacitância entre os pontos X e Y?

**Problema 6**

Na Fig. 4-12, a capacitância total entre os pontos X e Y é

A. 31μF. B. 4,2 μF. C. 2,4 μF. D. 10 μF. E. 13,6 μF.

**Solução**

A capacitância total dos capacitores de 17 μF e de 3 μF, em paralelo, é 17 + 3 = 20 μF, que está em série com o capacitor de 5 μF. A capacitância total de um ramo entre X e Y é, por conseguinte,

$$\frac{20 \times 5}{20 + 5} = 4\mu F$$

que está em paralelo com o capacitor de 6 μF. A capacitância total entre X e Y é 4 + 6 = 10 μF. Alternativa D.

**Problema 7**

Dois capacitores de 10 μF são carregados em série a uma fonte de C. C. de 240 V. A fonte então é removida e os dois capacitores são ligados adequadamente em paralelo (placa positiva + placa positiva, negativa + negativa) Se um terceiro capacitor de 10 μF, descarregado, for ligado à combinação paralela, a voltagem do terceiro capacitor é

A. 40 V. B. 60 V. C. 80 V. D. 120 V. E. 240 V.

**Solução**

Enquanto os capacitores estão sendo carregados em série, a voltagem de cada um deles é de 240/2 = 120 V. Quando os capacitores estão ligados em paralelo, a carga total armazenada é 2 X 120 X 10 = 2.400 microcoulombs. A capacitância total final é 3 X 10 = 30 μF e voltagem do terceiro capacitor será de



$$\frac{2\,400}{30} = 80V$$ . Alternativa C.

**Problema 8**

No Problema 7, a perda de energia que ocorre ao ser ligado o terceiro capacitor é de

A. 1,44 X $10^5$ microjoules. B. 9,6 X $10^4$ microjoules. C. 24 milijoules. D. 24,0 X $10^4$ microjoules. E. 0,048 joule.

**Solução**

A energia total armazenada antes da ligação do terceiro capacitor é de 0,5 QV = 0,5 X 2.400 microcoulombs X 120 V = 144.000 microjoules.

Energia armazenada final $= 0,5 \times 30\mu F \times (80V)^2$

$= 15 \times 6\,400 = 96\,000$ microjoules

A energia perdida (na forma de descarga que ocorre quando o terceiro capacitor é ligado) é de 144.000 − 96.000 = 48.000 microjoules = 0,048 joule. Alternativa E.

**Problema 9**

Um total de capacitores de 1 μF, taxados a 250 V, são disponíveis. Quantos deles são necessários para produzir uma combinação de 0,5 μF, cuja taxa é 1.000 V?

A. 4. B. 8. C. 12. D. 16. E. 24.

**Solução**

Devem ser usados quatro capacitores de 1 μF ligados em série, de forma a se obter uma taxa de 1.000 V. Contudo, a capacitância total desta ligação em série é de apenas 1/4 = 0,25 μF, e portanto, devem ser feitas duas combinações iguais, num total de oito capacitores, em paralelo, para produzir uma capacitância final de 2 X 0,25 = 0,5 μF. Alternativa B.

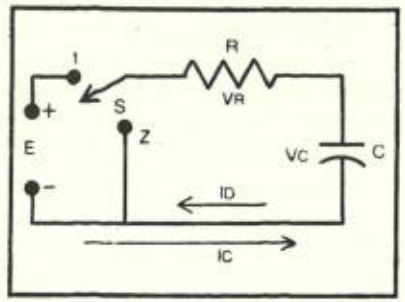



Fig. 4-13 Constante de tempo de capacitor e resistor.

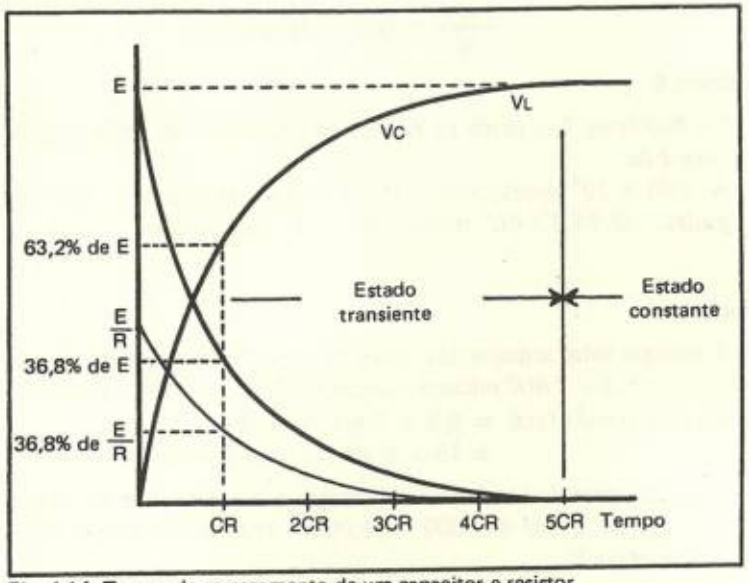


Fig. 4-14 Tempo de carregamento de um capacitor e resistor.

## CONSTANTE DE TEMPO DE UM CAPACITOR E RESISTÊNCIA

No circuito da Fig. 4-13, o capacitor, C, está descarregado. As condições do circuito, imediatamente depois que o interruptor S é fechado na posição 1, são

$$Q = 0,\ V_C = 0,\ V_R = E$$

E a corrente de carga,

$$I_C = \frac{E}{R}$$

onde Q é a carga medida em coulombs, e deve ser zero, uma vez que um capacitor não pode nem carregar nem descarregar instantaneamente. Tendo em vista que não há nenhuma voltagem no capacitor até o momento em que o S é levado à posição 1, o capacitor deve primeiramente agir como um curto-circuito.

A constante de tempo do circuito é CR segundos, onde C é medida em farads e R em ohms. Após um intervalo de tempo de CR segundos a partir do instante em que S é fechado na posição 1, as condições do circuito, conforme exemplificadas na Fig. 4-14, são

$$Q = 63{,}2\% \text{ de CE coulombs}$$

$$V_C = 63{,}2\% \text{ de E}$$



$$V_R = 3{,}68\% \text{ de E}$$

$$I_C = 36{,}8\% \text{ de } \frac{E}{R}$$

Seguindo-se um intervalo de 2 CR segundos a partir do instante em que S é fechado na posição 1, o capacitor já adquiriu 86,5% de sua carga final, CE coulombs (e a voltagem do capacitor é de 0,865E). Após 3 CR e 4 CR segundos, os percentuais de carga são, respectivamente, 95,0% e 98,2%. Após 5 CR segundos, considera-se que o circuito atingiu seu estado constante final, onde Q = CE, $V_C$ = E, $V_R$ = 0, $I_C$ = 0. O capacitor, totalmente carregado, comporta-se então como um circuito *aberto.*

Se S agora é colocado na posição 2, as condições iniciais são

$$Q = CE,\ V_C = E,\ V_R = -E,\ I_D = \frac{-E}{R}$$

Os sinais negativos de $V_R$ e $I_D$ indicam que a polaridade da queda de voltagem do resistor, $V_R$, foi invertida, uma vez que a corrente de descarga, $I_D$, tem direção oposta à da corrente de carga inicial, $I_C$. $I_D$ e $V_R$ são, por conseguinte, mostrados abaixo do eixo da constante de tempo, na Fig. 4-15. Após um período igual a uma constante de tempo (CR segundos), as condições são

$$Q = 36{,}8\% \text{ de CE}$$

$$V_C = 36{,}8\% \text{ de E}$$

$$V_R = 36{,}8\% \text{ de } (-E)$$

$$I_D = 36{,}8\% \text{ de } \left(-\frac{E}{R}\right)$$

Seguindo-se um intervalo de 2 CR a partir do instante em que S é colocado na posição 2, a carga do capacitor cai para 13,5% de CE coulombs (conseqüentemente o capacitor perdeu 86,5% de sua carga inicial). Após 3 CR e 4 CR segundos, as percentagens restantes de carga dos capacitores são, respectivamente, 5,0% e 1,8%.

Num período total de 5 CR segundos, considera-se que o capacitor está totalmente descarregado e os valores de todo o circuito estão em zero.

A ordem dos valores da constante de tempo pode ser determinada pela Tabela 4-2.

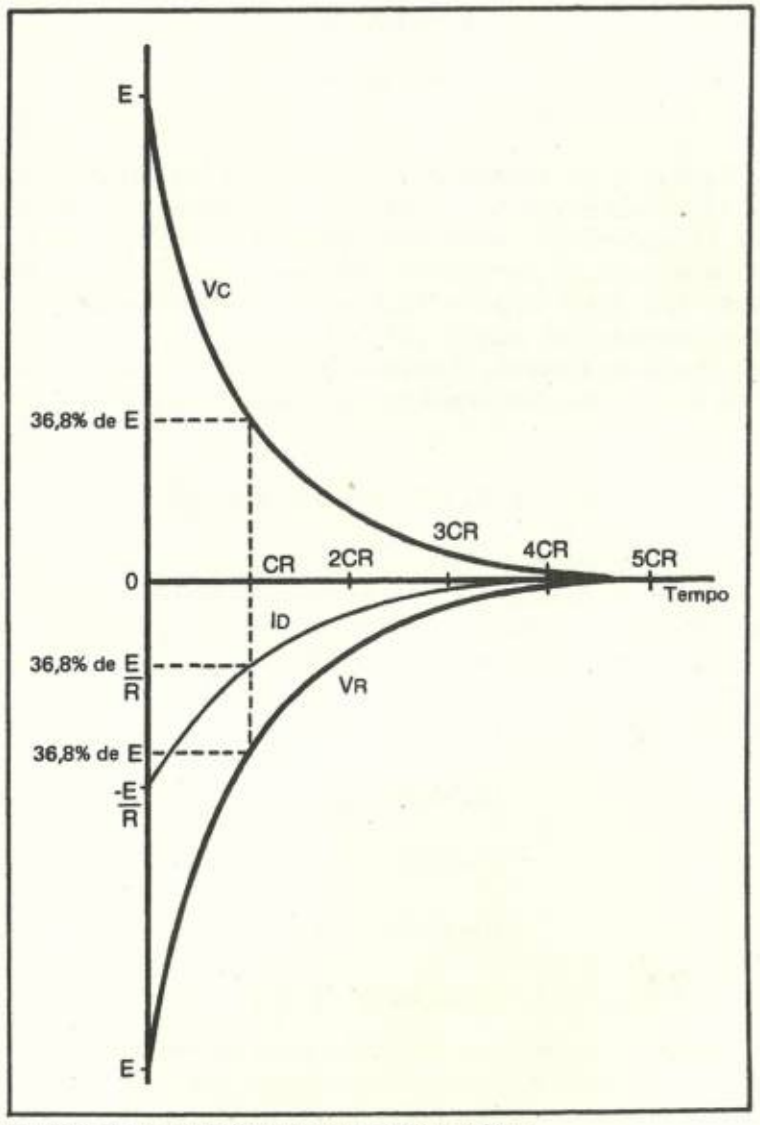



Fig. 4-15 Tempo de descarga de um capacitor e resistor.

**Problema 1**

Imediatamente após que o interruptor S é fechado, na Fig. 4-16, o valor da corrente é

A. Zero. B. 6 mA. C. 3 mA. D. 2 mA. E. Teoricamente infinito.



**Tabela 4-2 Valores das constantes de tempo de circuitos contendo capacitância e resistência**

| C | R | Constante de tempo CR |
|---|---|---|
| farads | ohms | segundos |
| $\mu$F | ohms | microssegundos |
| $\mu$F | k$\Omega$ | milissegundos |
| $\mu$F | M$\Omega$ | segundos |
| $\rho$F | ohms | picossegundos |
| $\rho$F | k$\Omega$ | nanossegundos |
| $\rho$F | M$\Omega$ | microssegundos |

**Solução**

Inicialmente o capacitor porta-se como um curto-circuito. O valor de I conseqüentemente é

$$\frac{120\text{V}}{20\ \text{k}\Omega + 40\ \text{kV}} = \frac{120\ \text{V}}{60\ \text{k}\Omega} = 2\ \text{mA}.$$ Alternativa D.

**Problema 2**

No Problema 1, o potencial no ponto Y, imediatamente após o instante em que S é fechado, é

A. 40 V. B. +80V. C. +120 V. D. Zero. E. -40 V.

**Solução**

O potencial no ponto Y é positivo e igual à queda de voltagem através de $R_2$. O potencial em Y é +(2 mA X 40 K$\Omega$) = +80 V. Alternativa B.

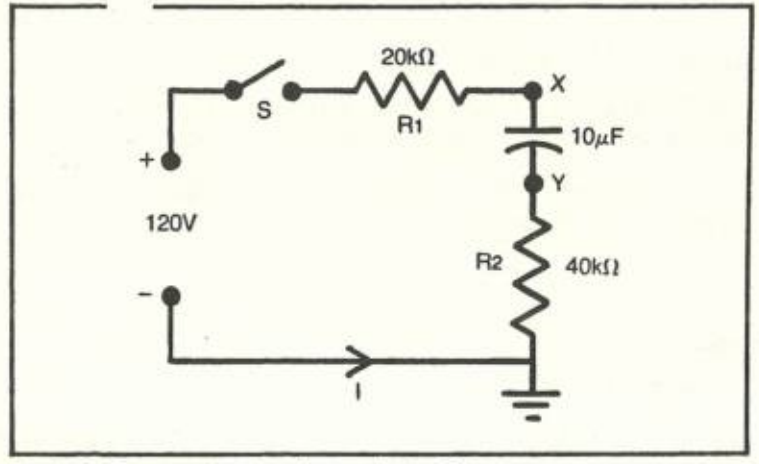



Fig. 4-16 Constante de tempo de um circuito CR.

Alternativa B. Note que quando o capacitor é inicialmente descarregado, o potencial no ponto X é também + 80V.

**Problema 3**

No Problema 1, decorreu um intervalo de 0,6 segundo, desde que S foi fechado. O valor da queda de voltagem em R1 é

A. 29,4 V. B. 14,7 V. C. 23,3 V. D. 46,5 V. E. Zero.

**Solução**

A constante de tempo do circuito é (20 KΩ + 40 KΩ) × 10 μF = 60 × 10 milissegundos = 0,6 segundo. O valor de I é 36,8% de 2 mA ou 0,736 mA. A queda de voltagem em R1 é, portanto, 20 × 0,736 = 14,7 V, arredondados. Alternativa B.

**Problema 4**

No Problema 1, um intervalo de tempo de 0,2 segundo é decorrido a partir do momento em que S foi fechado. A queda de voltagem do capacitor é

A. 103,8 V. B. 75,7 V. C. 120 V. D. 105,7 V. E. 98,2 V.

**Solução**

Uma vez que a constante de tempo do circuito é de 0,6 de segundo (veja a solução do Problema 3), um intervalo de tempo de 1,2 segundo é equivalente a 2 CR. A queda de voltagem do capacitor é em conseqüência 0,865 × 120 = 103,8 V. Alternativa A.

**Problema 5**

No Problema 1, a voltagem através do capacitor atingiu 114 V. Por quanto tempo o interruptor S esteve fechado?

A. 2,4 segundos. B. 1,8 segundo. C. 2,0 segundos. D. 2,2 segundos. E. 1,9 segundo.

**Solução**

A queda de voltagem do capacitor é de $\frac{114}{120} \times 100 = 95\%$ da voltagem da fonte. Isto irá acontecer em 3 CR = 3 × 0,6 = 1,8 segundo depois que S é fechado. Alternativa B.



**Problema 6**

No Problema 1, decorreu um intervalo de 2,4 segundos do momento em que S foi fechado. O valor de I então é

A 100 μA. B. 64 μA. C. 0,036 mA. D. 0,64 mA. E. 0,27 μA.

**Solução**

Um intervalo de 2,4 segundos é equivalente a 4 CR. O valor de I é

$$\frac{1,8}{100} \times 2 \text{ mA} = 0,036 \text{ mA}.$$ Alternativa C.

**Problema 7**

No Problema 1, um tempo de 4 segundos decorreu do instante em que S foi fechado. A carga então armazenada no capacitor C é

A. 440 microcoulombs. B. 0,004 4 coulomb. C. 760 microcoulombs. D. 0,007 6 coulomb. E. 1.200 microcoulombs.

**Solução**

Uma vez que 5 CR é apenas 5 × 0,6 = 3 segundos, o circuito terá atingido seu estado constante 4 segundos depois que S é fechado e C será carregado com 120 V. A carga então armazenada é igual a 120 V × 10 μF = 1.200 microcoulombs. Alternativa E.

**Problema 8**

Imediatamente após S ter sido fechado, na Fig. 4-17, o valor da corrente é

A. 6 mA B. 3 mA C. 2 mA D. Zero. E. Teoricamente infinito.

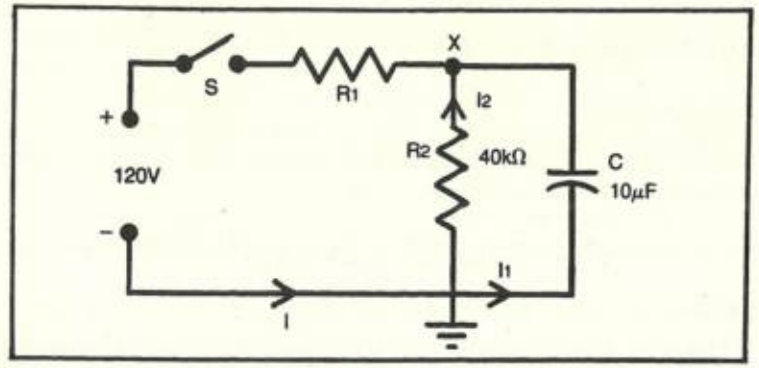



Fig. 4-17 Problema de constante de tempo.

**Solução**

Inicialmente o capacitor está descarregado e não há queda de voltagem através de $R_2$. $I_2$ é portanto zero e

$$I_1 = I = \frac{120V}{20\ k\Omega} = 6\ mA.$$ Altemativa A.

**Problema 9**

No Problema 8, a potência inicial no ponto X(imediatamente após o fechamento do interruptor) é

A. +120 V. B. +80 V. C. +40 V. D. Zero. E. -80 V.

**Solução**

Uma vez que o capacitor está inicialmente descarregado, o potencial no ponto X imediatamente após S ser fechado, é zero. Alternativa D.

**Problema 10**

No Problema 8, a constante de tempo do circuito é

A. 0,4 segundo. B. 0,133 segundo. C. 200 milissegundos. D. 600 milissegundos. E. 0,133 segundo.

**Solução**

Com relação aos terminais do capacitor, C, os resistores $R_1$ e $R_2$ estão em paralelo. A constante de tempo do circuito portanto é

$$C \times \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} = 10\mu F \times \frac{20 \times 40}{20 + 40}\ k\Omega$$

$= 10 \times 13{,}3$ milissegundos. Alternativa E.

**Problema 11**

No Problema 8, decorreram 0,75 de segundo após o instante em que S foi fechado. O valor da corrente, $I_2$, é

A. 6 mA B. 3 mA C. 2 mA D. Zero. E. Teoricamente infinito.

**Solução**

Uma vez que um tempo de 0,75 segundo excede o valor de 5 CR (veja a solução do Problema 10), o capacitor está completamente carregado e a corrente é zero. Portanto

$$I_2 = I = \frac{120V}{20\ k\Omega + 40\ k\Omega} = 2\ mA.$$ Alternativa C.

Observe que o potencial em X é de $+40\ k\Omega \times 2\ mA = +80$ V. Esta é a voltagem à qual o capacitor, C, foi carregado.

**Problema 12**

A constante de tempo de um circuito CR em série é 100 microssegundos. Se o valor de C é 200 pF, o valor de R é

A. 50 kΩ B. 5 MΩ C. 2 MΩ D. 500 kΩ E. 0,005 mΩ

**Solução**

Com uma constante de tempo de microssegundos e C medida em pF, o valor de R está em Mohms. Portanto,

$$R = \frac{\text{Constante de tempo}}{C} = \frac{100}{200}\ M\ ohms = 0{,}5\ M\ ohms.$$

$= 500\ k\Omega$. Alternativa D.

**Problema 13**

A constante de tempo de um circuito CR em série é de 400 milissegundos. Se o valor de R é 50 kΩ, o valor de C é

A. 1,25μF B. 20μF C. 0,2 μF D. 80 μF E. 8 μF

**Solução**

Com uma constante de tempo de milissegundos e R medida em kΩ, o valor de C está em ΩF. Portanto,

$$C = \frac{\text{Constante de tempo}}{R} = \frac{400}{50}\ \mu F = 8\ \mu F.$$ Alternativa E.

## PROBLEMAS PRÁTICOS

1. Se cada um dos capacitores mostrados na Fig. 4-18 tem um valor de 24 μF, qual a combinação que dará uma capacitância total de 16 μF?
A. a. B. b. C. c. D. d. E. e.

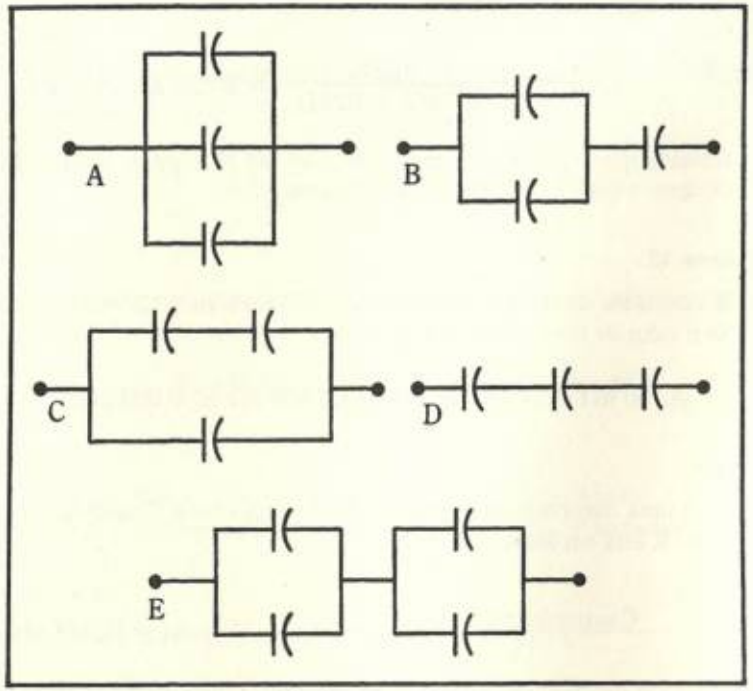



Fig. 4-18 Problema de capacitância.

2. Sob uma C.C. constante e desprezando-se quaisquer perdas devidas ao capacitor no circuito da Fig. 4-19, qual o potencial no ponto X?
A. +120 V. B. - 49,5 V. C. +70,5 V. D. +49,5 V. E. O potencial em X não pode ser determinado sem que se saiba o valor do capacitor.

3. No Problema 2, o valor da corrente é
A. Zero. B. 15 mA. C. 25,5 mA. D. 36,3 mA. E. 7,5 mA.

4. Dois capacitores de valor igual são ligados em paralelo a uma fonte de 600 V. Seguindo-se à retirada da fonte, um terceiro capacitor de mesmo valor é ligado aos capacitores originais. A voltagem do terceiro capacitor é
A. 466,7 V. B. 333,3 V. C. 400 V. D. 300 V. E. 250 V.

5. Dois capacitores de 10 $\mu$F são carregados em série em uma fonte de 240 V. A fonte então é removida e substituída por um terceiro capacitor de 10 $\mu$F descarregado. A voltagem através do terceiro capacitor é
A. 40 V. B. 60 V. C. 80 V. D. 120 V. E. 160 V.



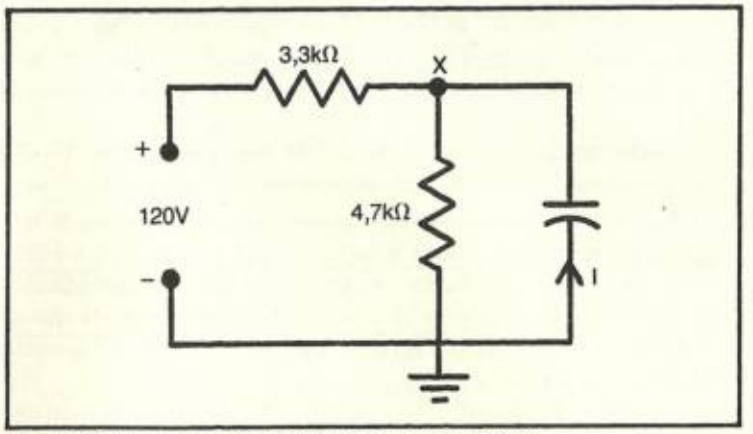



Fig. 4-19 Capacitor em um circuito de corrente contínua.

6. A constante de tempo do circuito mostrado na Fig. 4-20 é
A. 100 microssegundos. B. 200 microssegundos. C. 250 microssegundos. D. 300 microssegundos. E. 450 microssegundos.

7. No Problema 6, o potencial inicial no ponto X imediatamente após o fechamento de S é
A. +100 V. B. - 200 V. C. +200 V. D. +60 V. E. Zero.

8. No Problema 6, decorreu um intervalo de 0,6 milissegundos do instante em que S foi fechado. O potencial no ponto X é
A. +100 V. B. - 200 V. C. +200 V. D. +60 V. E. Zero.

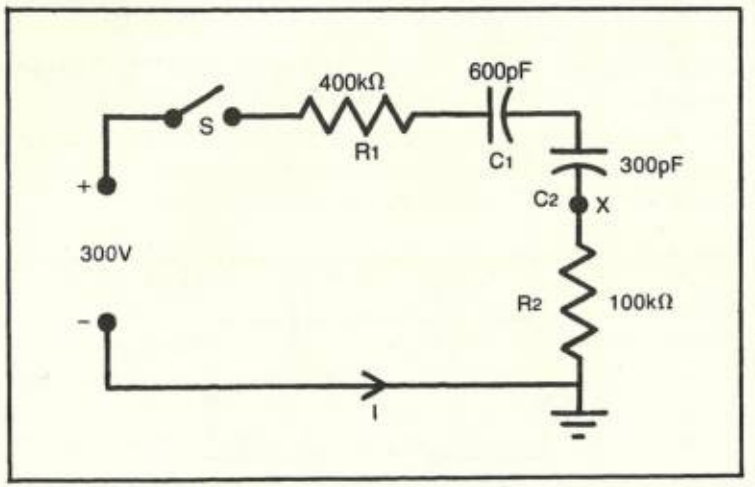



Fig. 4-20 Qual é a constante de tempo deste circuito?

9. No circuito mostrado na Fig. 4-21, os capacitores $C_1$, $C_2$, são carregados numa fonte de 120 V. A fonte então é retirada e os pontos X e Y são ligados. A carga então armazenada pelo capacitor de 6 $\mu$F é
   A. 2.400 microcoulombs. B. 1.200 microcoulombs. C. 3.200 microcoulombs. D. 1.600 microcoulombs. E. Zero.
10. Na Fig. 4-22, cada um dos capacitores tem um dielétrico de mica e código de cores com a faixa superior lida da esquerda para a direita, nas cores vermelha, vermelha e marrom, e a faixa inferior, da esquerda para a direita, verde, ouro e marrom. Considerando-se que cada capacitor tem capacitância igual ao seu valor nominal, a capacitância total entre os pontos X e Y é
    A. 110 pF. B. 220 pF. C. 330 pF. D. 147 pF. E. 660 pF.
11. Um capacitor de 250 pF é primeiramente carregado numa fonte de 20 V e então descarregado através de um resistor de 500 k$\Omega$. Após um período de 125 microssegundos do início da descarga, a queda de voltagem do resistor é
    A. 12,6 V. B. 20 V. C. 7,4 V. D. 6,3 V. E. Zero.
12. No Problema 11, a queda de voltagem através do capacitor caiu para 2,7 V. Em que período de tempo ocorreu a descarga?
    A. 125 microssegundos. B. 250 microssegundos. C. 375 microssegundos. D. 500 microssegundos. E. 62,5 microssegundos.
13. No Problema 11, o capacitor descarregou durante um período de 0,375 milissegundo. O valor da corrente de descarga é então
    A. 2 A. B. 40 A. C. 14,8 A. D. 5,4 A. E. Zero.
14. No Problema 11, a carga restante no capacitor é de 90 picocoulombs. A duração da descarga foi de
    A. 125 microssegundos. B. 250 microssegundos. C. 375 microssegundos. D. 500 microssegundos. E. 62,5 microssegundos.
15. No Problema 11, qual a voltagem do capacitor após um período de 0.65 milisegundo do instante do início da descarga?
    A. 20 V. B. 7,4 V. C. 2,7 V. D. 1,0 V. E. Zero.

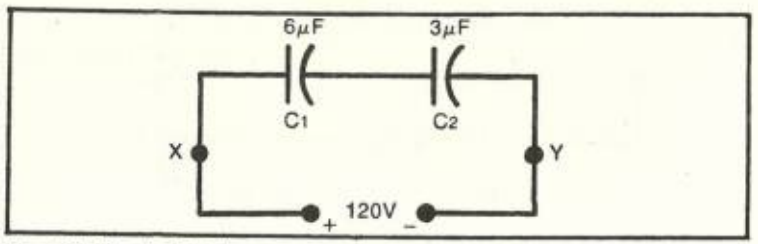


Fig. 4-21 Distribuição de carga em capacitores em série.



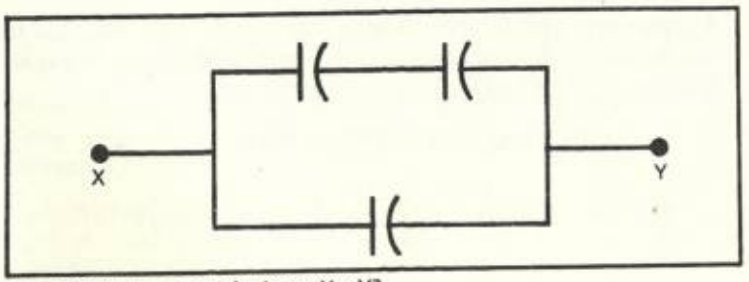


Fig. 4-22 Qual a capacitância em X e Y?

## SOLUÇÕES

1. A capacitância total de cada configuração é a seguinte

   a. $24 \times 3 = 72\mu F$

   b. $\dfrac{(24 \times 2) \times 24}{(24 \times 2) + 24} = \dfrac{48 \times 24}{48 + 24} = \dfrac{48 \times 24}{72} = 16\mu F$

   c. $\dfrac{24}{2} + 24 = 36\ \mu F$

   d. $\dfrac{24}{3} = 8\mu F$

   e. $\dfrac{\frac{24}{2} \times \frac{24}{2}}{\frac{24}{2} + \frac{24}{2}} = \dfrac{12 \times 12}{12 + 12} = \dfrac{144}{24} = 6\mu F$. Alternativa B.

2. O potencial no ponto X é

   $$+120 \times \frac{4.7}{3,3 + 4,7} = +120 \times \frac{4,7}{8,0} = +70,5V.$$ Alternativa C.

3. Com o capacitor totalmente carregado não pode existir corrente de carga,de maneira que o valor de I é zero. Alternativa A.

4. A carga total, $Q_T$, é estabelecida pela disposição original e portanto

   $$Q_T = E \times (2C) = 2\ EC$$

Quando uma terceira capacitância, cujo valor é também C, é ligada em paralelo com os outros dois capacitores, a carga total não se altera. Portanto se V é a voltagem do terceiro capacitor,

$$Q_T = V \times (3C) = 2\,EC$$

$$V = \frac{2\,EC}{3C} = \frac{2E}{3} = \frac{2 \times 600}{3} = 400V$$

Também é possível considerar um dado valor para cada uma das capacitâncias idênticas, digamos 10 $\mu$F. A carga total armazenada pela combinação original é $(10 + 10) \times 600 = 12.000$ microcoulombs. A capacitância total dos três capacitores em paralelo é $10 + 10 + 10 = 30\ \mu F$. Portanto a voltagem, V, em cada capacitor, o terceiro inclusive, é dada por

$$V = \frac{12\,000}{30} = 400\ V$$ . Alternativa C.

5. A carga total armazenada pelos dois capacitores é $\frac{10\ \mu F}{2} \times 240$ V = 1.200 microcoulombs. A capacitância total final é $5 + 10 = 15$ $\mu$F e a voltagem do terceiro capacitor é

$$\frac{1\,200}{15} = 80V.$$ Alternativa C.

6. A capacitância total é

$$\frac{300 \times 600}{300 + 600} = 200\ pF$$

e a resistência total = 100 K$\Omega$ + 400 K$\Omega$ = 400 K$\Omega$ = 0,5 MK. A constante de tempo total é portanto 200 pF × 0,5 M$\Omega$ = 100 microssegundos. Alternativa A.

7. Inicialmente os capacitores estão descarregados e, portanto, a corrente de carga é determinada por

$$I = \frac{300\ V}{400\ k\Omega + 100\ k\Omega} = 0{,}6\ mA$$

O potencial em X é positivo e igual à queda de voltagem do resistor $R_2$. O potencial em X é + 0,6 mA × 100 k$\Omega$ = + 60 V. Alternativa D.



8. Uma vez que a constante de tempo do circuito é de 100 microssegundos, um período de 0,6 milissegundo (ou 6 CR) excede 5 CR e o circuito atingiu seu estado constante final com os capacitores totalmente carregados. A corrente I e portanto o potencial em X é zero. Alternativa E.

9. Ledo engano! Se X e Y estão ligados, os capacitores vão descarregar-se entre si completamente, de forma que a carga final armazenada pelo capacitor de 6 $\mu$F é zero. Alternativa E.
Observe que o fato de ligar X e Y é totalmente diferente da de desligar os capacitores separadamente e então ligá-los adequadamente em paralelo, como no Problema 8.

10. Cada capacitor tem um código de cor 2(vermelho), 2(vermelho), O (marrom), as quais correspondem ao valor nominal de 220 pF. A capacitância do ramo superior é 220/2 = pF, e portanto, a capacitância total entre X e Y é 110 + 220 = 330 pF. Alternativa C.

11. Para o circuito de descarga uma constante de tempo é igual ao produto.
$CR = 500 \times 10^3 \times 250 \times 10^{-12} = 1{,}25 \times 10^{-4}$ segundo = 125 microssegundos.
Portanto, após decorrida uma constante de tempo, a voltagem através do capacitor e do resistor de descarga será de 36,8% da voltagem inicial ou

$$\frac{36{,}8}{100} \times 20 = 7{,}4V$$ . Alternativa C.

12. Vê-se, pela solução do Problema 11, que a voltagem do capacitor irá cair de 20 V para 7,4 V, durante uma constante de tempo, ou seja, perderá 36,8% de seu valor inicial. Ao fim de outro período igual, a voltagem novamente cairá 36,8% do valor existente no início desse período. Este fenômeno repetir-se-á sucessivamente. Para resumir

| Tempo | Voltagem |
|---|---|
| 0 | 20V |
| CR | 7,4V |
| 2CR | 2,7V |
| 3CR | 1,0V |
| 4CR | 0,37V |
| 5CR | 0,01V |

Portanto, o período de tempo é de 2CR, o qual representa 250 microssegundos. Alternativa B.

13. Ao fim de 3CR = 375 microssegundos = 0,375 milissegundos, a voltagem do resistor de 500 k$\Omega$ será de 1V (veja a solução do Problema

12). Portanto a corrente será

$$\frac{1V}{500\ k\Omega} = 0{,}002\ mA = 2\mu A.$$ Alternativa A.

14. Quando a carga é de 90 picocoulombs, a voltagem deve ser

$$V_C = \frac{Q}{C} = \frac{90 \times 10^{-12}}{250 \times 10^{-12}} = 0{,}36V$$

Esta é aproximadamente a voltagem correspondente a 4 CR, encontrados na solução do Problema 12. A duração da descarga foi 4 X 125 = 500 microssegundos. Alternativa D.

15. Um período de 650 microssegundos é mais longo que um de 5 CR (5 CR = 625 microssegundos). Portanto, a voltagem do capacitor é essencialmente zero. Alternativa E.



*Capítulo* **5**

# Onda Senoidal de Corrente Alternada

A Fig. 5-1 descreve um ciclo completo de uma onda senoidal de C. A. Esta onda senoidal representa a voltagem ou a corrente. Pode ser considerada como a voltagem produzida por uma rotação completa do induzido de um gerador ao final de um ciclo completo de 360 graus, ou $2\pi$ radianos.

Conforme indicado, o meio-período pode ser chamado de uma onda, que representa uma rotação de 180 graus ou $\pi$ radianos.

O número de ciclos que ocorrem em um período de um segundo é a freqüência, f, a qual é medida em ciclos por segundo, ou em hertz (Hz), 1 hertz = 1 ciclo por segundo. A duração de um ciclo completo é o período T, que é inverso à freqüência. Portanto, T = 1/f segundos e f = 1/T Hz.

Observe que as freqüências de 1 kHz e 1 MHz correspondem a períodos de 1 microssegundo, respectivamente.

O relacionamento entre os valores da amplitude de pico, pico-a-pico, média (de uma onda) e carga eficaz (RMS) são: Valor do pico = 0,5 X valor de pico-a-pico = 1,57 X valor médio = 1,414 (ou $\sqrt{2}$) X valor eficaz.

Valor de pico-a-pico = 2 X valor do pico = 3,14 X valor médio = 2,828 (ou $2/\sqrt{2}$) X valor eficaz. Valor médio = 0,637 (ou $2/\pi$) X valor do pico = 0,318 ( ou $1/\pi$) X valor de pico-a-pico = 0,9 X carga eficaz. Carga eficaz (RMS) = 0,707 (ou $1/\sqrt{2}$) X valor de pico = 0,353 6 X valor de pico-a-pico = 1,11 X valor médio.

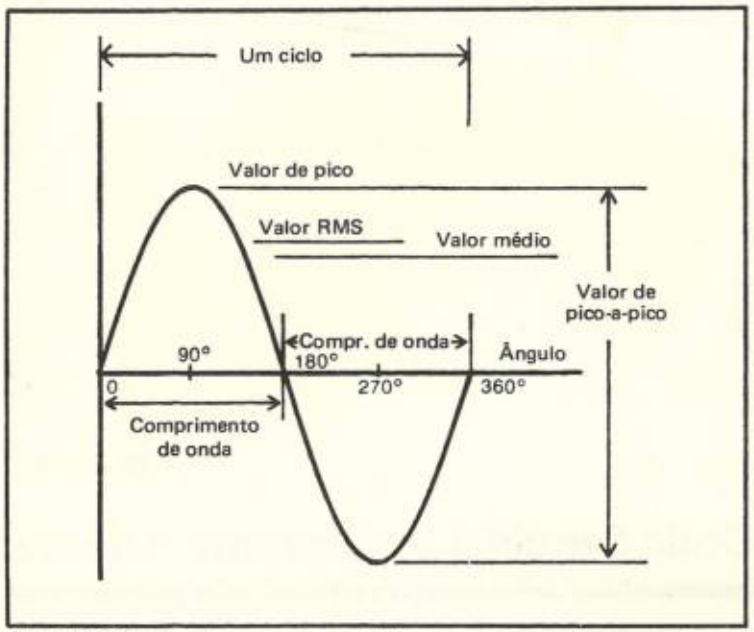



Fig. 5-1 Parâmetros de uma onda senoidal.

## ÂNGULO DE DEFASAGEM

O ângulo $\phi$ (Fig. 5-2), é o ângulo da fase em graus, de duas ondas senoidais que representam as voltagens e1 e e2: e1 é o avanço através do $\phi$ (ou ângulos de atraso de e2/e1). Os ângulos de defasagem normal-

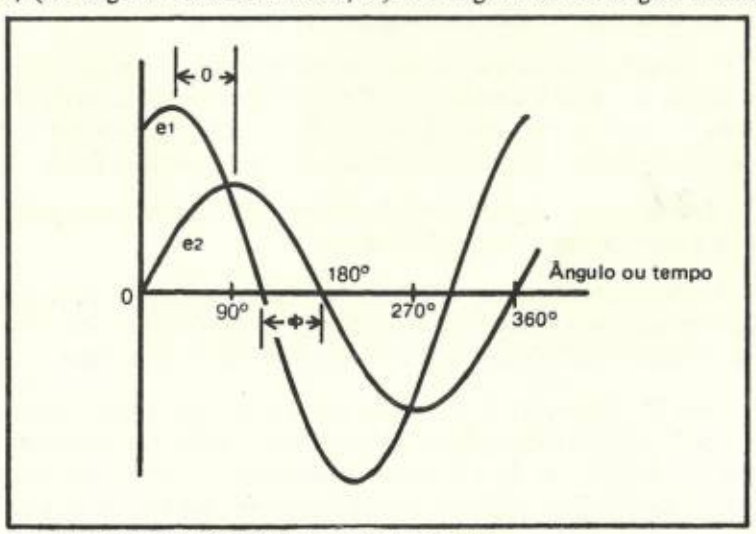



Fig. 5-2 Representação gráfica de um ângulo de fase.



mente não são medidos por meio de ângulos maiores que 180°.

Nos desenhos da Fig. 5-3, são apresentados vários exemplos de razão de ângulos.

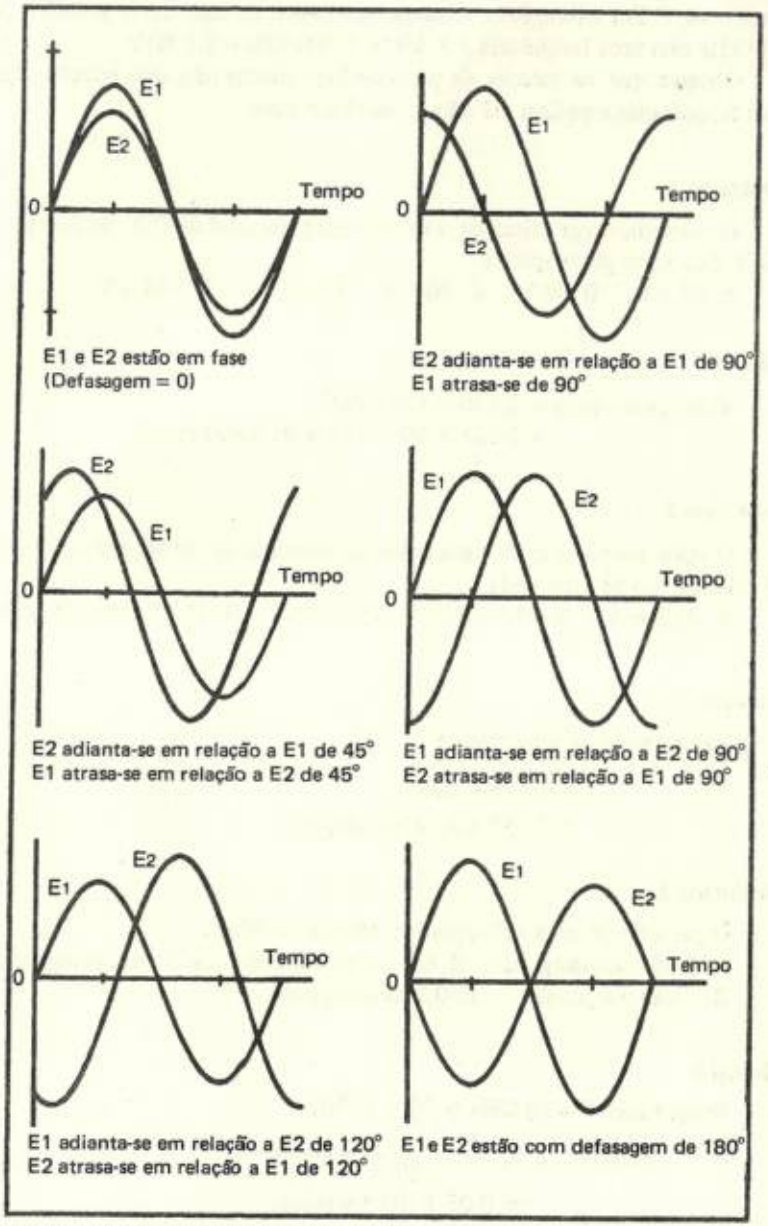



Fig. 5-3 Diversos valores de ângulos de fase.

## HARMÔNICAS

Conforme mostrado na Fig. 5-4, a harmônica de uma onda fundamental de C. A. é uma outra onda senoidal cuja freqüência é um múltiplo inteiro de f. Por exemplo, a terceira harmônica de uma onda senoidal de 500 kHz tem uma freqüência 3 X 500 = 1.500 kHz = 1,5 MHz.

Observe que os valores de pico de harmônicas não têm relação com suas freqüências e podem até não ter nenhum valor.

### Problema 1

O valor da carga eficaz de uma voltagem senoidal de C.A. de 600 Hz é 50 V. Seu valor pico-a-pico é

A. 63,7 V. B. 90 V. C. 70,7 V. D. 100 V. E. 141,4 V.

### Solução

Valor pico-a-pico = 2,828 X valor RMS
= 2,828 X 50 = 141,4 V. Alternativa E.

### Problema 2

O valor pico-a-pico de uma corrente senoidal de 60 Hz é de 225 mA. O valor médio de uma onda é

A 35,8 mA. B. 79,5 mA. C. 71,55 mA. D. 112,5 mA. E. Zero.

### Solução

Valor médio de uma onda

= 0,318 X 225
= 71,55 mA. Alternativa C.

### Problema 3

O período de uma voltagem senoidal de 20 MHz é

A. 0,05 microssegundo. B. 0,5 microssegundo. C. 20 microssegundos.
D. 5 nanossegundos. E. 0,5 milissegundo.

### Solução

Freqüência, f = 20 MHz = $20 \times 10^6$ Hz

Período, $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{20 \times 10^6}$ segundo
$= 0{,}05 \times 10^{-6}$ segundo
= 0,05 microssegundo. Alternativa A.



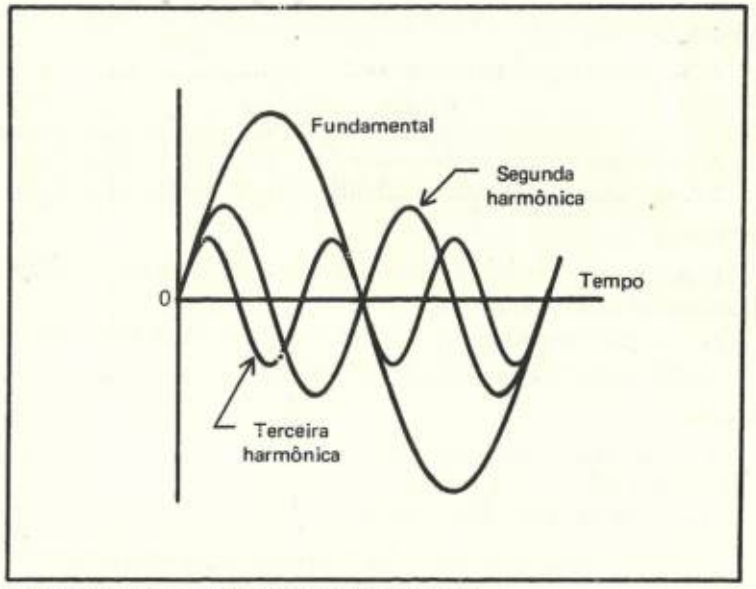



Fig. 5-4 Onda senoidal e componentes harmônicos.

### Problema 4

Se um quarto de período de uma voltagem senoidal ocorre durante 500 microssegundos, a freqüência é

A. 500 MHz. B. 200 kHz. C. 2kHz. D. 500 Hz. E. 200 Hz.

### Solução

Período, $T = 4 \times 500 \times 10^{-6}$ segundo = $2 \times 10^{-3}$ segundo

Freqüência, $f = \frac{1}{2 \times 10^{-3}}$ Hz = $\frac{10^3}{2}$ Hz = 500 Hz. Alternativa D.

### Problema 5

Que fração de um período é representada por um ângulo de 45°?

A. 0,125 B. 0,25. C. 0,33. D. 0,45. E. 0,5.

### Solução

A fração de um período respresentada por 45° é

$\frac{45}{360} = \frac{1}{8} = 0{,}125$. Alternativa A.

### Problema 6

A freqüência da segunda harmônica de uma voltagem senoidal é 800 kHz. Qual será a freqüência da terceira harmônica?

A. 0,9 MHz B. 1,8 MHz C. 600 kHz D. 1,2 MHz E. 2400 kHz

**Solução**

A freqüência da voltagem senoidal é

$$\frac{800\text{ kHz}}{2} = 400\text{ kHz}$$

A freqüência da terceira harmônica é
$3 \times 400\text{ kHz} = 1.200\text{ kHz} = 1{,}2\text{ MHz}$. Alternativa D.

**Problema 7**

Uma voltagem senoidal fundamental tem uma freqüência de 500 kHz. O período da quinta harmônica é

A. 0,4 microssegundo. B. 2,5 microssegundos. C. 4 microssegundos. D. 0,25 microssegundo. E. 2 microssegundos.

**Solução**

A freqüência da quinta harmônica é
$5 \times 500\text{ kHz} = 2{,}5 \times 10^6\text{ Hz}$
O período da quinta harmônica é

$\frac{1}{2{,}5 \times 10^6}$ segundo $= 0{,}4 \times 10^{-6}$ segundo $= 0{,}4$ microssegundo. Alternativa A.

**Problema 8**

Na Fig. 5-5, a relação da fase entre e e i é:

A. e é um avanço de 90°. B. i é um avanço de 90°. C. i é um avanço de 45°. D. e é um avanço de 45°. E. e é um atraso de 135°.

**Solução**

Os pontos correspondentes nas ondas e e i estão separados 45°, com a onda i representando um avanço sobre a onda e. Alternativa C.

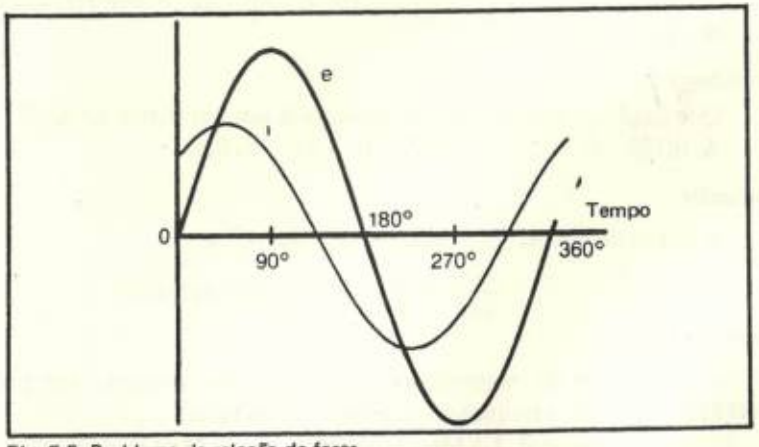



Fig. 5-5 Problema de relação de fases.



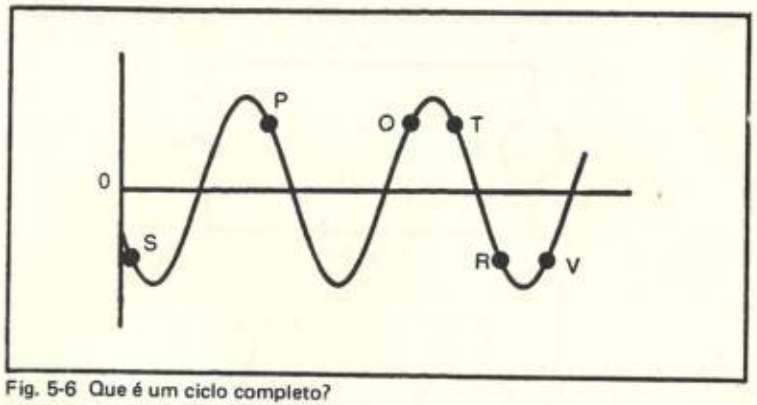



Fig. 5-6 Que é um ciclo completo?

**Problema 9**

Na Fig. 5-6, existe um período entre o ponto P e
A. Q B. R C. S D. T E. V

**Solução**

Existe um período entre duas posições adjacentes idênticas na onda. Portanto ocorre um período entre os pontos P e T. Alternativa D.

**Problema 10**

Quantos graus representa um total de 3 1/3 períodos?
A. 1.200°. B. 630°. C. 1.260°. D. 1.180°. E. 1.120°.

**Solução**

Número de graus: $3\ 1/3 \times 360 = 10/3 \times 360 = 1.200°$. Alternativa A.

## ENTRADA DE ONDA SENOIDAL EM UM RESISTOR

Referindo-nos à Fig. 5-7, os valores instantâneos de voltagem e corrente são representados por e e i, respectivamente. Para um resistor, e e i formam um ângulo, de forma que seu ângulo de defasagem, $\phi$, é zero. Logo,

$$\frac{e}{i} = \frac{\text{pico E}}{\text{pico I}} = \frac{E_{RMS}}{I_{RMS}} = R$$

A potência dissipada pelo resistor é

$$E_{RMS} \times I_{RMS} = I^2_{RMS} \times R = \frac{E^2_{RMS}}{R}\text{ watts}$$

A potência de pico instantânea é duas vezes a potência média de um período. A curva de potência instantânea é duas vezes a freqüência e portanto é uma grande harmônica de voltagem e curvas de corrente na Fig.

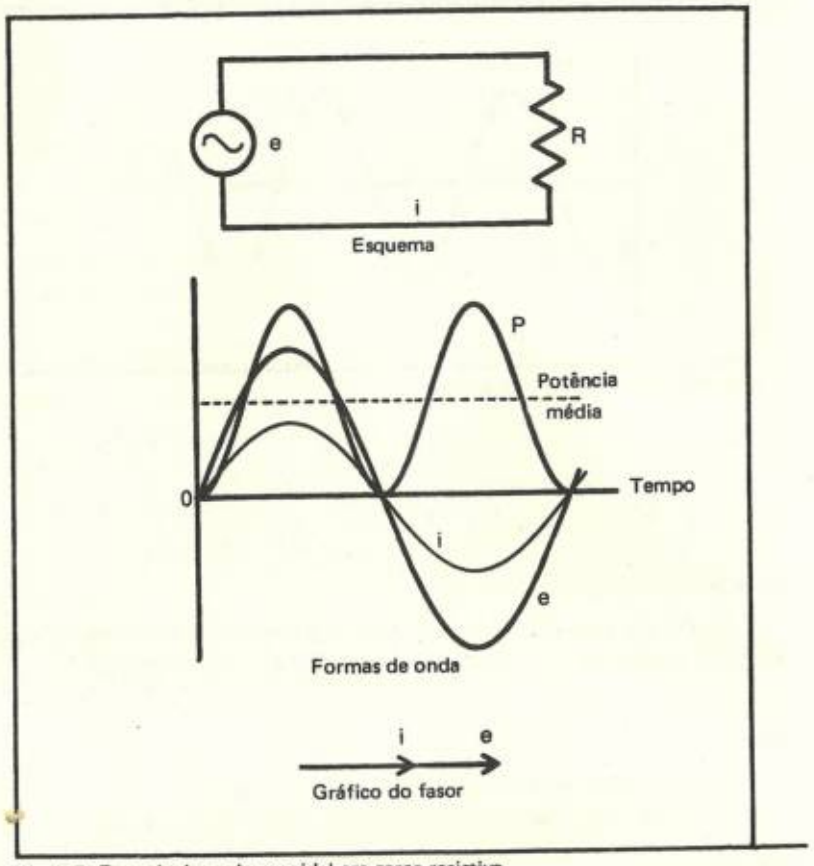



Fig. 5-7 Entrada de onda senoidal em carga resistiva.

5-7. Para um circuito puramente resistivo, a potência dissipada no resistor é a mesma do produto dos valores de RMS da voltagem da fonte e da corrente da fonte, e o fator de potência é dessa maneira relacionado.

Observe que, para as combinações de resistores em série e em paralelo, as equações que foram usadas em circuitos de C. C. aplicam-se igualmente aos circuitos de C. A. desde que os valores de voltagem e corrente sejam usados.

## CORRENTE CONTÍNUA FLUTUANTE

Em muitos circuitos de comunicações, o fluxo de corrente através de um componente em particular é uma corrente contínua flutuante. A Fig. 5-8 mostra um exemplo desse tipo de corrente, resultante da associação de uma C. C. constante de nível de valor $i_{cc}$ a uma onda senoidal de C. A. com valor de pico I. Os valores máximos e mínimos da corrente flutuante



(que sempre circula na mesma direção) são dados através de

$$I_{máx} = i_{cc} + I_{pico} \text{ e } I_{mín} = i_{cc} - I_{pico}$$

Então,

$$i_{cc} = \frac{I_{máx} + i_{mín}}{2}$$

e

$$I_{pico} = \frac{I_{máx} - I_{mín}}{2}$$

Se a corrente da Fig. 5-8 circula através do resistor R, a potência média do período é determinada pelo acréscimo das potências dissipadas por $i_{cc}$ e o valor RMS da voltagem senoidal de C. A.

A potência média dissipada é

$$\left(i^2_{cc} + \left(\frac{I_{pico}}{\sqrt{2}}\right)^2\right) \times R = \left(i^2_{cc} + \frac{I^2_{pico}}{2}\right) \times R$$

Note que não se deve tentar achar a potência média através dos níveis mínimo e máximo de potência. A potência média *não é* $1/2\ (I^2máx + I^2mín)R$, uma vez que a curva de potência instantânea não é simétrica a este valor.

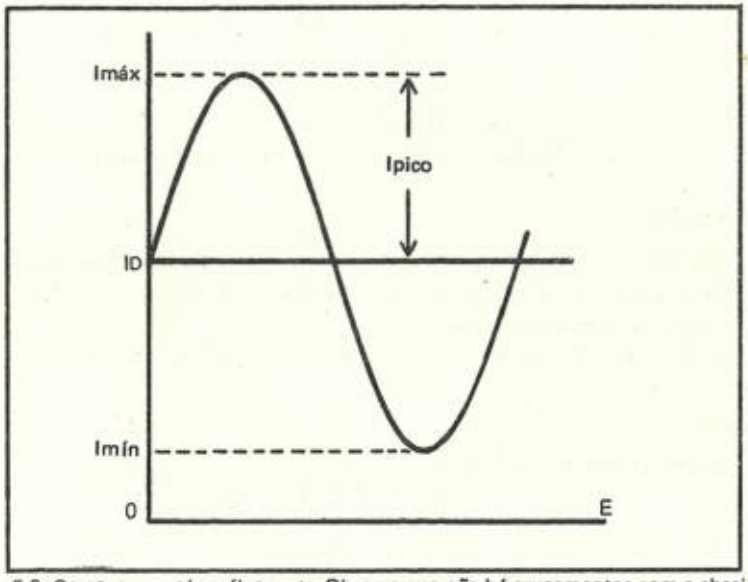



Fig. 5-8 Corrente contínua flutuante. Observe que não há cruzamentos com a abscissa.

**Problema 1**

Quando uma voltagem senoidal de 60 Hz é aplicada a um resistor de 6,8 kΩ, a potencía dissipada é de 0,75 watts. O valor da voltagem de pico-a-pico é

A. 64,3 V. B. 71,4 V. C. 202 V. D. 143 V. E. 101 V.

**Solução**

O valor RMS da voltagem é dado por

$\sqrt{P \times R} = \sqrt{0{,}75 \times 6\,800} = \sqrt{5100} = \sqrt{51 \times 10^2} = 7{,}14 \times 10 = 71{,}4$ V

Voltagem de pico-a-pico = 2,828 X voltagem RMS = 2,828 X 71,4 = 202 V. Alternativa C.

**Problema 2**

A potência de pico instantânea de C. A. dissipada num resistor de 220 ohms é de 1,4 watts. O valor de pico da corrente que circula através do resistor é

A. 0,25 A. B. 0,056 A. C. 5,64 A. D. 79,8 mA. E. 25 mA.

**Solução**

Potência média dissipada, P = 1,4/2 = 0,7W.

Valor RMS da corrente $= \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{0{,}7}{220}} = \sqrt{0{,}003\,181\,8\ldots}$

$= \sqrt{31{,}818\ldots \times 10^{-4}}$

$= \sqrt{31{,}818} \times 10^{-2}\text{A} = 79{,}8$ mA. Alternativa D.

**Problema 3**

Na Fig. 5-8, a corrente contínua flutuante circula através de um resistor de 5 ohms. Se os níveis máximo e mínimo de corrente são de 8 A e 2 A, a potência média dissipada é

A. 170 W. B. 125 W. C. 117,5 W. D. 137,5 W. E. 147,5 W.

**Solução**

Uma vez que $I_{máx} = 8\text{A}$ e $I_{mín} = 2\text{A}$,

$$i_{cc} = \frac{8+2}{2} = 5\text{A}$$

e

$$I_{pico} = \frac{8-2}{2} = 3\text{A}$$



A potência média dissipada é

$$\left(5^2 + \frac{3^2}{2}\right) \times 5 = 147{,}5 \text{ W}$$ Alternativa E.

## ENTRADA DE ONDA SENOIDAL EM UM INDUTOR

Para um indutor de resistência zero, e se adianta a i de 90° (ou i atrasa e de 90°) – que pode ser representada por "eLi". A diferença de

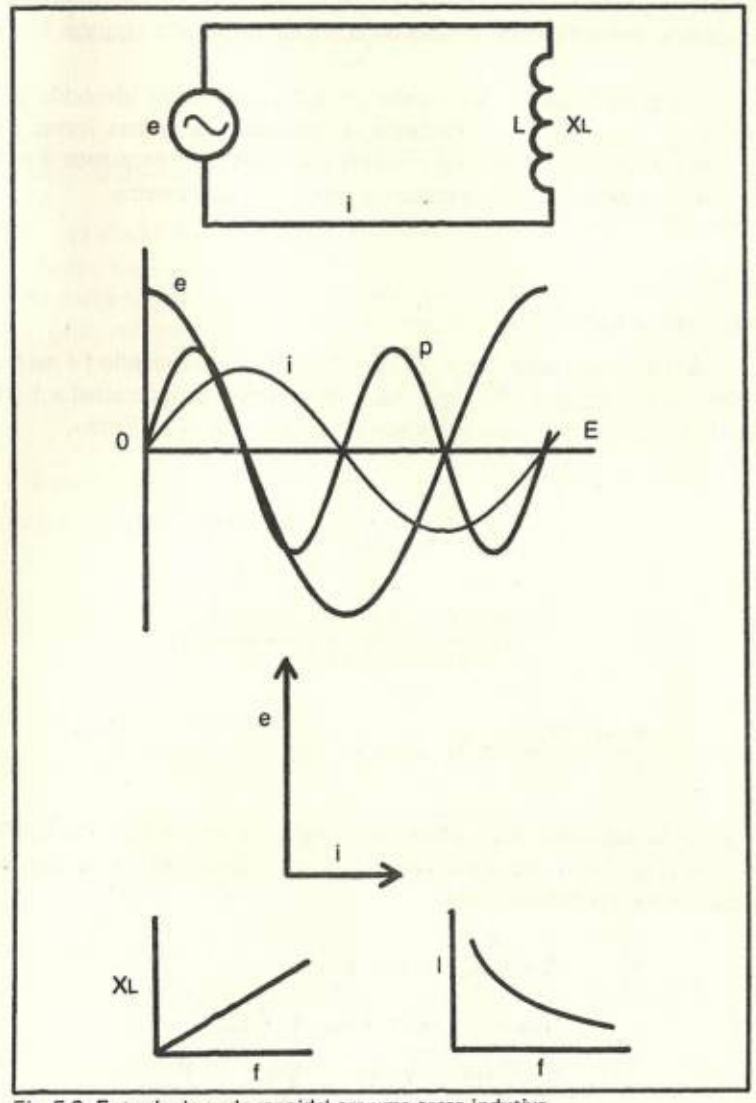



Fig. 5-9 Entrada de onda senoidal em uma carga indutiva.

fase, $\phi$, entre as voltagens instantâneas e a corrente é +90°, conforme mostrado na Fig. 5-9. Uma vez que quaisquer efeitos resistivos devidos ao indutor são desprezíveis, a potência média dissipada no ciclo é zero.

A energia absorvida da fonte armazenada no campo magnético adjacente ao indutor e é enviada de volta à fonte quando o campo magnético decresce. Este fato ocorre duas vezes durante cada ciclo de C. A e a onda senoidal de potência instantânea é portanto uma segunda harmônica com valor médio zero. Portanto o fator de potência do circuito também é zero.

A reatância indutiva, $X_L$, mede a reação (em ohms) oferecida pelo indutor ao fluxo de C. A. Portanto, a reatância, da mesma forma que a resistência, limita o fluxo de corrente alternada mas, enquanto a resistência dissipa potência, com a reatância não acontece o mesmo.

## REATÂNCIA INDUTIVA

A reatância indutiva, $X_L = 2\pi fL = 6{,}28\,fL$ ohms (quando f é medida em Hz e L em henrys). Note que $X_L$ é diretamente proporcional a f e L, porém $I_{RMS}$ é inversamente proporcional a f e L (Fig. 5-9). Então,

$$f = \frac{X_L}{2\pi L} = \frac{X_L}{6.28L} = \frac{0{,}159\,X_L}{L}\ \text{Hz}$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{X_L}{6{,}28\,f} = \frac{0{,}159 X_L}{f}\ \text{H}$$

$$\text{e}\ \frac{E_{RMS}}{I_{RMS}} = \frac{E_{pico}}{I_{pico}} = X_L,\ E_{RMS} = I_{RMS} \times X_L,\ I_{RMS} = \frac{E_{RMS}}{X_L}$$

Quando indutores com indutância magnética mútua zero são ligados em série (Fig. 5-10), sua reatâncias individuais são somadas para que seja obtida a reatância indutiva total.

$$X_{LT} = X_{L1} + X_{L2} + X_{L3}$$

$$E_{RMS} = V_{1\,RMS} + V_{2RMS} + V_{3RMS}$$

$$\text{e}\ I_{RMS} = \frac{V_{1RMS}}{X_{L1}} = \frac{V_{2RMS}}{X_{L2}} = \frac{V_{3RMS}}{X_{L3}} = \frac{E_{RMS}}{X_{LT}}$$



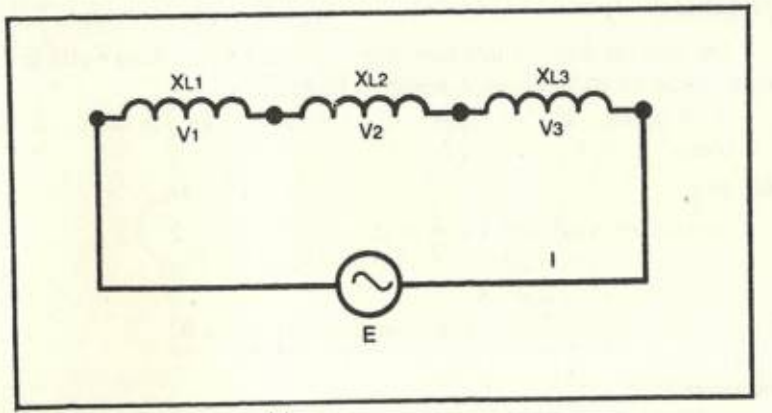


Fig. 5-10 Indutâncias em série.

Para reatâncias indutivas de valor igual em série, $X_{LT} = N \times X_L$, onde N é o número total de reatâncias.

Para reatâncias indutivas em paralelo, como na Fig. 5-11, a "fórmula inversa" pode ser usada para determinar a reatância total.

$$\frac{1}{X_{LT}} = \frac{1}{X_{L1}} + \frac{1}{X_{L2}} + \frac{1}{X_{L3}}$$

$$I_{TRMS} = I_{1RMS} + I_{2RMS} + I_{3RMS}$$

$$\text{e}\ E_{RMS} = I_{1RMS} = X_{L1} = I_{2RMS} \times X_{L2} = I_{3\,RMS} \times X_{L3} = I_{TRMS} \times X_{LT}$$

Para duas reatâncias indutivas em paralelo,

$$X_{LT} = \frac{X_{L1} \times X_{L2}}{X_{L1} + X_{L2}}$$

Para reatâncias indutivas de valor igual em paralelo,

$$X_{LT} = \frac{X_L}{N}$$

onde N é o número de reatâncias.

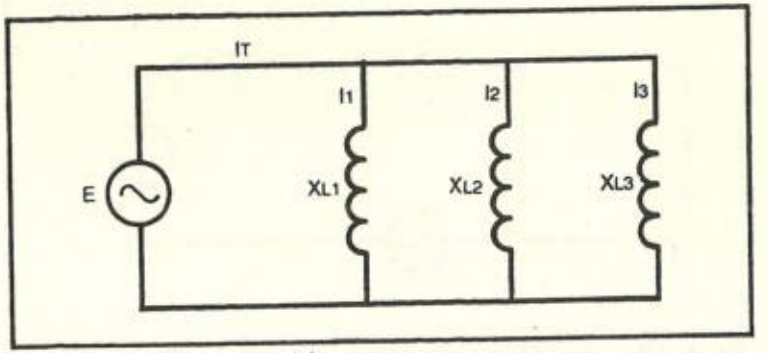


Fig. 5-11 Indutâncias em paralelo.

**Problema 1**

Um indutor de 0,25 mH tem uma resistência de 5 ohms e está ligado a uma fonte de 10 V/5 kHz. A reatância do indutor é

A. 5 ohms. B. 7,9 ohms. C. 11,8 ohms. D. 1,8 ohm. E. 8,5 ohms.

**Solução**

Reatância do indutor, $X_L = 2\pi fL$

$= 6{,}28 \times 5 \times 10^3 \times 0{,}25 \times 10^{-3}$

$= 6{,}28 \times 1{,}25$

$= 7{,}9\Omega$, arredondados. Alternativa B.

**Problema 2**

Um indutor tem uma reatância de 750 ohms quando ligado a uma fonte de 10 mV/800 kHz. O valor de sua indutância é

A. 100 $\mu$H. B. 150 $\mu$H. C. 200 $\mu$H. D. 250 $\mu$H. E. 300 $\mu$H.

**Solução**

Indutância, $L = \dfrac{0{,}159 \times X_L}{f}$

$= \dfrac{1{,}59 \times 10^{-1} \times 7{,}5 \times 10^2}{800 \times 10^3}$ H

$= \dfrac{1{,}59 \times 7{,}5 \times 10^1 \times 10^6}{8{,}0 \times 10^5}$

$= 1{,}490\,625 \times 10^2$, pela calculadora.

$= 150\ \mu$H, arredondados. Alternativa B.

**Problema 3**

Na Fig. 5-12, quaisquer efeitos resistivos associados ao indutor podem ser desprezados e considera-se que há uma mútua indutância de valor zero

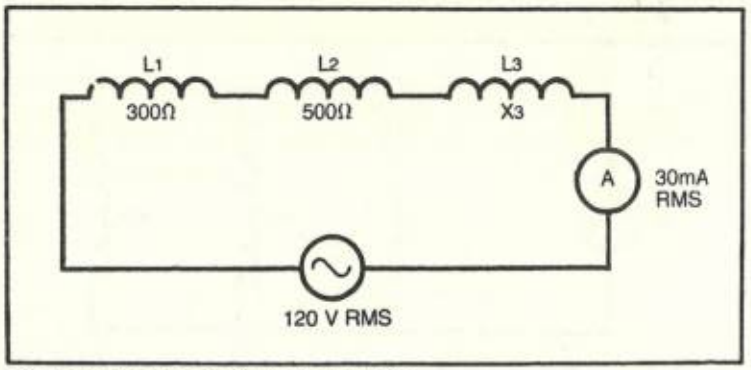



Fig. 5-12 Problema de cálculo de reatância.



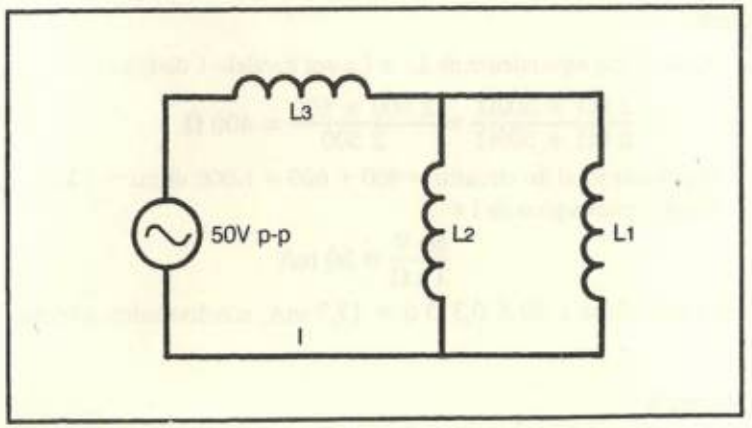



Fig. 5-13 Problema de distribuição de corrente.

entre as bobinas. A reatância de $L_3$ é

A. 3,2 kΩ. B. 4,8 kΩ. C. 4 kΩ. D. 2,8 kΩ. E. 0,8 kΩ.

**Solução**

Reatância indutiva total, $X_{LT} = E/I = 120\text{ V}/30\text{ mA} = 4\text{ k}\Omega$

A reatância de $L_3$ é

$X_{LT} - X_{L1} - X_{L2} = 4\,000 - 300 - 500$

$= 3\,200\ \Omega = 3{,}2\text{ k}\ \Omega$. Alternativa A.

**Problema 4**

Um indutor tem uma reatância de 20 ohms e resistência de 5 ohms. Há uma corrente circulante de 2 A RMS no indutor. A potência média dissipada em um ciclo completo de C.A. é

A. 80 W. B. 100 W. C. Zero. D. 40 W. E. 20 W.

**Solução**

Apenas a resistência dissipa potência em um ciclo completo de C. A.

Potência média = $I^2$ RMS × R = $(2)^2 \times 5 = 20$ W. Alternativa E.

**Problema 5**

Na Fig. 5-13, as reatâncias indutivas de $L_1$, $L_2$, $L_3$, são 2 kΩ, 500 ohms e 600 ohms, respectivamente. Ignorando quaisquer efeitos resistivos ou mútua indutância associados às bobinas, o valor eficaz da corrente é

A. 50 mA. B. 25 mA. C. 17,7 mA. D. 35,4 mA. E. 15,9 mA.

**Solução**

A reatância equivalente de $L_1$ e $L_2$ em paralelo é dada por

$$\frac{2\ k\Omega \times 500\Omega}{2\ k\Omega + 500\Omega} = \frac{2\,000 \times 500}{2\,500} = 400\ \Omega$$

Reatância total do circuito = 400 + 600 = 1.000 ohms = 1 kΩ

O valor pico-a-pico de I é

$$\frac{50\ V}{1\ k\Omega} = 50\ mA$$

e sua carga eficaz é 50 X 0,353 6 = 17,7 mA, arredondados. Alternativa C.

**Problema 6**

Quando um indutor, cuja resistência é desprezível, é ligado a uma fonte de voltagem de freqüência variável, a corrente da fonte é de 90 mA. Se a freqüência é triplicada, a nova amperagem será

A. 30 mA. B. 10 mA. C. 90 mA. D. 270 mA. E. 0,81 A.

**Solução**

Para um indutor, a corrente é inversamente proporcional à freqüência. A nova amperagem será portanto $\frac{90}{3} = 30$ mA. Alternativa A.

## ENTRADA DE ONDA SENOIDAL EM CAPACITOR

Para um capacitor com perdas resistivas, i adianta-se a e de 90° (ou e atrasa a i de 90°). A diferença de fase $\phi$ entre a voltagem instantânea e a corrente instantânea é $-90°$, conforme mostrado na Fig. 5-14. Uma vez que quaisquer perdas devidas ao capacitor (esta energia é armazenada em forma de campo elétrico entre as placas do capacitor) retornam à fonte quando o capacitor descarrega-se. A ação da carga e descarga ocorre durante cada ciclo de C. A. e a onda senoidal de potência instantânea é por conseguinte uma segunda harmônica de valor médio zero. Portanto, o fator de potência do circuito também é zero.

## REATÂNCIA CAPACITIVA

A reatância capacitiva, Xc, mede a reação (em ohms) oferecida pelo capacitor ao fluxo de C. A.

Reatância capacitiva,

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{6{,}28fC} = \frac{0{,}159}{fC}\ \Omega$$

onde f é medida em Hz e C em farads. Observe que Xc é inversamente



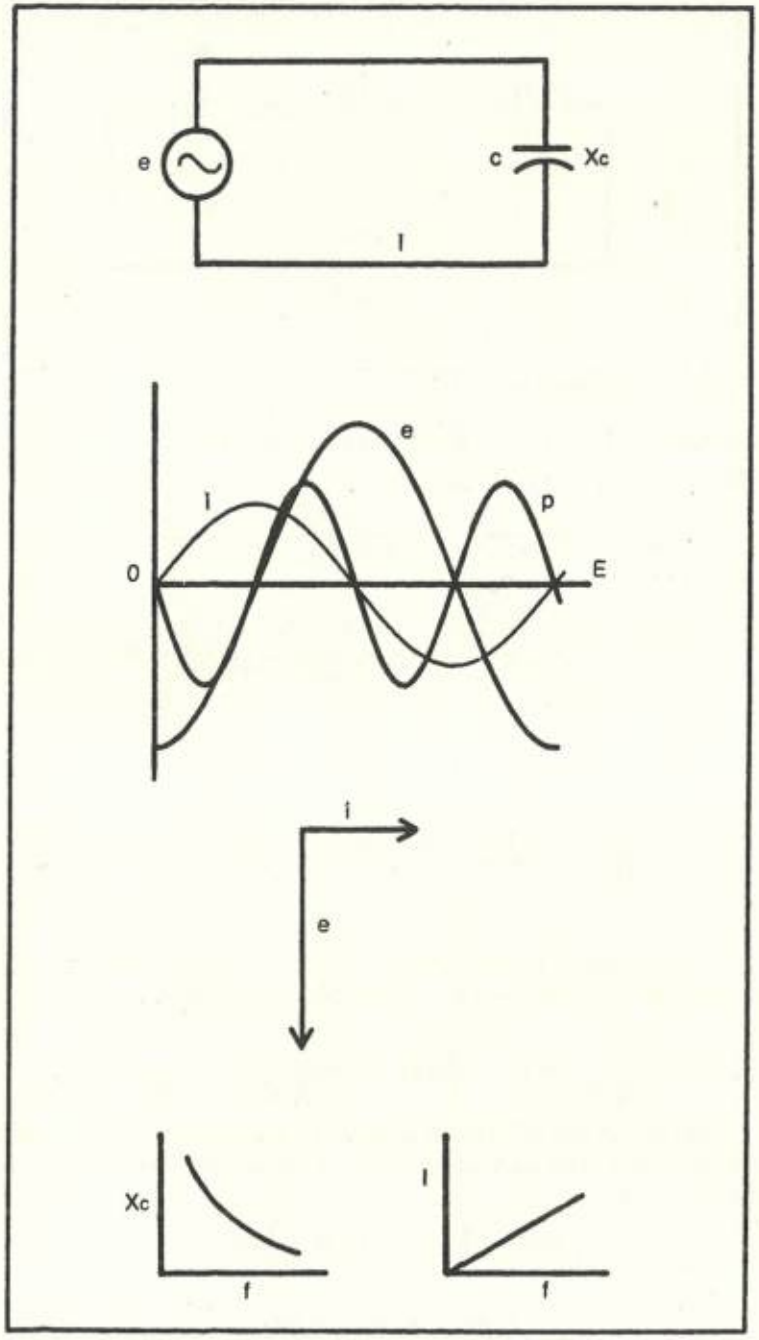



Fig. 5-14 Entrada de onda senoidal em um capacitor.

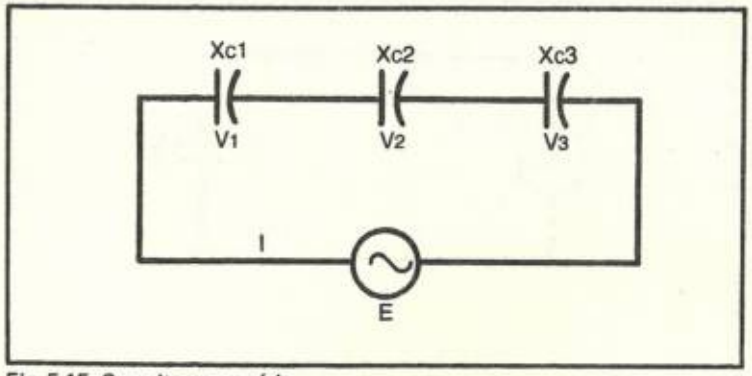



Fig. 5-15 Capacitores em série.

proporcional a f e C, mas I é diretamente proporcional a f e a C (Fig. 5-14). Então

$$f = \frac{1}{2\pi\, CX_C} = \frac{1}{6{,}28\, CX_C} = \frac{0{,}159}{CX_C}\ \text{Hz}$$

$$C = \frac{1}{2\pi\, fX_C} = \frac{1}{6{,}28\, fX_C} = \frac{0{,}159}{fX_C}\ \text{F}$$

e

$$\frac{E_{RMS}}{I_{RMS}} = \frac{E_{pico}}{I_{pico}} = X_C,\ E_{RMS} = I_{RMS} \times X_C,\ I_{RMS} = \frac{E_{RMS}}{X_C}$$

Quando capacitores são ligados em série, como mostrado na Fig. 5-15, as reatâncias são somadas para a obtenção da reatância capacitiva total.

$$X_{CT} = \frac{1}{2\pi\, fC_T} = X_{C1} + X_{C2} + X_{C3} = \frac{1}{2\pi fC_1} + \frac{1}{2\pi fC_2} + \frac{1}{2\pi fC_3}$$

Note porém que a "fórmula inversa" é necessária para a determinação da capacitância total para capacitâncias em série, suas reatâncias são simplesmente somadas.

$$E_{RMS} = V_{1RMS} + V_{2RMS} + V_{3RMS}$$

e

$$I_{RMS} = \frac{V_{1RMS}}{X_{C1}} = \frac{V_{2RMS}}{X_{C2}} = \frac{X_{3RMS}}{X_{C3}} = \frac{E}{X_{CT}}$$



Para reatâncias capacitivas de valor igual em série, $X_{CT} = N \times X_C$, onde N é o número total de reatâncias.

Para reatâncias capacitivas em paralelo, como na Fig. 5-16, a "fórmula inversa" pode ser usada para obter-se a reatância total.

$$\frac{1}{X_{CT}} = \frac{1}{X_{C1}} + \frac{1}{X_{C2}} + \frac{1}{X_{C3}}$$

$$I_{1RMS} = \frac{E_{RMS}}{X_{C1}}\quad I_{2RMS} = \frac{E_{RMS}}{X_{C2}},\ I_{3RMS} = \frac{E_{RMS}}{X_{C3}}$$

$$I_{TRMS} = I_{1RMS} + I_{2RMS} + I_{3RMS} = \frac{E_{RMS}}{X_{CT}}$$

Note porém que capacitâncias em paralelo são simplesmente somadas; as reatâncias capacitivas em paralelo requerem o emprego da "fórmula inversa".

Para reatâncias capacitivas de valor igual em paralelo $X_{CT} = \frac{X_C}{N}$, onde N é o número total dessas reatâncias.

**Problema 1**

Um capacitor de 0,02 $\mu$F é ligado a uma fonte cuja freqüência é de 12 kHz. A reatância do capacitor é

A. 3,3 kΩ B. 330Ω C. 660Ω D. 66 Ω E. 133Ω

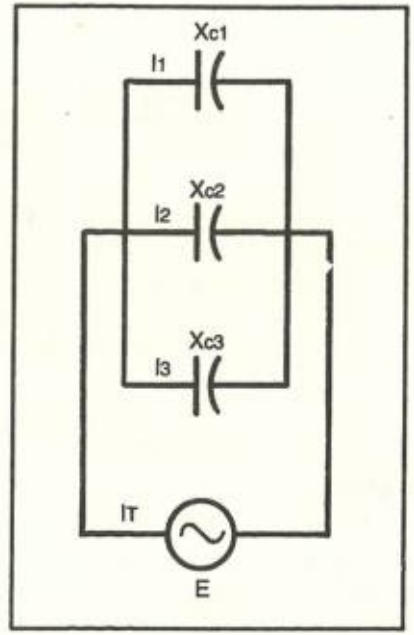



Fig. 5-16 Capacitores em paralelo.

**Solução**

Reatância, $X_C = \frac{0,159}{fC}$

$$= \frac{1,59 \times 10^{-1}}{12 \times 10^3 \times 0,02 \times 10^{-6}}$$

$$= \frac{1,59 \times 10^{-1}}{1,2 \times 2,0 \times 10^{-4}}$$

$$= \frac{15,9 \times 10^2}{2,4}$$

$= 6,625 \times 10^2$, pela calculadora.

$= 660\Omega$ arredondados. Alternativa C.

**Problema 2**

Com uma freqüência da fonte de 550 kHz, a reatância de um capacitor é de 1,35 kΩ. O valor do capacitor é

A. 47 μF. B. 210 pF. C. 3.900 pF. D. 6.500 pF. E. 214 μF.

**Solução**

O valor do capacitor é

$$C = \frac{0,159}{fX_C} = \frac{1,59 \times 10^{-1}}{550 \times 10^3 \times 1,35 \times 10^3}$$

$$= \frac{1,59 \times 10^{-1}}{5,5 \times 1,35 \times 10^8} \text{ F}$$

$$= \frac{1\,590}{5,5 \times 1,35} \text{ pF}$$

$= 210$ pF, arredondados. Alternativa B.

**Problema 3**

Um capacitor de 0,005 μF é ligado em série com outro cuja reatância é 335 ohms. Se a fonte é de 10 V/75 kHz, a reatância capacitiva total da combinação em série é

A. 183 Ω B. 274 Ω C. 759 Ω D. 568 Ω E. 862 Ω



**Solução**

A reatância capacitiva do capacitor de 0,005 μF é

$$X_C = \frac{0,159}{fC} = \frac{1,59 \times 10^{-1}}{75 \times 10^3 \times 0,005 \times 10^{-6}}$$

$$= \frac{1,59 \times 10^{-1}}{7,5 \times 5,0 \times 10^{-5}}$$

$$= \frac{15\,900}{7,5 \times 5,0}$$

$= 424\Omega$, arredondados.

Reatância capacitiva total = 424 + 335 = 759 ohms. Alternativa C.

**Problema 4**

No Problema 3, a voltagem eficaz do capacitor de 0,005 μF é

A. 4,5 V. B. 3,8 V. C. 5,9 V. D. 6,2 V. E. 5,6 V.

**Solução**

A corrente da fonte é

$$I = \frac{10V}{759}\ \Omega$$

A voltagem do capacitor de 0,005 μF é

$$I \times 424\Omega = \frac{10 \times 424}{759} = \frac{4\,240}{759} = 5,6V, \text{ arredondados. Alternativa E.}$$

**Problema 5**

Dois capacitores de 500 pF são ligados em série a um gerador de sinal operando em uma freqüência fundamental de 2 MHz. Se a freqüência é alterada para aquela da quarta harmônica, a reatância total da combinação em série será

A. 40 Ω B. 80Ω C. 159Ω D. 318Ω E. 20Ω

**Solução**

Capacitância total = 500/2 = 250 pF. A freqüência da quarta harmônica é 4 × 2 = 8 MHz.

$$\text{Reatância total} = \frac{0,159}{fC} = \frac{1,59 \times 10^{-1}}{8 \times 10^6 \times 250 \times 10^{-12}}$$

$$= \frac{1,59 \times 10^{-1}}{2 \times 10^{-3}} = 80\Omega, \text{ arredondados. Alternativa B.}$$

**Problema 6**

Quando um capacitor é ligado a uma fonte de voltagem de freqüência variável, a corrente da fonte é de 60 mA. Se a freqüência é duplicada, a nova corrente será de

A. 60 mA. B. 120 mA. C. 240 mA. D. 30 mA. E. 15 mA.

**Solução**

Para um capacitor, a corrente é diretamente proporcional à freqüência. A nova corrente da fonte é portanto $2 \times 60 = 120$ mA. Alternativa B.

---

## PROBLEMAS PRÁTICOS

1. O valor pico-a-pico de uma voltagem senoidal é 160 V. Seu valor eficaz é

   A. 80 V. B. 57 V. C. 51 V. D. Zero. E. Nenhuma das respostas anteriores está correta.

2. Uma corrente senoidal tem um período de 50 milissegundos. Sua freqüência é

   A. 20 Hz. B. 50 Hz. C. 2 kHz. D. 20 kHz. E. 50 kHz.

3. Quantos ciclos de uma onda senoidal fundamental estão contidos num ângulo total de 900°?

   A. 2 B. 3 C. 4 D. $2\frac{1}{2}$ E. $3\frac{1}{2}$

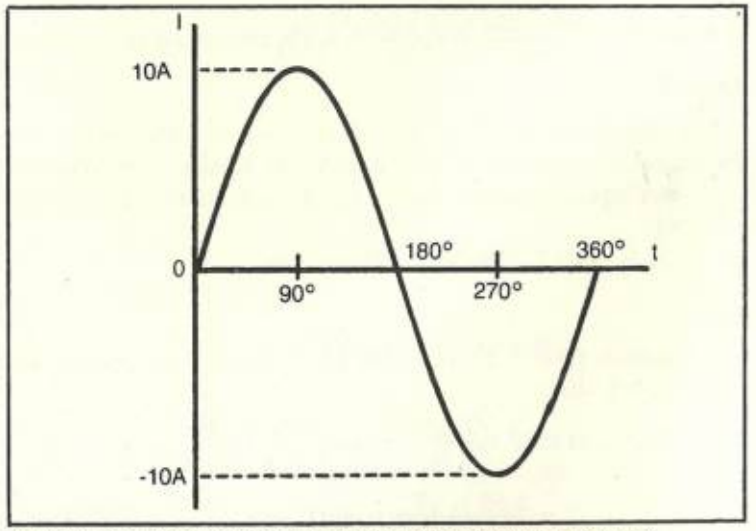



Fig. 5-17 Qual a corrente contínua equivalente desta forma de onda?



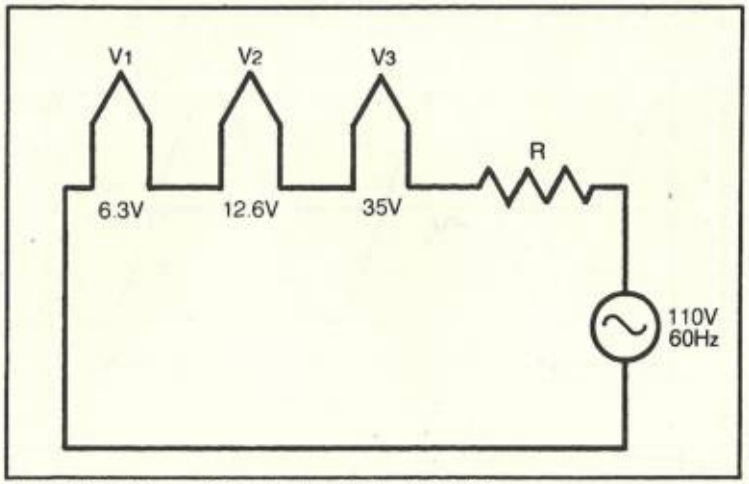



Fig. 5-18 Problema típico de aplicação da Lei de Ohm.

4. A quarta harmônica de uma corrente senoidal fundamental tem uma freqüência de 2,8 MHz. A freqüência fundamental é

   A. 0,07 MHz B. 11,2 MHz C. 1 120 kHz D. 1,4 MHz E. 700 kHz

5. Uma voltagem senoidal fundamental tem um período de 0,125$\mu$ segundo. A freqüência da terceira harmônica é

   A. 0,375 MHz B. 3,75 MHz C. 8 MHz D. 4,16 MHz E. 24 MHz

6. Um indutor de 0,2 mH tem uma reatância de 320 ohms. A freqüência da fonte é

   A. 100 kHz B. 150 kHz C. 200 kHz D. 250 kHz E. 300 kHz

7. Um indutor de 500 $\mu$H tem uma reatância de 120 ohms quando ligado a um gerador de freqüência variável. Se a freqüência é dobrada, a nova reatância indutiva será

   A. 120 Ω B. 60Ω C. 30Ω D. 240Ω E. 480Ω

8. A Fig. 5-17 mostra uma onda de uma corrente senoidal de 100 Hz que circula através de um amperímetro de C. C. A leitura do amperímetro seria de

   A. 10A B. 20A C. 7.07A D. 6,37A E. Zero

9. A Fig. 5-18 indica a voltagem necessária para as válvulas $V_1$, $V_2$, e $V_3$. Se a corrente requerida para cada uma delas é de 0,3 A, a potência dissipada no resistor de queda de voltagem é

   A. 33W B. 16,2W C. 19,8W D. 16,8W E. 66,1W

10. Quatro ciclos de um sinal de C. A. ocorrem durante 8 milissegundos. A freqüência do sinal é

    A. 200 Hz B. 400 Hz C. 500 Hz D. 800 Hz E. 1,6 kHz

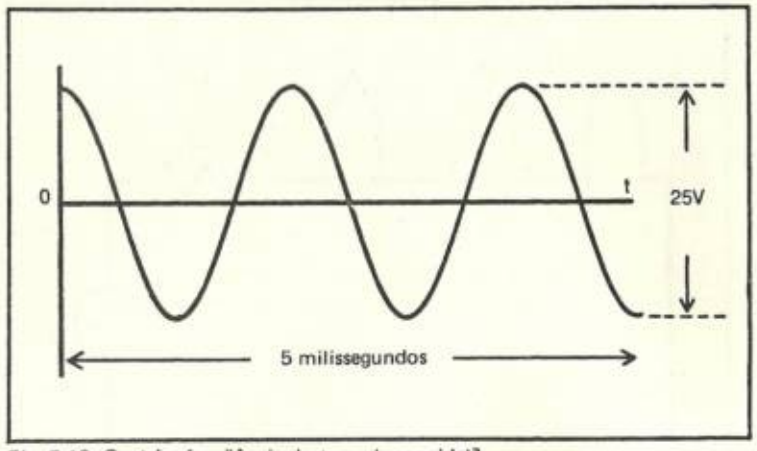



Fig. 5-19 Qual é a freqüência desta onda senoidal?

11. Um intervalo de 50 $\mu$ segundos cobre um ciclo senoidal de 90°. A freqüência é

A. 200 MHz B. 50 MHz C. 50 kHz D. 200 kHz E. 5 kHz

12. Um capacitor de 0,05 $\mu$F, quando ligado a um circuito de C. A., tem uma reatância de 800 ohms. Se a freqüência da fonte é duplicada, a nova reatância capacitiva será

A. 100 Ω B. 200Ω C. 400 Ω D. 800 Ω E. 1,6 kΩ

13. A reatância de um capacitor de placas paralelas com ar como dielétrico é 160 Ω. Se a separação entre as placas é diminuída pela metade, a fonte de freqüência é duplicada, e se se usar um isolante com constante dielétrica 2, ao invés de ar, a nova reatância capacitiva será:

A. 20Ω B. 40Ω C. 80Ω D. 320 Ω E. 640Ω

14. Na Fig. 5-19 a freqüência da onda senoidal é

A. 500 Hz B. 2,5 kHz C. 2 kHz D. 5 kHz E. 400 Hz

15. No Problema 14, o valor eficaz da voltagem senoidal é

A. Zero B. 25V C. 12,5V D. 8,8V E. 7,95V

16. Um capacitor de 0,005 $\mu$F está em paralelo com outro capacitor cuja reatância é 335 ohms. Se a freqüência da fonte é de 75 kHz a reatância capacitiva total da combinação em paralelo será

A. 187 Ω B. 274 Ω C. 737 Ω D. 568 Ω E. 862 Ω

17. Em uma certa freqüência, a reatância de um capacitor de 120 pF é de 900 ohms. Se a freqüência da fonte é dividida por 3, a nova reatância capacitiva será

A. 100 Ω B. 300 Ω C. 900 Ω D. 2,7 k Ω E. 8,1 kΩ

18. Um capacitor de 0,02 $\mu$F cuja reatância é 150 ohms, é ligado em série com um resistor de 250 ohms, a uma fonte de voltagem alternada. Se a amperagem da fonte é de 200 mA, a potência média dissipada em um ciclo de C. A. é

A. 16 W. B. 10 W. C. 6 W. D. 4 W. E. 12 W.

19. Na Fig. 5-20, e e i representam a fonte de voltagem e a corrente da fonte quando um componente está ligado a uma fonte de C. A. Qual das afirmativas seguintes é verdadeira?

A. O componente é o resistor. B. O componente é um indutor. C. i atrasa e de 90°. D. Nenhuma das assertivas é verdadeira.

20. Na Fig. 5-21, o valor RMS da corrente é

A. 0,33 A B. 0,67 A. C. 1 A. D. 1,5 A. E. 3,0 A

## SOLUÇÕES

1. O valor eficaz (RMS) é 0,353 6 vezes o valor pico-a-pico = 0,353 6 × 160 = 56,576. . . = 57 V, arredondados. Resposta B.

2. Freqüência, $f = 1/T = \frac{1}{50 \times 10^{-3}} = \frac{1.000}{50} = 20$ Hz. Alternativa A.

3. Um ciclo de uma onda senoidal corresponde a um ângulo de 360°. Portanto, para um ângulo total de 900°, o número de ciclos é

$$\frac{900°}{360°} = 2,5.$$ Alternativa D.

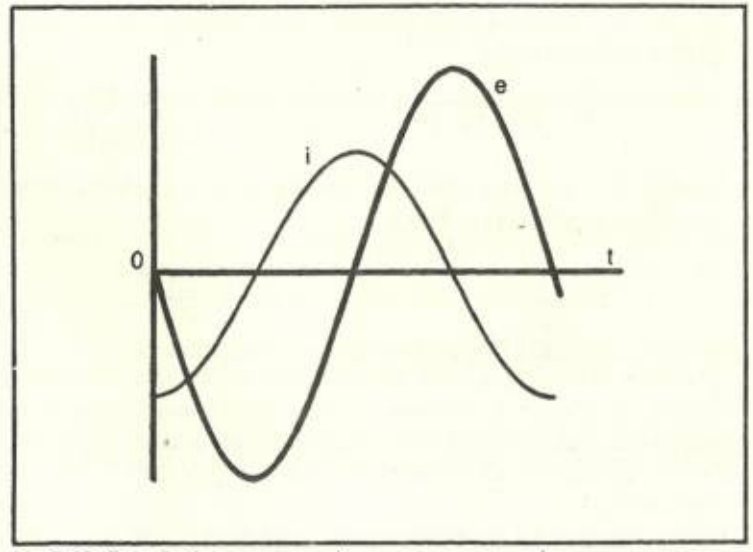



Fig. 5-20 Relação de corrente e voltagem com carga reativa.

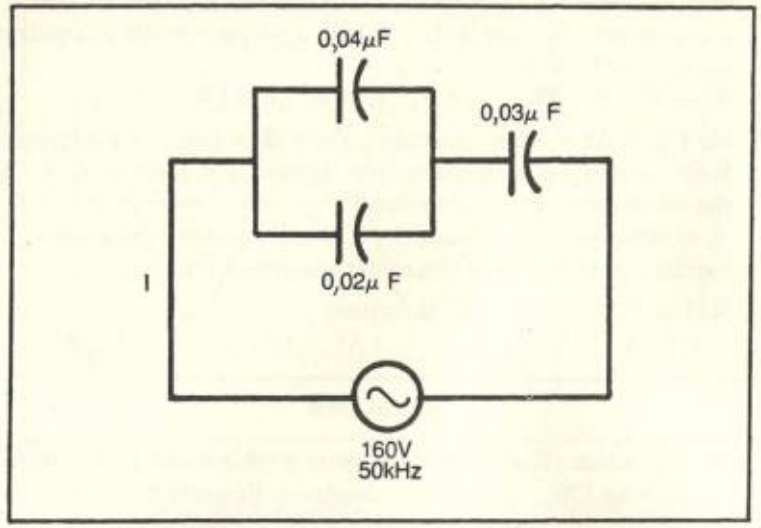



Fig. 5-21 Problema de fluxo de corrente.

4. A freqüência da quarta harmônica é quatro vezes a freqüência fundamental. A freqüência fundamental é por conseguinte um quarto da quarta harmônica e é igual a

$$\frac{2,8}{4} = 0,7 \text{ MHz} = 700 \text{ kHz}.$$ Alternativa D.

5. Se f é a freqüência da onda senoidal fundamental, então a freqüência da terceira harmônica é

$$3f = 3 \times \frac{1}{T} = \frac{3}{0,125 \times 10^{-6}} = 24 \times 10^6 \text{ Hz} = 24 \text{ MHz}.$$

Alternativa E.

6. Quando L é expresso em mH, a razão entre a reatância indutiva (ohms) e a freqüência em kHz é

$$X_L = 2\pi fL$$

$$f = \frac{X_l}{2\pi L} = 0,159 \times \frac{X_L}{L} = 0,159 \times \frac{320}{0,2}$$

$= 250$ kHz, arredondados. Alternativa D.

7. Conforme demonstrado pela equação para a reatância indutiva apresentada na solução do Problema 6, $X_L$ é diretamente proporcional à freqüência. Duplicando-se a freqüência, conseqüentemente a reatância irá duplicar. A nova reatância indutiva é 2 X 120 = 240 ohms. Alternativa D.

8. Uma onda senoidal de corrente terá valor médio zero. A leitura do amperímetro seria portanto zero. Alternativa E.



9. O total de queda de voltagem, V, através do resistor de queda de tensão e das voltagens de filamento, deve ser igual à voltagem da fonte. Portanto,

$$P = VI = (110 - 6,3 - 12,6 - 35) \times (0,3)$$
$$= 56,1 \times 0,3 = 16,8 \text{ W},$$ arredondados. Alternativa D.

10. Se ocorrem quatro ciclos em 8 milisegundos, então um ciclo ocorrerá em 2 milissegundos, que é o período de um sinal de C. A. Logo,

$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0,5$ kHz $= 500$ Hz. Alternativa C.

11. Um ângulo de 90° corresponde a um quarto de um ciclo completo. Portanto o período T deve ser 4 X 50 microssegundos. Logo a freqüência,

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4 \times 50 \times 10^{-6}} = \frac{1\,000\,000}{4 \times 50}$$
$$= 5\,000 \text{ Hz} = 5 \text{ kHz}.$$ Alternativa E.

12. A freqüência, f, é o denominador da equação para reatância capacitiva. Portanto, quando a freqüência da fonte é duplicada, Xc terá a metade do seu valor. A nova reatância capacitiva é

$$\frac{800}{2} = 400\Omega.$$ Alternativa C.

13. A capacitância de um capacitor de placas paralelas é dada por

$$C = \frac{AK}{11,31d}$$

onde C está em picofarads ou microfarads. Dividindo ao meio o afastamento entre as placas, duplicaremos a capacitância, e duplicando a constante dielétrica, duplicaremos a capacitância. A nova capacitância será 2 X 2 vezes o valor da capacitância inicial. Desde que duplicando-se a freqüência temos a metade do valor da reatância capacitiva, a nova reatância capacitiva será

$$\frac{1}{2 \times 2 \times 2} \times 160 = 20\ \Omega.$$ Alternativa A

14. Vimos na Fig. 5-19 que em 5 milissegundos ocorrem 2,5 ciclos. Um ciclo completo então irá levar 2 milissegundos, que é o período de uma onda senoidal. Então a freqüência

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \times 10^{-3}} = \frac{1000}{2} = 500 \text{ Hz}.$$ Alternativa A.

15. O valor eficaz da voltagem está em relação com o valor pico-a-pico como se segue: Voltagem eficaz = 0,353 6 X (voltagem pico-a-pico)

$= 0,353\,6 \times 25$
$= 8,8$V, arredondados. Alternativa D.

16. A reatância do capacitor de 0,005 $\mu$F é

$$X_C = \frac{0{,}159}{fC} = \frac{0{,}159}{75 \times 10^3 \times 0{,}005 \times 10^{-6}} = 424\Omega$$

Com as duas reatâncias em paralelo, a reatância total é

$$X_E = \frac{424 \times 335}{424 + 335} = \frac{424 \times 335}{759} = 187\,\Omega,$$ arredondados. Alternativa A.

17. A reatância capacitiva é inversamente proporcional à freqüência. Quando a freqüência da fonte é *dividida* por três, a reatância será *multiplicada* por três. A nova reatância capacitiva é

$3 \times 900 = 2\,700\Omega = 2{,}7\ k\Omega$. Alternativa D.

18. Quando se conhece o valor do fluxo da corrente através do resistor (200 mA = 0,02 A) a potência dissipada pode ser imediatamente calculada e é

$P = I^2R = 0{,}2^2 \times 250 = 10W$. Alternativa B.

19. Deslocando-se da esquerda para a direita ao longo do eixo de tempo, i adianta-se a e de um quarto de ciclo ou 90°. De maneira diferente pode-se dizer que e atrasa-se a i 90°. Isto acontece à voltagem e ao fluxo de corrente através de uma capacitância. Alternativa E

20. A capacitância total, conforme vista através da fonte, é

$$\frac{(0{,}04 + 0{,}02) \times (0{,}03)}{(0{,}04 + 0{,}02) + 0{,}03} = \frac{0{,}06 \times 0{,}03}{0{,}09} = 0{,}02\ \mu F$$

A reatância é

$$X_{CT} = \frac{0{,}159}{50 \times 10^3 \times 0{,}02 \times 10^{-6}} = 159\Omega$$

portanto a corrente é

$$I = \frac{E}{X_{CT}} = \frac{160}{159} = 1A,$$ arredondados. Alternativa C.



*Capítulo* **6**

# Circuitos de Corrente Alternada

Nos Capítulos 6 e 7 serão usadas letras pequenas como índices de valores instantâneos de voltagem e corrente como também de seus fasores. Para valores RMS serão usadas letras maiúsculas.

## ENTRADA DE ONDA SENOIDAL EM CIRCUITOS LR EM SÉRIE

Com referência à Fig. 6-1, VR está em fase com IR que se atrasa a VL de 90°. A soma dos fasores de VL e VR é a voltagem da fonte, e, a qual adianta-se a i (o fluxo de corrente em ambos, R e L) em um ângulo de fase, $\phi$. A reação total ao fluxo de corrente é medida pela impedância, Z, que é definida como sendo a razão de e para i e é a soma dos fasores de R e XL.

O valor de $Z = \frac{E}{I} = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + 4\pi^2 f^2 L^2}$

$$V_R = IR,\ V_L = IX_L,\ E = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$$

Segue-se que $R = \sqrt{Z^2 - X_L^2}$, $X_L = \sqrt{Z^2 - R^2}$,

$$V_R = \sqrt{E^2 - V_L^2},\ V_L = \sqrt{E^2 - V_R^2}.$$

Somente a resistência no circuito dissipa potência; a potência aparente no circuito é $EI = \frac{E^2}{Z} = I^2 Z$, e é medida em volt-ampères (VA). A potência reativa, ou inativa, associada ao indutor é $I^2XL = \frac{VL^2}{XL} = IV_L$ e é medida em volt-ampères reativos (VAR). A potência verdadeira em watts é $I^2R = \frac{V_R^2}{R} = IV_R$.

O fator de potência é definido como a razão da potência real sobre a potência aparente. Portanto o fator de potência, que não tem unidade, é

$$\frac{I^2R}{I^2Z} = \frac{R}{Z}$$

o qual é igual ao co-seno do ângulo de fase, $\phi^\circ$. Então, a potência real em watts é EI × o fator de potência. Note que um wattímetro usado para medir C. A. afere automaticamente o fator de potência e indica a potência real.

Se R = $X_L$, o ângulo de fase entre a voltagem e a corrente da fonte é +45° e o fator de potência é 0,707. Com um $\phi^\circ$, ângulo positivo, o fator de potência é considerado como sendo um atraso. Para um circuito totalmente resistivo, $\phi = 0^\circ$ e o fator de potência é unitário. Para um circuito totalmente reativo, $\phi = +90^\circ$, e o fator de potência é zero. O fator de potência não pode, sob nenhuma circunstância, ser maior que 1.

**Problema 1**

Um indutor cuja resistência é desprezível, tem uma reatância de 350 ohms e está ligado em série a um resistor de 470 ohms. A impedância da ligação é

A. 830 ohms. B. 586 ohms. C. 414 ohms. D. 495 ohms. E. 120 ohms.

**Solução**

Uma vez que R = 470 ohms e $X_L$ = 350 ohms, a impedância é

$$Z = \sqrt{470^2 + 350^2} = 586\ \Omega.$$ Alternativa B.

**Problema 2**

Um indutor de 0,2 mH de resistência desprezível é ligado em série a um resistor de 150 ohms através de um gerador de sinal que é operado a 100 kHz. A impedância total da ligação em série é

A. 150 Ω B. 126 Ω C. 196 Ω D. 180 Ω E. 212 Ω

**Solução**

Reatância indutiva, $X_L = 2\pi fL = 6{,}28 \times 100 \times 10^3 \times 0{,}2 \times 10^{-3} =$ 125.6 Ω. Impedância total $Z = \sqrt{150^2 + 125{,}6^2} = 196\ \Omega$. Alternativa C.

**Problema 3**

Um indutor de núcleo de ar tem resistência de 60 ohms e é ligado a uma fonte de 120V/60 Hz. Se a corrente da fonte é de 0,5 A, a impedância do indutor é



A. 60 Ω. B. 120 Ω. C. 180 Ω. D. 240 Ω. E. A impedância não pode ser determinada sem que se tenha o valor do indutor.

**Solução**

A impedância do indutor é

$$\frac{E}{I} = \frac{120V}{0{,}5A} = 240\ \Omega.$$ Alternativa D.

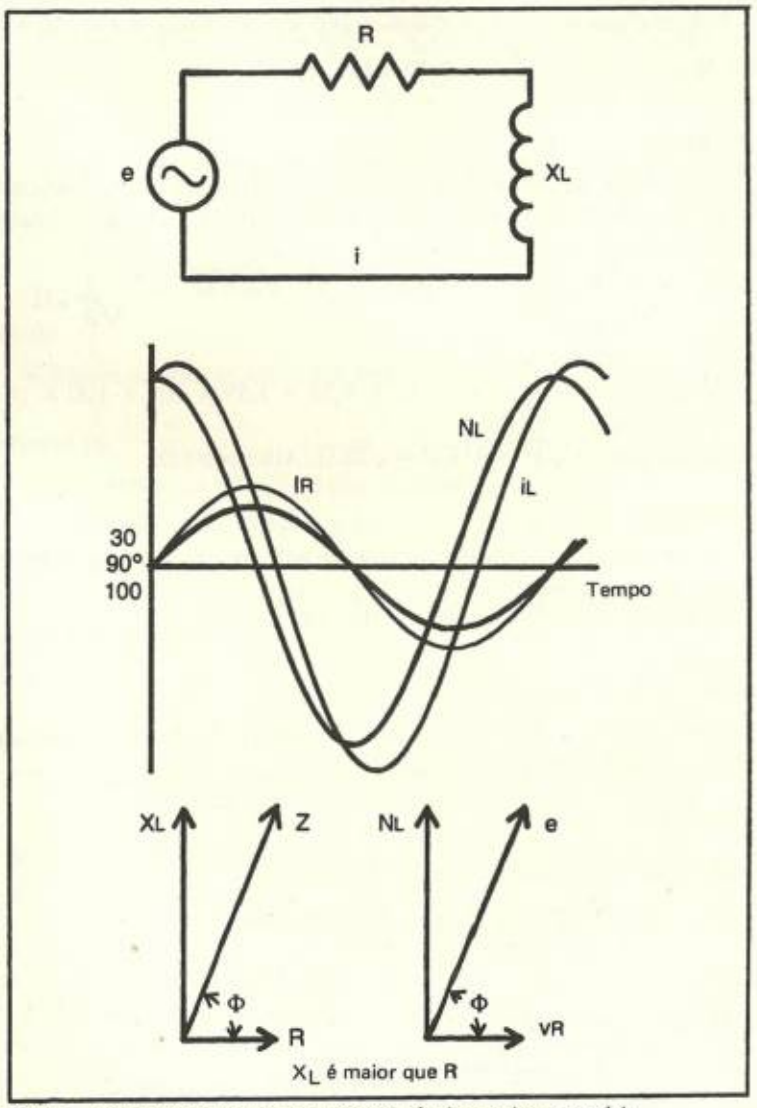



Fig. 6-1 Entrada de onda senoidal em indutância e resistor em série.

**Problema 4**

Se as leituras feitas numa fonte de voltagem de C. A. são de 350 V (voltímetro), 0,8 A (amperímetro), 220 W (wattímetro), o fator de potência é

A. 1,26 B. Zero C. 0,91 D. 0,83 E. 0,79

**Solução**

Potência aparente = 350 X 0,8 = 280 VA; Potência real = 220 W. O fator de potência é $\frac{200}{280} = 0{,}79$. Alternativa E.

**Problema 5**

Um indutor de 100 mH, de resistência desprezível, é ligado em série com um resistor de 1 kΩ a um gerador de 1,59 kHz. A impedância total da ligação em série é

A. 1 kΩ B. 2 kΩ C. 1,5 kΩ D. $\sqrt{2\ \text{k}\Omega}$ E. $\frac{1}{\sqrt{2}}\ \text{k}\Omega$

**Solução**

Reatância do indutor = $2\pi$ fL = 6,28 X 1,59 X $10^3$ X 100 X $10^{-3}$ = 1.000 ohms = 1KΩ.

Impedância total = $\sqrt{1^2 + 1^2}\text{K}\Omega = \sqrt{2}\text{K}\Omega$. Alternativa D.

**Problema 6**

No Problema 5, o ângulo de fase da voltagem do gerador relativo à corrente gerada por ele é

A. +45°. B. -45°. C. +90°. D. -90°. E. 0°.

**Solução**

Uma vez que o circuito é indutivo, o ângulo de fase é positivo com R = $X_L$ = 1 kΩ, $\phi° = +45°$. Alternativa A.

**Problema 7**

No Problema 5, o valor do fator de potência é

A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ E. Zero.

**Solução**

O fator de potência é dado por

$$\frac{R}{Z} = \frac{1\ \text{k}\Omega}{\sqrt{2}\ \text{k}\Omega} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$ ou 0,707. Alternativa C.



**Problema 8**

Um circuito de C. A. consiste de uma reatância capacitiva de 370 ohms ligada em série a um resistor. Se a impedância total é de 740 ohms, o valor do resistor é

A. 370Ω B. 523Ω C. 641Ω D. 740Ω E. 1 047Ω

**Solução**

Valor do resistor, $R = \sqrt{Z^2 - X_L^2} = \sqrt{740^2 - 370^2} = 641\ \Omega$.

Alternativa C.

**Problema 9**

Um indutor de resistência desprezível é ligado em série a um resistor de 680 ohms. Se a voltagem do indutor é de 75 V e a corrente do circuito 150 mA, a voltagem da fonte é

A. 75V B. 126,6V C. 102V D. 137,85V E. 189V

**Solução**

Voltagem do resistor, $V_R$ = 150 mA X 680 ohms = 102 V. Alternativa C.

**Problema 10**

No Problema 9, o valor da reatância indutiva é

A. 500Ω B. 680Ω C. 163Ω D. 1 523Ω E. 843Ω

**Solução**

A voltagem do indutor é 75 V e a corrente através do mesmo é de 150 mA = 0,150 A. Segue-se que

$$X_L = \frac{I}{V_L} = \frac{75}{0{,}150} = 500\Omega$$. Alternativa A.

## ENTRADA DE ONDA SENOIDAL EM CIRCUITOS CR EM SÉRIE

Com referência à Fig. 6-2, as equações para CR em série podem ser derivadas daquelas fornecidas na Seção 6,1 através da substituição de

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{0{,}159}{fC}\ \Omega$$

para $X_L$. As outras únicas diferenças são

1. $V_C$ atrasa-se de 90° em relação a i
2. e atrasa-se em relação a i de um ângulo de fase, $\phi°$, o qual agora é negativo
3. o fator de potência é considerado como um avanço.

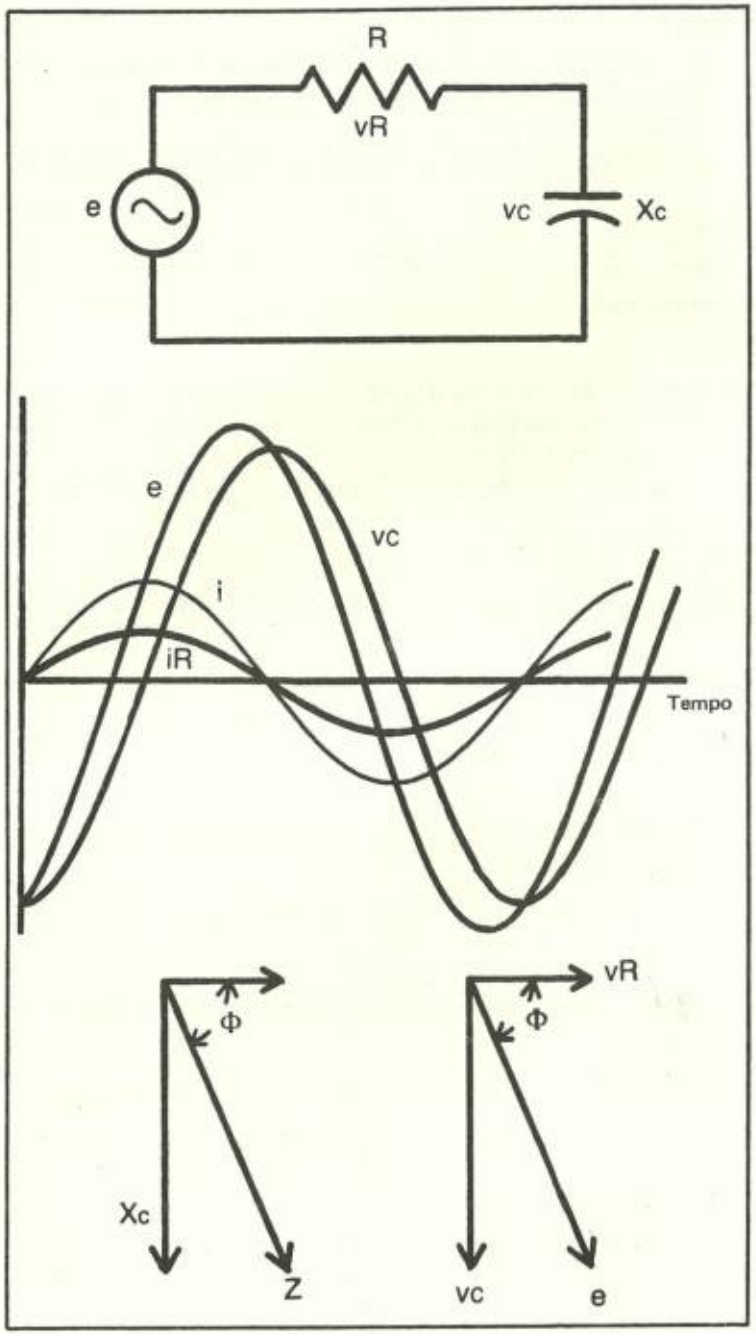



Fig. 6-2 Entrada de onda senoidal em capacitor e resistor em série.



**Problema 1**

Um capacitor de 200 pF é ligado em série com um resistor de 820 ohms a uma fonte de 1 MHz. A impedância total da ligação em série é

A. 820 ohms. B. 137 ohms. C. 1.615 ohms. D. 1.140 ohms. E. 795 ohms.

**Solução**

Reatância capacitiva, $X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{0{,}159}{fC} = \frac{1{,}59 \times 10^{-1}}{10^6 \times 200 \times 10^{-12}}$

$$= \frac{1{,}59 \times 10^{-1}}{2 \times 10^{-4}} = 0{,}795 \times 10^3 = 795\Omega$$

A impedância total é

$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{820^2 + 795^2} = 1\,140\Omega$. Alternativa D.

**Problema 2**

No Problema 1, a voltagem da fonte é de 10 V RMS. A potência real é

A. 88 mW. B. 0,063 W. C. 58 mW. D. 62 mW. E. 0,073 W.

**Solução**

Corrente da fonte, $I = \frac{E}{Z} = \frac{10\text{ V}}{1\,140\text{ ohms}} = 8{,}77\ldots\text{ mA}$

Potência real $= I^2R = (8{,}77\ldots \times 10^{-3})^2 \times 820 = 76{,}9 \times 10^{-6} \times 820$
$= 63.096\ldots \times 10^{-6} = 0{,}063$ W, arredondados. Alternativa B.

**Problema 3**

No Problema 1, o fator de potência é

A. 0,72 B. 0,97 C. 0,77 D. 0,85 E. 0,69

**Solução**

Fator de potência $= \frac{R}{Z} = \frac{820}{1.140} = 0{,}72$, arredondados.

O fator de potência também pode ser determinado através de

$$\frac{\text{Potência real}}{\text{Potência aparente}} = \frac{0{,}063\text{ W}}{\text{EI VA}} = \frac{0{,}063\text{ W}}{10 \times 8{,}77 \times 10^{-3}\text{ VA}} = \frac{0{,}063}{0{,}087\,7}$$

$= 0{,}72$, arredondados. Alternativa A.

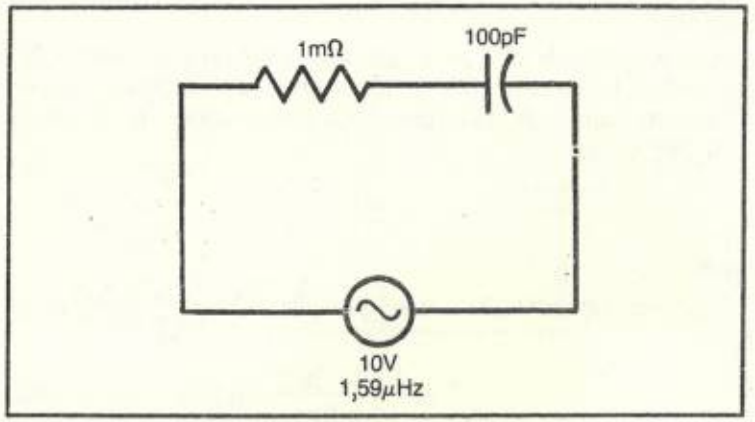


Fig. 6-3 Determine a impedância total.

**Problema 4**

Na Fig. 6-3, a impedância total do circuito é

A. 2 MΩ B. 1 MΩ C. $\sqrt{2}$ MΩ D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ MΩ E. 1.73 MΩ

**Solução**

Reatância capacitiva, $X_C = \frac{0.159}{fC} = \frac{0.159}{1.59 \times 10^3 \times 100 \times 10^{-12}}$

$$= \frac{1{,}59 \times 10^{-1}}{1{,}59 \times 10^3 \times 1 \times 10^{-10}} = 1 \times 10^6 \Omega = 1\ M\Omega$$

Impedância total, $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{1^2 + 1^2}\ M\Omega = \sqrt{2}\ M\Omega$
Alternativa C.

**Problema 5**

No Problema 4, a potência aparente é

A. 50 VA B. 50 μW C. 70,7 μW D. 100 μVA E. 70,7 μVA

**Solução**

Potência aparente = $\frac{E^2}{Z} = \frac{10^2}{\sqrt{2} \times 10^6}$ VA = 70,7 μVA. Alternativa E.

Observe que a potência real é a potência aparente X fator de potência.

Portanto a potência real = $70{,}7 \times \frac{R}{Z} = 70{,}7 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 50\ \mu W$.



**Problema 6**

No Problema 4, o ângulo de fase entre a voltagem e a corrente da fonte é

A. +90° B. −90° C. +45° D. −45° E. Zero.

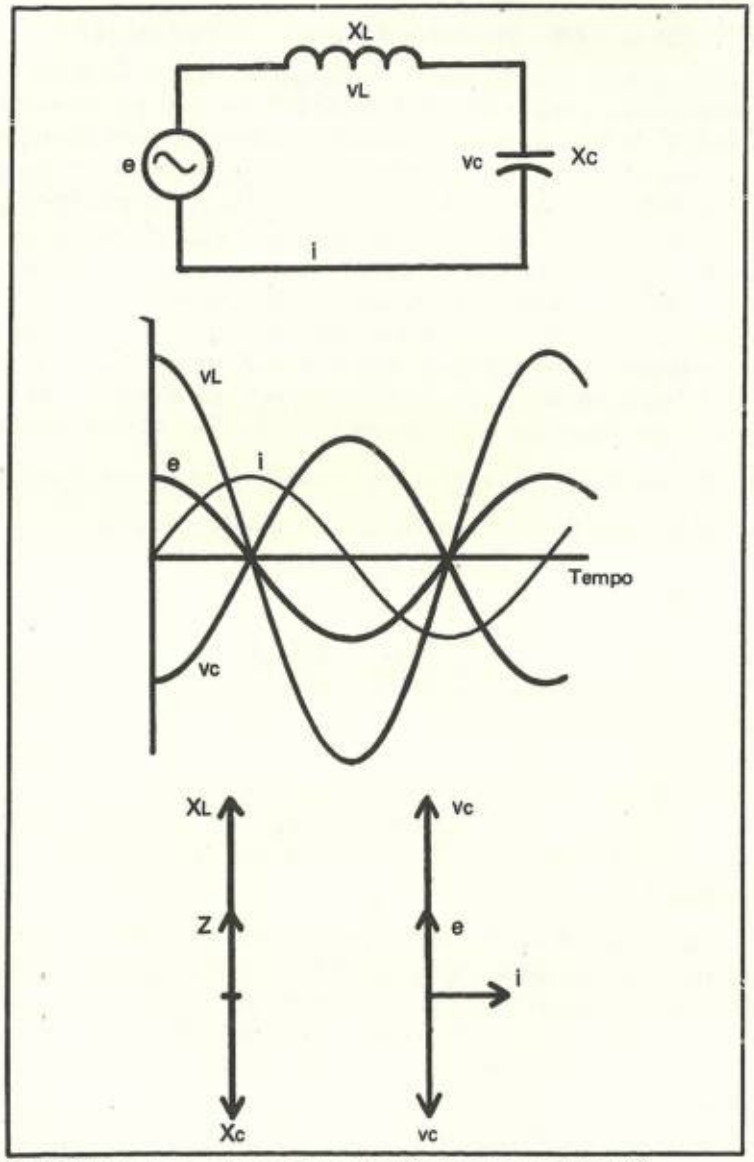


Fig. 6-4 Entrada de onda senoidal em indutância e capacitor em série.

**Solução**

Uma vez que o circuito é capacitivo, o ângulo de fase é negativo e com reatância igual à resistência, $\phi^\circ = -45^\circ$. Alternativa D.

## ENTRADA DE ONDA SENOIDAL EM CIRCUITOS LC EM SÉRIE

Com referência à Fig. 6-4, $V_L$ adianta-se em relação a i de 90°, enquanto que $V_C$ atrasa-se em relação a i de 90°. $V_L$ e $V_C$, por conseguinte, estão 180° defasados e quando somados para determinar a soma dos fasores, e, suas grandezas, $V_L$ e $V_C$ tenderão a anular-se. Se $X_L$ é maior que $X_C$, a impedância total, $Z = X_L - X_C$, $E = V_L - V_C$, e, e adianta-se em relação a i de 90° ($\phi^\circ = +90^\circ$); o circuito atua indutivamente. Se $X_L$ é menor que $X_C$, $Z = X_C - X_L$, $E = V_C - V_L$ e e se atrasa em relação a i de 90° ($\phi^\circ = -90^\circ$); o circuito atua capacitivamente. Em ambas as situações o fator de potência do circuito é zero (considera-se que não há quaisquer perdas associadas ao indutor ou capacitor). Se $X_L = X_C$, $V_L = V_C$, $Z = 0$, I é teoricamente de valor infinito, e a ligação em série de LC por conseguinte age como um curto-circuito ($\phi^\circ = 0^\circ$). Para valores específicos de LC, essa situação ocorrerá numa freqüência, $f = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \dfrac{0{,}159}{\sqrt{LC}}$, onde f é medida em Hz, L em henrys e C em farads.

Logo,

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f^2 C} = \frac{0{,}025\,3}{f^2 C}$$

e

$$C = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L} = \frac{0{,}025\,3}{f^2 L}$$

**Problema 1**

Em um circuito de C. A. uma reatância indutiva de 600 ohms é ligada em série a uma reatância capacitiva de 800 ohms. Desprezando-se qualquer efeito resistivo associado ao circuito, a impedância total é

A. 1,4 kΩ. B. 1 kΩ. C. 700 Ω. D. 0,95 kΩ. E. 200 Ω.

**Solução**

A impedância total, $Z = X_C - X_L = 800 - 600 = 200$ ohms. Alternativa E.



**Problema 2**

No Problema 1, o ângulo de fase entre a voltagem e a corrente da fonte é

A. +90° B. −90° C. +53° D. −53° E. +45°

**Solução**

Devido $X_C$ ser maior que $X_L$, e atrasa-se em relação a i de 90°, o circuito é capacitivo e $\phi^\circ = -90^\circ$. Alternativa B.

**Problema 3**

Um indutor de 1 mH e um capacitor de 0,001 μF são ligados em série a uma fonte cuja freqüência é de 159 kHz. Desprezando-se quaisquer efeitos resistivos no circuito, a impedância total é

A. 1 kΩ B. 2 kΩ C. 1,414 kΩ D. 0,5 kΩ E. Zero.

**Solução**

Reatância indutiva, $X_L = 2\pi fL = 6{,}28 \times 159 \times 10^3 \times 1 \times 10^{-3} = 1\,000\ \Omega = 1\ k\Omega$

Reatância capacitiva, $X_C = \dfrac{1}{2\pi fC} = \dfrac{0{,}159}{fC}$

$$= \frac{0{,}159}{159 \times 10^3 \times 0{,}001 \times 10^{-6}}$$

$$= 1\,000\Omega = 1\ k\Omega$$

Impedância total, $Z = X_L - X_C = 0\Omega$. Alternativa E.

**Problema 4**

No Problema 3, a freqüência da fonte é elevada para 318 kHz. A nova impedância total é

A. 2,5 kΩ B. 2,06 kΩ C. 1,5 kΩ D. 1 kΩ E. Zero.

**Solução**

Uma vez que a freqüência da fonte foi duplicada, a reatância indutiva total = 2 × 1 kΩ = 2 kΩ e a reatância capacitiva total é

$$\frac{1\ k\Omega}{2} = 0{,}5\ k\Omega$$

Impedância total = $X_L - X_C = 2{,}0 - 0{,}5 = 1{,}5$ kΩ. Alternativa C.

**Problema 5**

No Problema 4, o ângulo de fase entre a voltagem e a corrente da fonte é

A. 0° B. +90° C. −90° D. +45° E. −45°

**Solução**

Uma vez que $X_L$ é maior que $X_C$, o circuito age indutivamente e $\phi° = +90°$. Alternativa B.

**Problema 6**

Um indutor de 150 μH é ligado em série a um capacitor de 250 pF. A freqüência em que suas reatâncias são iguais é

A. 389 kHz B. 424 kHz C. 516 kHz D. 820 kHz E. 4,24 MHz

**Solução**

A freqüência exigida é

$$f = \frac{0{,}159}{\sqrt{LC}} = \frac{0{,}159}{\sqrt{150 \times 10^{-6} \times 250 \times 10^{-12}}}$$

Hz = 820 kHz. Alternativa D.

**Problema 7**

Qual o valor de indutância necessário para anular uma reatância capacitiva de 327 ohms em uma freqüência de 1,87 MHz?

A. 260 μH B. 27,8 μH C. 173 μH D. 17,3 μH E. 34,8 μH

**Solução**

A reatância indutiva deve ser igual a 327 ohms. O valor necessário de indutância é

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{0{,}159 \times 327}{1{,}87 \times 10^6}\ H = \frac{0{,}159 \times 327}{1{,}87}\ \mu H = 27{,}8\ \mu H,$$

arredondados. Alternativa B.

**Problema 8**

Em um circuito LC em série, a voltagem do indutor é 16 V e a do capacitor é 30 V. Desprezando-se quaisquer efeitos resistivos associados aos componentes do circuito, a voltagem da fonte é

A. 46V B. 18V C. 34V D. 14V E. 12,8V



**Solução**

Voltagem da fonte, $E = V_C - V_L = 30 - 16 = 14$ V. Alternativa D.

## ENTRADA DE ONDA SENOIDAL EM CIRCUITOS LCR EM SÉRIE

Com referência à Fig. 6-5, $V_R$ está em fase com i, $V_L$ é um avanço em relação a i de 90° e $V_C$ atrasa-se em relação a i de 90°. Consideran-

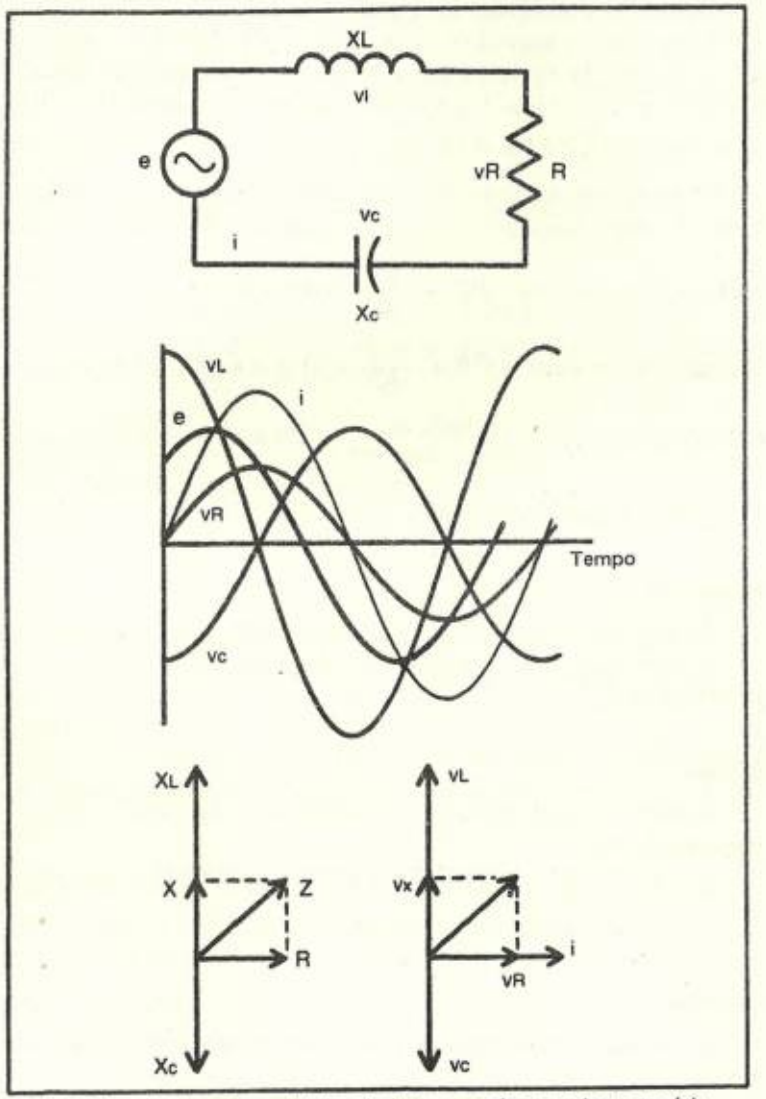



Fig. 6-5 Entrada de onda senoidal em indutor, capacitor e resistor em série.

do-se que $X_L$ é maior que $X_C$, a soma dos fasores de $V_L$ e $V_C$ está em fase com $V_L$ enquanto e (que é a soma dos fasores de $V_L$, $V_C$ e $V_R$) adianta-se em relação a i de um ângulo de fase, $\phi$. O circuito, portanto, age indutivamente e $\phi$ é positivo. Se $X_C$ é maior que $X_L$, a soma dos fasores de $V_L$ e $V_C$ está em fase com $V_C$, e atrasa-se em relação a i, o circuito é capacitivo e $\phi$ é negativo.

Observe que o caso específico onde $X_L = X_C$ está relacionado com o fenômeno da ressonância, que é assunto do Capítulo 7.

A grandeza da impedância, $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$, onde X é a reatância da rede e o valor da diferença entre $X_L$ e $X_C$. A voltagem da fonte, $E = \sqrt{V_R{}^2 + V_X{}^2}$, onde $V_X$ é o valor da diferença entre $V_L$ e $V_C$. A corrente é $I = \frac{E}{Z}$ e $V_R = IR$, $V_L = IX_L$, $V_C = IX_C$.

Observe, contudo, que $V_R$ não pode ser maior que a voltagem da fonte, E, nem tampouco $V_L$ ou $V_C$ (ou ambos) podem ser maiores que E.

Potência aparente $= EI = I^2Z = \frac{E^2}{Z}$ volt-ampères.

Potência real em watts $= I^2R = \frac{V_R{}^2}{R} = IV_R = EI \times$ fator de potência.

Fator de potência $= \frac{\text{potência real}}{\text{potência aparente}} = \cos \text{do } \phi = \frac{R}{Z}$

Se R = X, o ângulo de fase é 45°.

**Problema 1**

Na Fig. 6-6, a impedância total apresentada à voltagem da fonte é
A. 28,3 ohms. B. 31,6 ohms. C. 40 ohms. D. 130 ohms.
E. 25 ohms.

**Solução**

Reatância da rede, $X = X_C - X_L = 65 - 45 = 20$ ohms.
Impedância total,

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{20^2 + 20^2} = \sqrt{800} = \sqrt{20^2 \times 2} = 20\sqrt{2}$$
$$= 28{,}3\Omega, \text{ arredondados. Alternativa A.}$$

**Problema 2**

No Problema 1, o ângulo de fase entre a voltagem e a corrente da fonte é
A. +45°. B. −45°. C. +90°. D. −90°. E. Zero



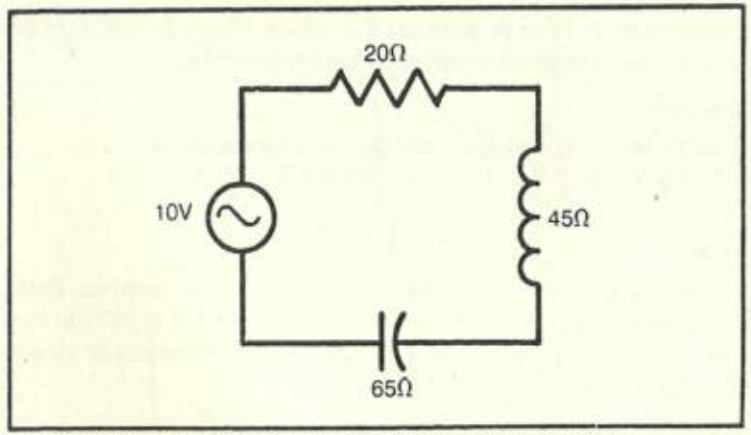


Fig. 6-6 Circuito LCR em série. Qual é a impedância equivalente?

**Solução**

Uma vez que $X_C$ é maior que $X_L$, o circuito é capacitivo e o ângulo de fase é negativo. Com R e X, de mesmo valor, a grandeza do ângulo é 45° e portanto $\phi = -45°$. Alternativa B.

**Problema 3**

No Problema 1, a voltagem do indutor é
A. 7 V. B. 5,7 V. C. 23 V. D. 16V. E. 6,3 V.

**Solução**

Corrente da fonte, $I = \frac{E}{Z} = \frac{10}{28{,}3} = 0{,}353$

Voltagem do indutor, $V_L = IX_L = 0{,}353 \times 45 = 16$ V, arredondados. Alternativa D.

Note que a voltagem do indutor pode ser maior que a voltagem da fonte. Neste circuito, as voltagens aproximadas são $V_R = 7$ V, $V_L = 16$V, $V_C = 23$ V e $E = \sqrt{7^2 + (23 - 16)^2} = 10$ V, arredondados.

**Problema 4**

No Problema 1, o fator de potência da corrente é
A. 0,5 B. 0,64 C. 0,71 D. 0,75 E. 0,82

**Solução**

O fator de potência do circuito é

$$\frac{R}{Z} = \frac{20}{28{,}3} = 0{,}707 = 0{,}71, \text{ arredondados.}$$

Este valor do fator de potência é resultado direto do fato da resistência e reatância da rede terem valores iguais. Alternativa C.

**Problema 5**

No Problema 1, a potência real dissipada no circuito é
A. 2,5 W. B. 5 W. C. 5,6 W. D. 8,2 W. E. Zero.

**Solução**

Potência aparente = EI = 10 X 0,353 = 3,53 volt-ampères. Potência real = Potência aparente X fator de potência = 3,53 X 0,707 (do Problema 4) = 2,5 W. A potência real pode também ser determinada através de $I^2R = (0,353)^2 \times 20 = 2,5$ W. Alternativa A.

**Problema 6**

Um circuito LCR em série contém uma resistência de 15 ohms e uma reatância indutiva de 30 ohms. Se a impedância total do circuito é 25 ohms, o valor da reatância capacitiva é
A. 50 ohms. B. 20 ohms. C. 10 ohms. D. Ambas as alternativas *A* e *C* são corretas. E. Os valores dados ao circuito são impossíveis.

**Solução**

Uma vez que Z = 25 ohms e R = 15 ohms,

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = \sqrt{400} = 20\Omega$$

X é a diferença de valor entre $X_L$ e $X_C$. Portanto $X_C = 30 + 20 = 50$ ohms ou $X_C = 30 - 20 = 10$ ohms. Alternativa D.

## ENTRADA DE ONDA SENOIDAL EM CIRCUITO LR EM PARALELO

Reportando-nos à Fig. 6-7, IR está em fase com e enquanto que IL atrasa-se em relaçao a e de 90°. A soma dos fasores de IL e IR é a corrente da fonte IS, que se atrasa em relação a e de um ângulo de fase, $\phi°$.

A grandeza da impedância total é dada por

$$Z = \frac{RX_L}{\sqrt{R^2 + X_L{}^2}}$$

Observe que Z é menor em valor que R ou $X_L$

$$I_S = \frac{E}{Z} = \sqrt{I_R{}^2 + I_L{}^2}$$

e o fator de potência do atraso é

$$\text{co-seno do } \phi = \frac{Z}{R} \text{ (e não } \frac{R}{Z})$$



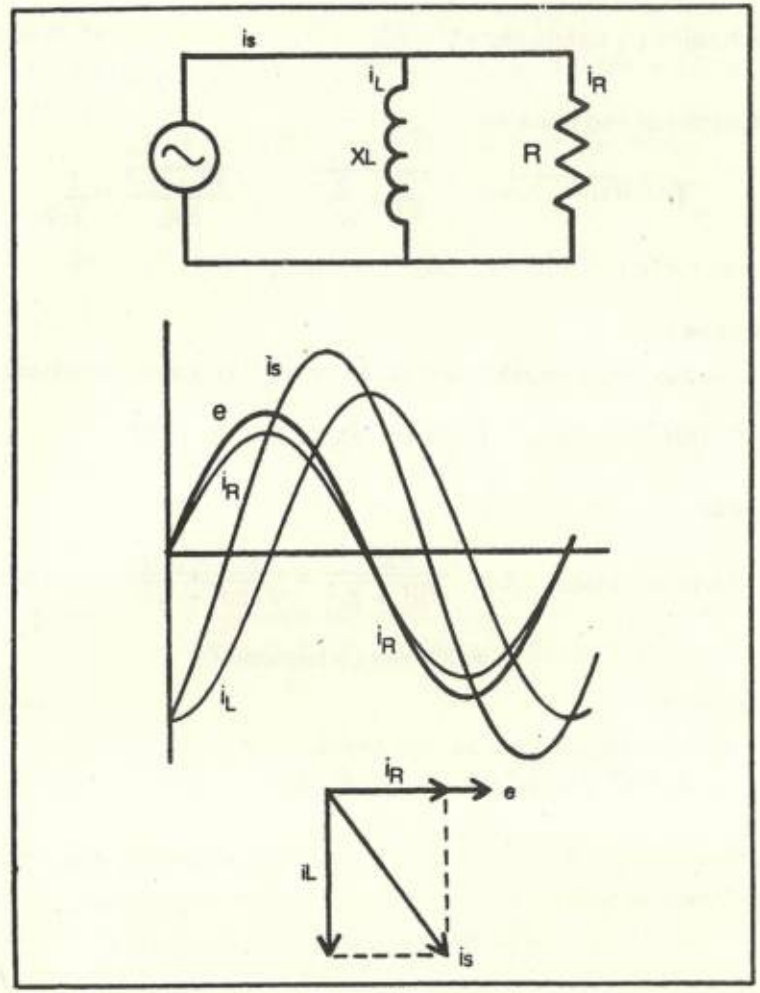



Fig. 6-7 Entrada de onda senoidal num LR em paralelo.

A potência aparente = EIs volt-ampères, e a potência real é

$$EI_S \times \text{fator de potência} = I_R{}^2 R = \frac{E^2}{R} \text{ watts}$$

Para circuitos em paralelo pode ser mais conveniente trabalhar com condutância (G), suscetância (B) e admitância (Y), que são respectivamente os duais da resistência, reatância e impedância, e são todos medidos em mhos.

Portanto a condutância, $G = \frac{1}{R}$ (como em circuitos de C. C.), a suscetância indutiva, $B_L = \frac{1}{X_L}$ e a admitância, que é a soma do fasor da

condutância e a suscetância, é $Y = \frac{1}{Z}$.

Em termos de suas grandezas,

$$Y = \sqrt{G^2 + B_L^2} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}} = \sqrt{\frac{R^2 + X_L^2}{RX_L}} = \frac{1}{Z}$$

e $I_R = EG$, $I_L = EBL$ e $I_S = EY$.

**Problema 1**

Na Fig. 6-8, a impedância total do circuito, tal como apresentada à fonte, é

A. 191Ω B. 247Ω C. 269Ω D. 494Ω E. 770Ω

**Solução**

Impedância total, $Z = \frac{RX_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{420 \times 350}{\sqrt{420^2 + 350^2}}$

= 269 ohms. Alternativa C.

**Problema 2**

No Problema 1, o valor do fator de potência é

A. 0,77 B. 1,3 C. 0,64 D. 0,83 E. Zero

**Solução**

O fator de potência é

$\frac{Z}{R} = \frac{269}{350} = 0{,}77$, arredondados. Alternativa A.

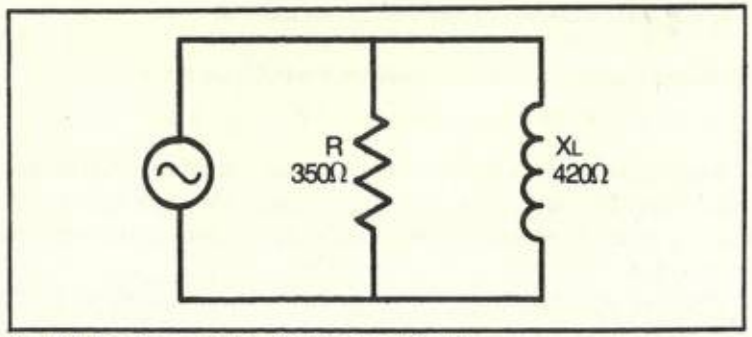



Fig. 6-8 R e X em paralelo. Qual é a impedância?



**Problema 3**

No Problema 1, a voltagem da fonte é 250 V. A potência real do circuito é

A. 232W B. 139W C. 153W D. 167W E. 179W

**Solução**

Potência real $= \frac{E^2}{R} = \frac{250^2}{350} = 179$ W, arredondados.

Ou,

Potência aparente $= \frac{E^2}{Z}$ volt-ampères

Potência real $= \frac{E^2}{Z} \times$ fator de potência $= \frac{250^2}{269} \times 0{,}77$

= 179 W, arredondados. Alternativa E.

**Problema 4**

No Problema 3, a corrente da fonte é

A. 0,71A B. 0,6A C. 1,3A D. 0,93A E. 0,82A

**Solução**

Corrente da fonte, $I_S = \frac{E}{Z} = \frac{250}{269} = 0{,}93$ A, arredondados. Alternativa D.

## ENTRADA DE ONDA SENOIDAL EM CIRCUITO CR EM PARALELO

As equações para CR em paralelo (Fig. 6-9) podem ser derivadas das equações dadas no Capítulo 6 através da substituição de $X_C$ por $X_L$, $i_C$ por $i_L$ e $B_C$ por $B_L$. Com referência à Fig. 6-9, as únicas diferenças são:

1. $i_C$ é um avanço em relação a e de 90°.
2. $i_S$ é um avanço com relação a e de um ângulo de fase, $\phi°$.
3. O fator de potência agora é um avanço.

**Problema 1**

Na Fig. 6-10, a admitância total entre os pontos X e Y é

A. $1{,}2 \times 10^{-3}$ mho B. $2{,}8 \times 10^{-4}$ mho C. $1{,}6 \times 10^{-3}$ mho
D. $1{,}8 \times 10^{-3}$ mho E. $2{,}2 \times 10^{-3}$ mho

**Solução**

Condutância, $G = \frac{1}{1{,}2 \times 10^3} = 0{,}833 \times 10^{-3}$ mho

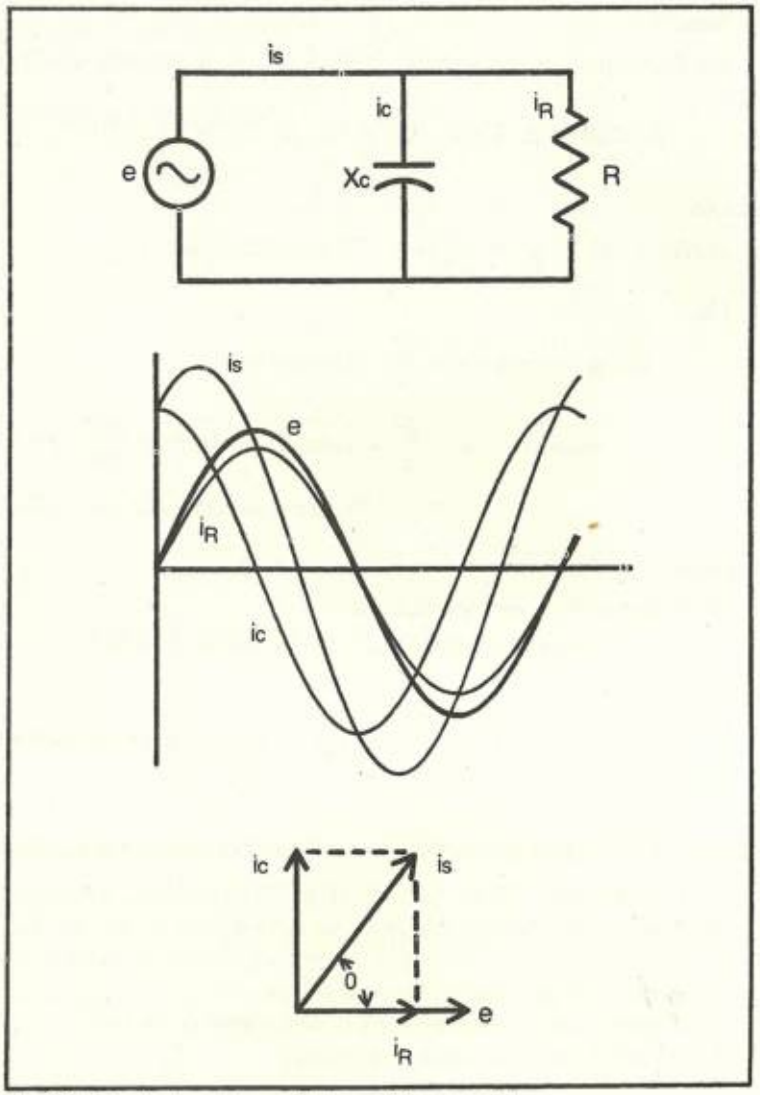



Fig. 6-9 Entrada de onda senoidal num CR em paralelo.

Admitância total, $Y = \sqrt{(2{,}0 \times 10^{-3})^2 + (0{,}833 \times 10^{-3})^2}$
$= 2{,}2 \times 10^{-3}$ mho, arredondados. Alternativa E.

**Problema 2**

No Problema 1, o fator de potência do circuito é
A. 0,91 B. 0,67 C. 0,38 D. 0,45 E. 2,2



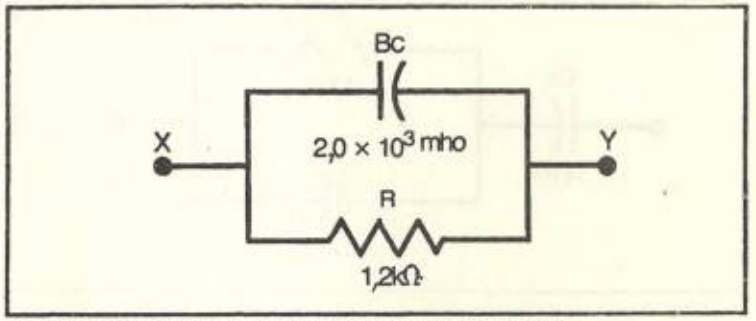



Fig. 6-10 CR em paralelo. Qual a admitância deste circuito?

**Solução**

Fator de potência $= \frac{Z}{R} = \frac{1/Y}{1/G} = \frac{G}{Y} = \frac{0{,}833 \times 10^{3}}{2{,}2 \times 10^{-3}} =$
$= 0{,}38$. Alternativa C.

**Problema 3**

Na Fig. 6-11, a leitura de M é 35 mA. A potência dissipada no resistor $R_2$ é

A. 2,30 W. B. 1,8 W. C. 3,8 W. D. 4.150 mW. E. 1.700 mW.

**Solução**

A queda de voltagem em $R_1$ é 35 mA × 450 ohms = 15.750 mV.
Corrente do capacitor,

$$I_C = \frac{15\,750}{250} = 63 \text{ mA.}$$

Então $I^2R_2 = (35 \times 10^{-3})^2 + (63 \times 10^{-3})^2 = 5.194 \times 10^{-6}$. A potência dissipada em $R_2$ é $I^2R_2 \times R_2 = 5.194 \times 10^{-6} \times 350$ W = 1.817 900 pela calculadora = 1,8 W, arredondados. Alternativa B.

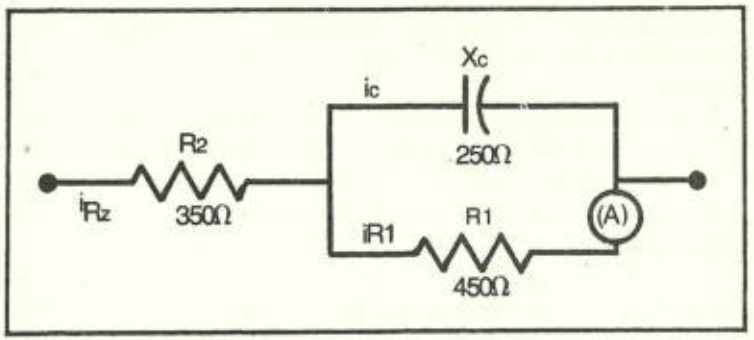



Fig. 6-11 Quanto calor será dissipado por R?

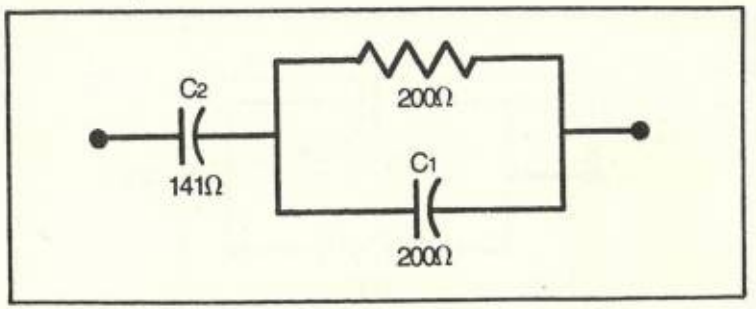



Fig. 6-12 Problema de ângulo de fase.

**Problema 4**

Na Fig. 6-12, o ângulo de fase do circuito é
A. +45° B. -45° C. +67,5° D. -67,5° E. +90°

**Solução**

A impedância de $C_1$ e $R_1$ em paralelo é

$$\frac{X_{C1} \times R_1}{\sqrt{R_1^2 + X_{C1}^2}} = \frac{200 \times 200}{\sqrt{200^2 + 200^2}} = 141\Omega$$

que é igual à reatância de $C_2$.

As voltagens $V_{C1}$, $V_{C2}$ nos dois capacitores são portanto iguais em grandezas, mas enquanto $V_{C2}$ atrasa-se em relação a i de 90°, $V_{C1}$ atrasa-se em relação a i apenas de 45°. O ângulo de fase do circuito está desse modo a meio caminho entre –45° e –90°, e deve ser igual a –67,5°. Alternativa D.

## ENTRADA DE ONDA SENOIDAL EM CIRCUITO LC EM PARALELO

Com referência à Fig. 6-13, ic é um avanço em relação a e de 90° enquanto $I_L$ atrasa-se em relação a e de 90°. $I_L$ e $I_C$ portanto apresentam uma defasagem de 180° de forma que quando ic e $i_L$ são somados para se determinar a soma dos seus fasores, is, suas gradezas, $I_L$ e $I_C$, tenderão a anular-se.

Se $X_L$ é maior que $X_C$, então $I_L$ (= E/$X_L$) é menor que $I_C$ (= E/$X_C$) e $I_S = I_C - I_L$. A corrente da fonte is é um avanço em relação a e de 90° ($\phi° = -90°$) e o circuito porta-se capacitivamente. Isto é uma reação oposta àquela que acontece no caso equivalente em série, no qual, quando $X_L$ era maior que $X_C$, o circuito agia indutivamente.

Se $X_L$ é menor que $X_C$, então $I_L$ é maior que $I_C$ e $I_S = I_L - I_C$. A corrente da fonte, is, atrasa-se em relação a e de 90° ($\phi = +90°$) e o circuito é indutivo.



Em caso de $X_L$ ser maior ou menor que $X_C$, o fator de potência em ambos os casos é zero (considerando-se não existirem quaisquer perdas resistivas associadas a L ou C).

A impedância total do circuito, Z, é $\frac{X_L X_C}{X}$, onde X é a diferença de

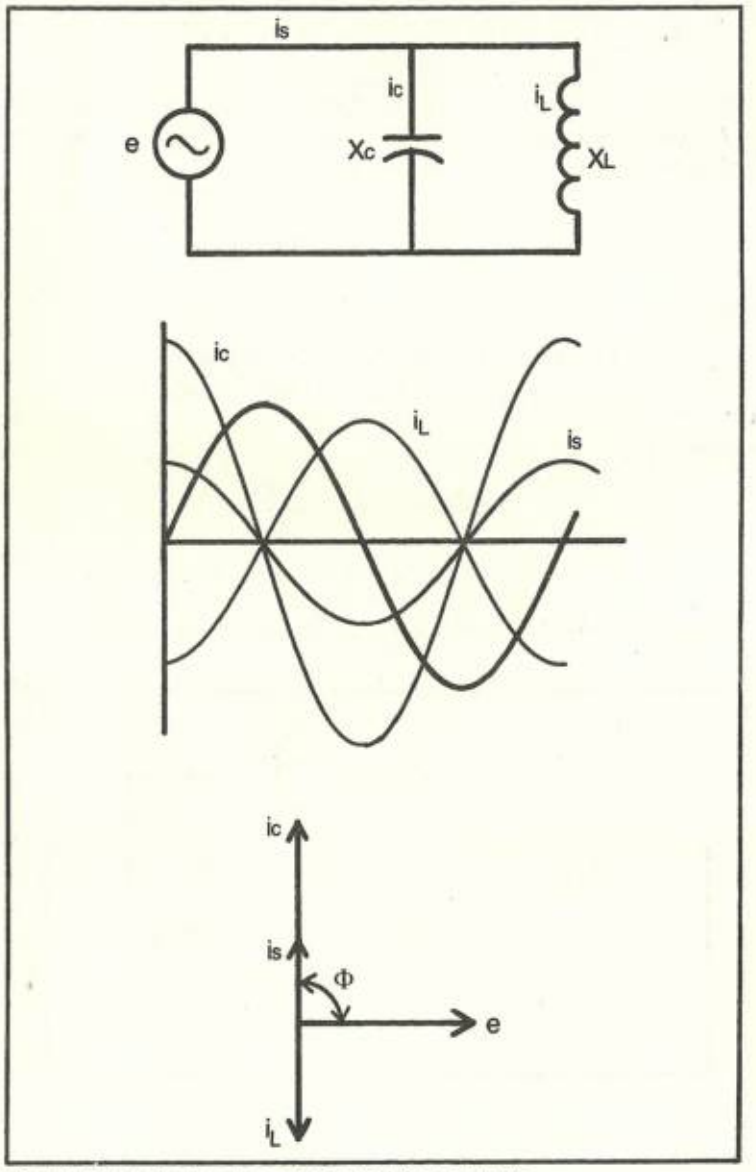



Fig. 6-13 Entrada de onda senoidal num LC em paralelo.

valor entre $X_L$ e $X_C$. Observe que a grandeza de Z é sempre maior que as de $X_L$ ou $X_C$.

A admitância total do circuito, Y = B, onde B é a diferença de valor entre

$$B_L = \frac{1}{X_L} \quad \text{e} \quad B_C = \frac{1}{X_C}$$

Se $X_L = X_C$, $I_L = I_C$, $I_S = 0$, Z é teoricamente infinito e Y é portanto zero. A ligação em paralelo de LC age então como um circuito aberto. Esta situação ocorre também com a freqüência,

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{0{,}159}{\sqrt{LC}} \text{ Hz}$$

**Problema 1**

Na Fig. 6-14, a impedância do circuito LC em paralelo é

A. 35Ω B. 25Ω C. 8,6Ω D. 5Ω E. 60 Ω

**Solução**

$$\text{Impedância, } Z = \frac{X_L X_C}{X}$$

$$\text{onde } X = X_L - X_C = 20 - 15 = 5\ \Omega$$

$$\text{Logo, } Z = \frac{20 \times 15}{5} = 60 \text{ ohms, e é capacitivo. Alternativa E.}$$

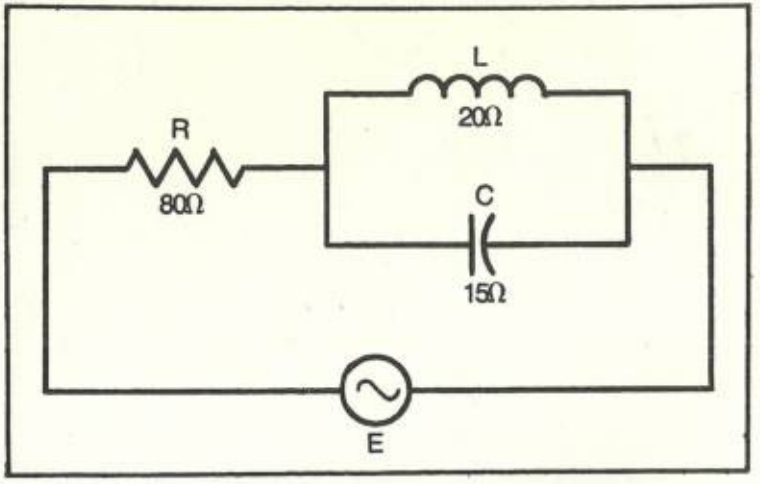



Fig. 6-14 Problema sobre impedância.



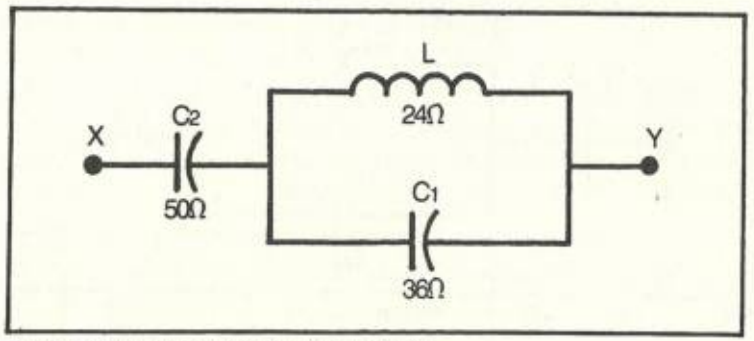



Fig. 6-15 Outra representação de impedância.

**Problema 2**

No Problema 1, a corrente em R é de 150 mA. O valor da voltagem da fonte é

A. 21 V. B. 18 V. C. 17 V. D. 15 V. E. 12 V.

**Solução**

A impedância total do circuito = $\sqrt{60^2 + 80^2} = 100$ ohms. Voltagem da fonte, E = 150 mA × 100 ohms = 15 V. Alternativa D.

**Problema 3**

Na Fig. 6-15, a impedância total entre os pontos X e Y é

A. 64,4 Ω B. 35,6Ω C. 22Ω D. 89Ω E. 122Ω

**Solução**

A impedância da ligação em paralelo de L e $C_1$ é

$$\frac{24 \times 36}{36 - 24} = 72\Omega$$

Uma vez que $X_L$ é menor que $X_{C1}$, esta impedância é indutiva. Impedância total = 72 - 50 = 22 ohms. Alternativa C.

**Problema 4**

Na Fig. 6-16, a impedância total entre os pontos X e Y é

A. 31,6Ω B. 110 Ω C. 50 Ω D. 70Ω E. 190 Ω

**Solução**

A impedância da ligação em paralelo de L e $C_1$ é

$$\frac{75 \times 50}{75 - 50} = 150\Omega$$

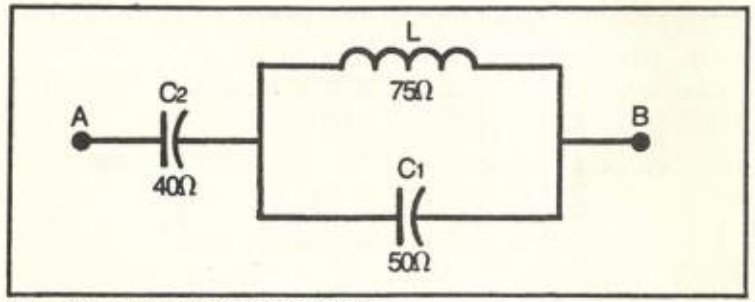



Fig. 6-16 Representação de impedância.

Uma vez que $X_{C1}$ é menor que $X_L$, esta impedância é capacitiva e a impedância total é

$150 + 4 = 190\Omega$. Alternativa E.

**Problema 5**

Na Fig. 6-17, a impedância total entre os pontos X e Y é

A. 125Ω B. 31.25Ω C. 50Ω D. 83.3Ω E. 183.3Ω

**Solução**

$$\text{Reatância capacitiva total} = \frac{X_{C1} \times X_{C2}}{X_{C1} + X_{C2}} = \frac{75 \times 150}{75 + 150} = 50\Omega$$

$$\text{Reatância indutiva total} = \frac{X_{L1} \times X_{L2}}{X_{L1} + X_{L2}} = \frac{125 \times 250}{125 + 250} = 83{,}3\ \Omega$$

Impedância total, $Z = \frac{50 \times 83{,}3}{83{,}3 - 50} = 125$ ohms. Alternativa A, e é capacitivo uma vez que a reatância capacitiva total é menor que a reatância indutiva total.

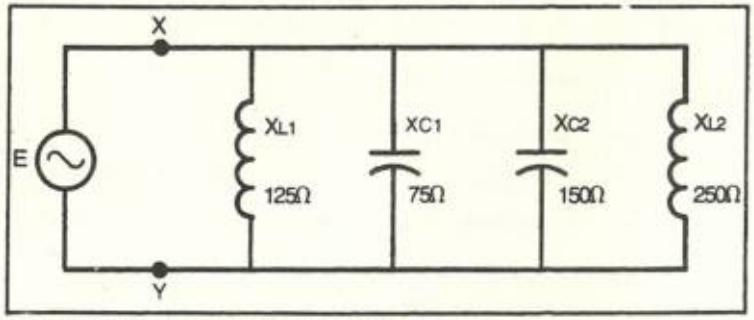



Fig. 6-17 Outra representação de impedância.



## ENTRADA DE ONDA SENOIDAL EM CIRCUITOS LCR EM PARALELO

Pode-se verificar, na Fig. 6-18, que $i_R$ está em fase com e, $i_C$ adianta-se em relação a e de 90°, e $I_L$ atrasa-se em relação a e de 90°; $i_L$ e $i_C$, portanto, estão 180° defasados de maneira que, quando somados para produzirem a soma de seus fasores ix, suas grandezas, $I_L$ e $I_C$, tenderão a anular-se. A

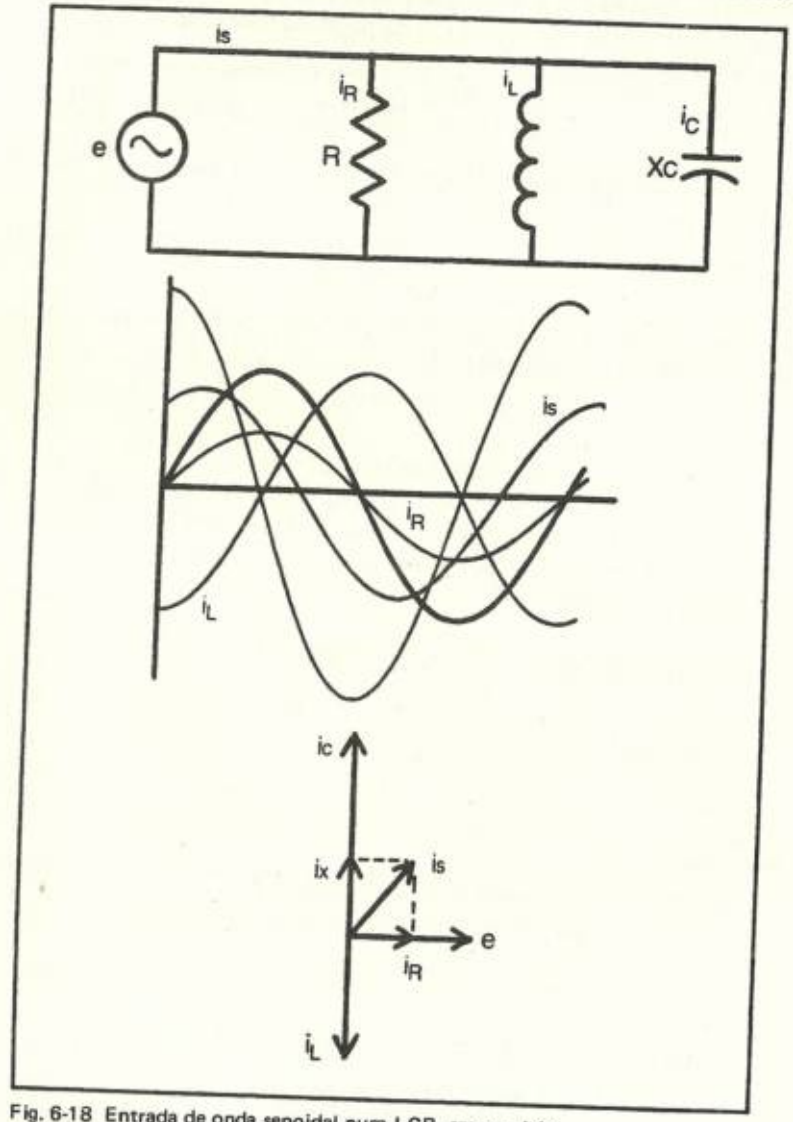



Fig. 6-18 Entrada de onda senoidal num LCR, em paralelo.

soma dos fasores de $I_R$ e $I_X$ é a corrente da fonte, $I_S$. Se $X_L$ é maior que $X_C$, $I_L$ é menor que $I_C$ e $I_X$ estará em fase com $I_C$. A corrente da fonte, $I_S$, é um avanço em relação a e de um ângulo de fase, $\phi°$, e o circuito é capacitivo. Isso é o resultado oposto àquele do circuito LCR em série, o qual era indutivo quando $X_L$ era maior que $X_C$. Se $X_L$ é menor que $X_C$, $I_L$ é maior que $I_C$ e $I_X$ e está em fase com $I_L$. A corrente da fonte, $I_S$, atrasa-se em relação a e, e o circuito é indutivo. O caso especial de $X_L = X_C$ será abordado no Capítulo 7, na parte da ressonância. A reatância total de Lc em paralelo é

$$X_T = \frac{X_L X_C}{X}$$

onde X é a diferença entre o valor de $X_L$ e $X_C$. A impedância total é

$$Z = \frac{RX_T}{\sqrt{R^2 + X_T^2}}$$

que é sempre menor que o valor de R; contudo Z pode ser maior que $X_L$ ou $X_C$ (ou ambos). A corrente da fonte é

$$I_S = \frac{E}{Z} = \sqrt{I_R^2 + I_X^2}$$

onde $I_X$ é a diferença entre o valor de $I_L$ e $I_C$.

A potência real é $E^2/R = I_R^2 R = EI_R$ watts. A potência aparente é $E^2/Z = I_S^2 Z = EI_S$ volt-ampères. O fator de potência é Z/R ( *não* R/Z).

A suscetância total, B, de LC em paralelo é a diferença de valor entre $B_L$ $(1/X_L)$ e $B_C$ $(1/X_C)$.

$$\text{Admitância total, } Y = \frac{1}{Z} = \sqrt{G^2 + B^2}$$

$$\text{onde a condutância, } G = \frac{1}{R}$$

$G = 1/R$.

**Problema 1**

Na Fig. 6-19, a impedância total do circuito é

A. 1 600 Ω B. 478 Ω C. 566Ω D. 538 Ω E. 229Ω

**Solução**

A reatância total do indutor e do capacitor em paralelo é

$$\frac{550 \times 350}{550 - 350} = 962{,}5\Omega$$



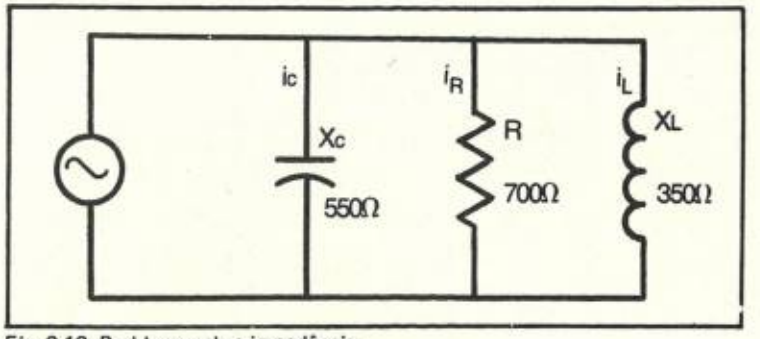



Fig. 6-19 Problema sobre impedância.

$$\text{Impedância total, } Z = \frac{700 \times 962{,}5}{\sqrt{700^2 + 962{,}5^2}} = 566\Omega,$$

Alternativa C. Observe que Z é maior que $X_L$ ou $X_C$, porém menor que R.

**Problema 2**

No Problema 1, o valor do fator de potência do circuito é

A. 0,5 B. 0,81 C. 0,707 D. 0,63 E. 1,4

**Solução**

$$\text{Fator de potência} = \frac{Z}{R} = \frac{566}{700} = 0{,}81.$$ Alternativa B.

**Problema 3**

No Problema 1, a voltagem da fonte é de 6,5 V. A potência real no circuito é

A. 60 mW. B. 0,075 W. C. 52 mW. D. 0,039 W. E. 0,049 W.

**Solução**

$$\text{Potência real} = \frac{E^2}{R} = \frac{6{,}5^2}{700}\ \text{W} = 0{,}060\ 357\ 1\ \text{W} = 60\ \text{mW},$$ arredondados. Ou, potência real = potência aparente × fator de potência = $= \frac{E^2}{Z} \times 0{,}81 = \frac{6{,}5^2}{566} \times 0{,}81\ \text{W} = 60\ \text{mW}$, arredondados. Alternativa A.

## TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA MÁXIMA – O CASO C.A.

A potência máxima é transferida à carga quando a resistência desta é casada (torna-se igual) à resistência interna da fonte. Uma fonte de C. A. pode ter uma impedância interna constituída de uma resistência ou ainda de uma reatância capacitiva ou indutiva, enquanto que a carga pode ser

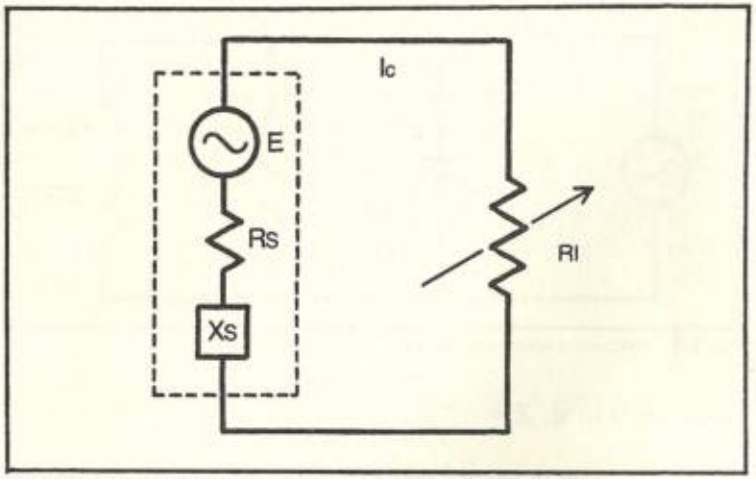


Fig. 6-20 Transferência máxima de potência com carga resistiva.

puramente resistiva ou ser uma combinação de resistência e reatância. Estas duas possibilidades da carga serão estudadas separadamente. Na Fig. 6-20, a grandeza total da impedância interna da fonte é $\sqrt{Rs^2 + Xs^2}$, onde Xs pode representar tanto uma reatância capacitiva como uma reatância indutiva. A grandeza da impedância total do circuito,

$$Z_T = \sqrt{(R_s + R\ell)^2 + X_s^2}$$

Corrente de carga, $I\ell = \frac{E}{Z_T} = \frac{E}{\sqrt{(R_s + R\ell)^2 + X_s^2}}$

Potência da carga, $P\ell = I_\ell^2 R\ell = \frac{E^2 R\ell}{(Rs + R)^2 + Xs^2}$

Se Rℓ varia, verifica-se que a potência de carga Pℓ, é máxima quando Rℓ $= \sqrt{R_s^2 + X_s^2}$ ou quando a resistência de carga é casada com a grandeza da impedância interna da fonte. O valor da potência máxima é

$$P_{máx} = \frac{E^2}{2(R\ell + Rs)} \text{ watts}$$

Na Fig. 6-21, a grandeza da impedância total do circuito é

$$Z_T = \sqrt{(R\ell + R_s)^2 + (X\ell + X_s)^2}$$

Onde Xℓ e Xs podem ser tanto indutivos ou capacitivos (Fig. 6.21).

A corrente de carga $I\ell = \frac{E}{Z_T} = \frac{E}{\sqrt{R\ell + R_s)^2 + (X\ell + X^s)^2}}$



A potência na carga é

$$P\ell = I^2 R\ell = \frac{E^2 R\ell}{(R\ell + R_s)^2 + (X\ell + X_s)^2}$$

Se há uma variação de Xℓ, Pℓ terá um valor máximo quando Xℓ + Xs = 0 ou Xℓ = −Xs. Xℓ terá então a mesma grandeza de Xs, mas será de natureza oposta, de forma que, por exemplo, se Xs é indutiva, Xℓ será capacitiva, e vice-versa.

Depois que a reatância foi eliminada no circuito,

$$P\ell = \frac{E^2 R\ell}{(R\ell + R_s)^2}$$

P terá um valor máximo quando Rℓ é casado com Rs. A potência máxima será então: $P_{máx} = \frac{E}{4R_s}$ e a corrente de carga correspondente:

$$I\ell = \frac{E}{2R_s}$$

Com Rℓ = Rs e Xℓ = −Xs, a impedância de carga e a impedância interna da fonte são conjugadas.

**Problema 1**

Na Fig. 6-22, o valor de Rℓ que possibilitará potência máxima na carga é

A. 5 ohms. B. 8 ohms. C. 13 ohms. D. 9,4 ohms. E. 85 ohms.

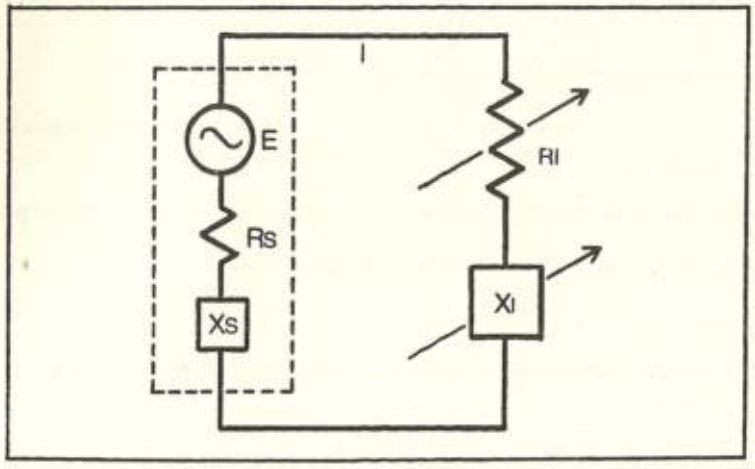


Fig. 6-21 Transferência máxima de potência com carga indutiva e resistiva.

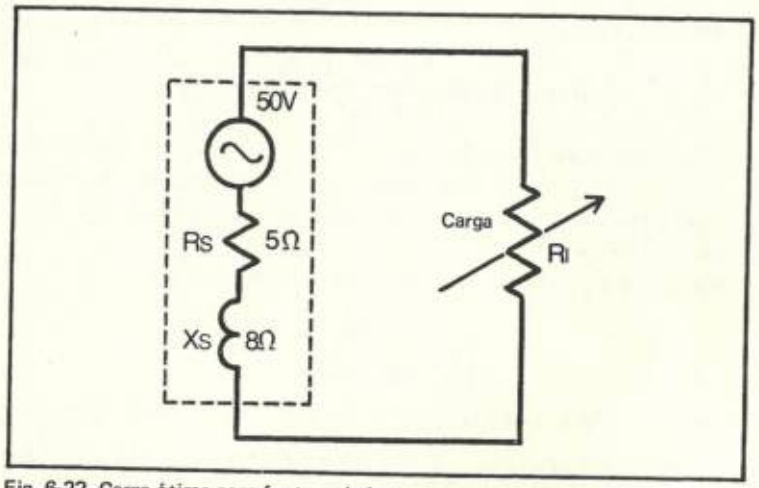



Fig. 6-22 Carga ótima com fonte resistiva.

**Solução**

A grandeza da impedância interna da fonte é $\sqrt{R_s^2 + X_s^2} = \sqrt{5^2 + 8^2} = \sqrt{89} = 9{,}4$ ohms. Alternativa D.

**Problema 2**

No Problema 1, o valor máximo da potência na carga é
A. 125 W. B. 87 W. C. 93 W. D. 174 W. E. 46,5 W.

**Solução**

O valor da potência máxima é

$$P_{máx} = \frac{E_2}{2\,(R_\ell + R_s)} = \frac{50^2}{2(9{,}4 + 5)} = \frac{2\,500}{28{,}8} = 87\text{W},$$

arredondados. Alternativa B.

**Problema 3**

Na Fig. 6-22, o valor da carga, $R_\ell$, é 6 ohms. A potência dissipada pela carga é
A. 81 W. B. 77 W. C. 12 W. D. 68 W. E. 63 W.

**Solução**

A resistência total do circuito é 5 + 6 = 11. A potência dissipada pela carga é então

$$\frac{50^2 \times 6}{11^2 + 8^2} = \frac{50^2 \times 6}{121 + 64} = \frac{50^2 \times 6}{185} = 81\text{W},$$ arredondados. Alternativa A.



**Problema 4**

Na Fig. 6-22, o valor da carga $R_\ell$, é 13 ohms. A potência na carga é
A. 66 W. B. 69 W. C. 75 W. D. 79 W. E. 84 W.

**Solução**

A resistência total do circuito é 5 + 13 = 18 ohms. A potência dissipada pela carga é

$$\frac{50^2 \times 13}{(5 + 13)^2 + 8^2} = \frac{50^2 \times 13}{13^2 + 8^2} = \frac{50^2 \times 13}{324 + 64} = \frac{50^2 \times 13}{388}$$

= 84 W, arredondados. Alternativa E.

Observe que os Problemas 3 e 4 foram incluídos para se verificar que a potência da carga cai em ambos os valores máximos obtidos na solução do Problema 2.

**Problema 5**

Na Fig. 6-23, o valor da reatância de carga, $X_\ell$, que permitirá uma dissipação máxima de potência na carga, é
A. 5 ohms. Reatância indutiva. B. 5 ohms. Reatância capacitiva.
C. 12 ohms. Reatância indutiva. D. 12 ohms. Reatância capacitiva.
E. 13 ohms. Reatância indutiva.

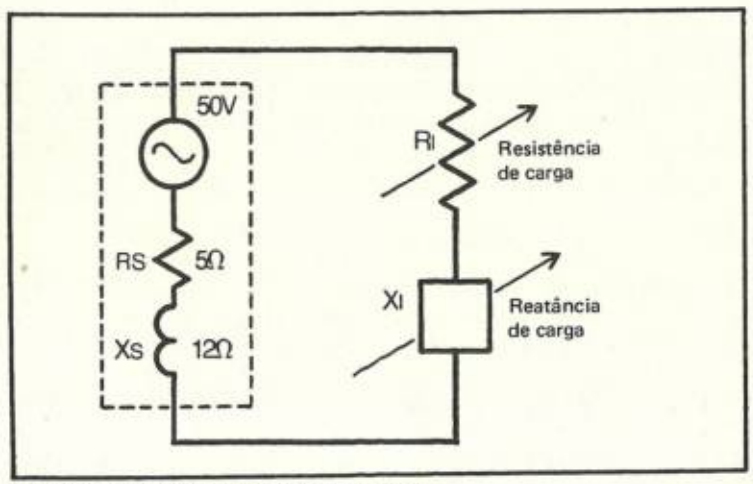



Fig. 6-23 Carga ótima com uma fonte reativa.

**Solução**

Para que haja uma dissipação máxima de potência na carga, o valor de $X_\ell$ deve ser igual em grandeza a $X_s$, porém de sinais opostos. O valor exigido de $X_\ell$, portanto, é 12 ohms, e reatância capacitiva. Alternativa D.

**Problema 6**

Na Fig. 6-23, considera-se que o valor de $X_\ell$ foi corretamente escolhido a fim de permitir uma transferência máxima de potência à carga. O valor de resistência de carga, $R_\ell$, que permitirá máxima potência possível na carga, é

A. 5 ohms. B. 12 ohms. C. 7 ohms. D. 13 ohms. E. 17 ohms.

**Solução**

Para obter-se o valor máximo possível de potência na carga, a resistência de carga deve ser casada com a resistência interna da fonte. O valor necessário de $R_\ell$ é portanto 5 ohms. Alternativa A.

**Problema 7**

No Problema 5, o máximo valor possível de potência na carga é

A. 50 W. B. 75 W. C. 100 W. D. 125 W. E. 150 W.

**Solução**

A potência máxima na carga é

$$P_{máx} = \frac{E^2}{4\,R_s} = \frac{50^2}{4 \times 5} = \frac{2.500}{20} = 125 \text{ W. Alternativa D.}$$

**Problema 8**

No Problema 5, a reatância de carga é retirada mas a fonte não é alterada. A resistência de carga $R_\ell$ é então variada para potência máxima na carga. O valor desta potência máxima é

A. 69 W B. 87 W C. 93 W D. 107 W E. 125 W.

**Solução**

A grandeza da impedância interna da fonte é $\sqrt{R_s^2 + X_s^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$ ohms. O valor da resistência de carga também deve ser igual a 13 ohms e a potência máxima é

$$P_{máx} = \frac{E^2}{2(R_\ell + R_s)} = \frac{50^2}{2(5 + 13)} = 69 \text{ W, arredondados. Alternativa A.}$$

Observe que este valor da potência máxima é menor que aquele obtido na solução do Problema 7.



## PROBLEMAS PRÁTICOS

1. As leituras tomadas numa fonte de C. A. são: voltímetro: 250 V, amperímetro: 1,3 A, fator de potência: 0,7 (de atraso). A potência real no circuito é
   A. 325 W. B. 325 VA C. 227,5 W D. 464 W E. 227,5 VA.
2. As leituras feitas numa fonte de C. A. são: voltímetro: 325 V, fator de potência 0,85 de avanço, watímetro 470 W. A corrente da fonte é
   A. 1,445 A. B. 1,23 A. C. 1,7 A. D. 1,93 A. E. 1,57 A.
3. Um circuito de C. A. é constituído de um resistor de 330 ohms ligado em série a um indutor de resistência desprezível. Se a voltagem e a corrente da fonte são, respectivamente, 10 V e 25 mA, a voltagem do indutor é
   A. 1,75 V. B. 5,65 V. C. 8,25 V. D. Zero. E. 10 V.
4. A uma freqüência de 100 Hz, um indutor tem uma reatância de 15 ohms e resistência de 8 ohms. Se a corrente da bobina é de 3A/C. C. a queda de voltagem através da bobina é
   A. 24 V. B. 45 V. C. 21 V. D. 51 V. E. 69 V.
5. Um circuito de C. A. constitui-se de um capacitor e um resistor em série com o valor da reatância capacitiva, que é duas vezes o valor da resistência. O fator de potência do circuito é
   A. 0,707 B. 0,5 C $1/\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{5}$ E. 1/3
6. Num circuito em série, uma reatância indutiva de 2.000 ohms é ligada a uma reatância capacitiva de 500 ohms e todos os efeitos resistivos do circuito devem ser desprezados. Se a freqüência da fonte é dividida ao meio, a impedância total resultante da ligação em série é
   A. 2,5 kΩ B. 3 kΩ C. 0,75 kΩ D. 2 kΩ E. Zero.
7. Uma resistência de 25 ohms, uma reatância indutiva de 60 ohms, e uma reatância capacitiva de 20 ohms são ligadas em série a uma fonte. Se a corrente é de 2 ampères, a voltagem da fonte é
   A. 210 V. B. 110 V. C. 130 V. D. 102 V. E. 94 V.

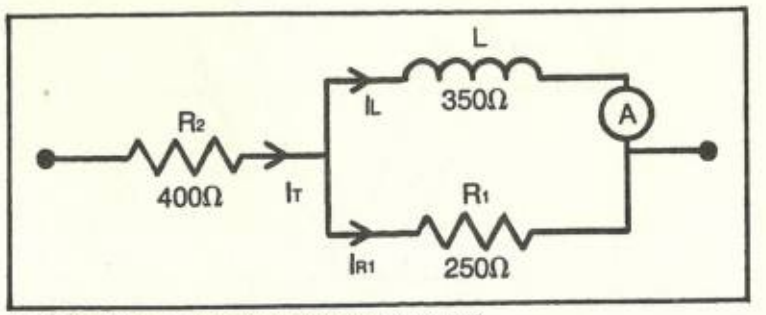



Fig. 6-24 Qual a queda de voltagem através de R2?

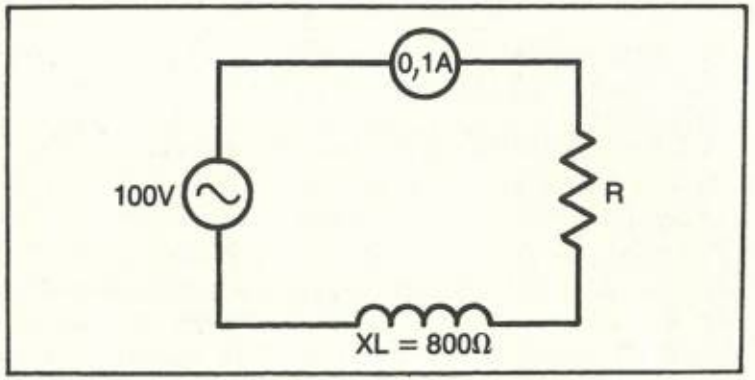



Fig. 6-25 Qual a potência dissipada em R?

8. Qual o valor de capacitância exigido para anular uma reatância indutiva de 327 ohms a uma freqüência de 1,87 MHz?
   A. 0,0173 μF B. 27,8 μF C. 173 pF D. 2,78 pF E. 260 pF
9. Na Fig. 6-24, a leitura de A é 50 mA. A queda de voltagem através de $R_2$ é
   A. 48V B. 8V C. 34V D. 17,5V E. 28V
10. Na Fig. 6-25, a potência dissipada no resistor R é
    A. 6W B. 8W C. 10W D. 4,7 W E. 6,8 W
11. Na Fig. 6-26, *e* e *i* representam a voltagem da fonte e corrente da fonte. O circuito poderia conter
    A. LR em série. B. LR em paralelo. C. CR em paralelo. D. L apenas. E. Apenas C.

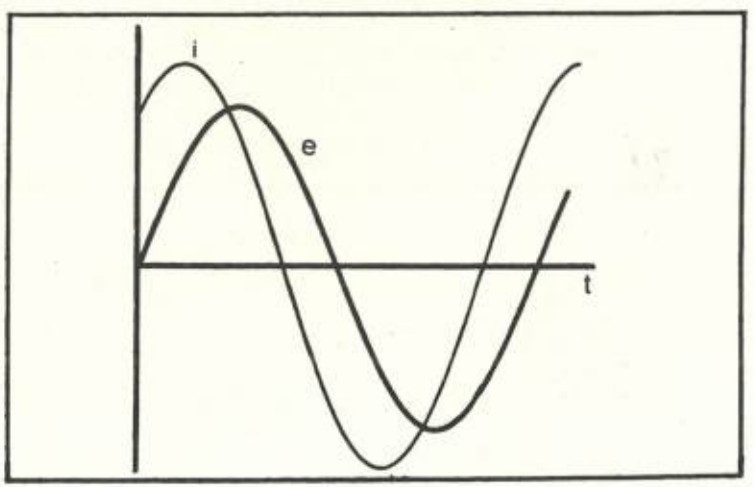



Fig. 6-26 Qual a natureza da carga?



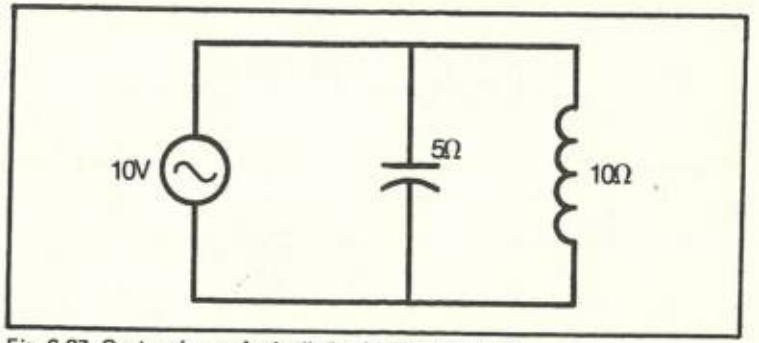



Fig. 6-27 Qual será a potência dissipada neste circuito?

12. Na Fig. 6-27, a potência total dissipada no circuito é
    A. 20W B. 10W C. 30W D. 5W E. Zero.
13. Na Fig. 6-28, E é mantida num nível constante de voltagem, mas sua freqüência é gradualmente aumentada. A voltagem de saída através de R:
    A. Aumentará continuamente. B. Permanecerá constante. C. Diminuirá continuamente. D. Atingirá um máximo e então irá diminuir. E. Cairá a um nível mínimo e então aumentará continuamente.
14. Em um circuito LCR em série, temos uma resistência de 13 ohms, uma reatância indutiva de 37 ohms, e uma reatância capacitiva de 24 ohms. O ângulo de fase do circuito é
    A. Zero. B. +90° C. -90° D. +45° E. -45°
15. Numa fonte de 200V/60 Hz, são ligados uma bobina de resistência de 12 ohms em série com outro indutor cuja reatância é de 15 ohms, e resistência de 8 ohms. Se a corrente da fonte é de 800 mA, a impedância do circuito é
    A. 250Ω B. 35Ω C. 25Ω D. 20Ω E. 15Ω

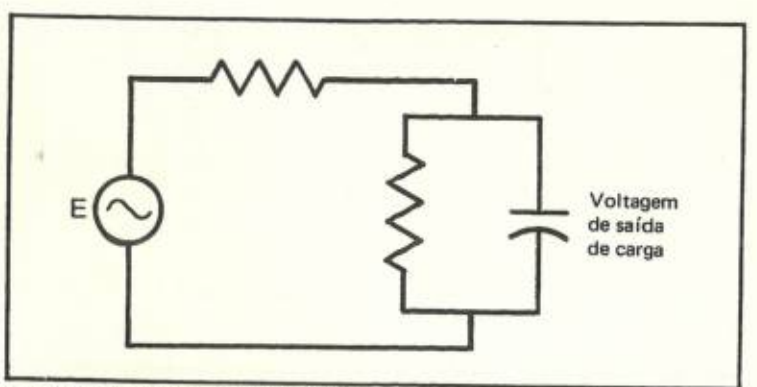



Fig. 6-28 Circuito sensível à freqüência.

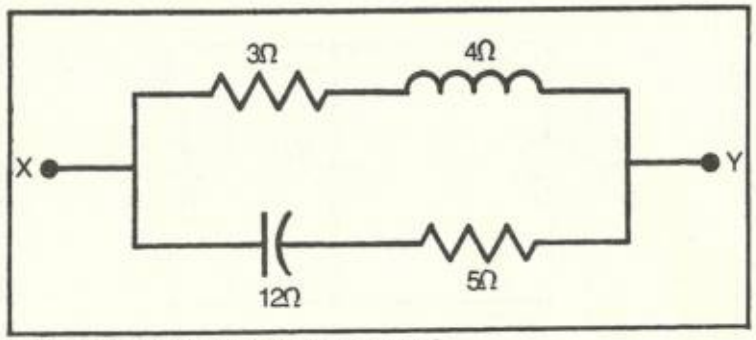



Fig. 6-29 Qual a impedância total do circuito?

16. No Problema 15, a potência média dissipada em um ciclo completo de C.A. é

A. 12,8W B. 16W C. 9,6W D. 160W E. 22,4W

17. Três lâmpadas de 5 W/25 V são corretamente operadas em paralelo. Esta ligação em paralelo é ligada em série com uma reatância indutiva de 100 ohms e uma reatância capacitiva de 60 ohms. O valor da voltagem a fonte é

A. 25V B. 15V C. 100V D. 35V E. 40V

18. Um circuito LCR em série é composto de uma reatância capacitiva que é quatro vezes o valor da reatância indutiva, a qual, por sua vez, é igual a um terço do valor de resistência. O ângulo de fase entre a voltagem e a corrente da fonte é

A. +90° B. −90° C. +45° D. −45° E. 0°

19. Na Fig. 6-29, a impedância total entre os pontos X e Y é

A. 3Ω B. 5Ω C. 5,3Ω D. 3,5Ω E. 13,0Ω

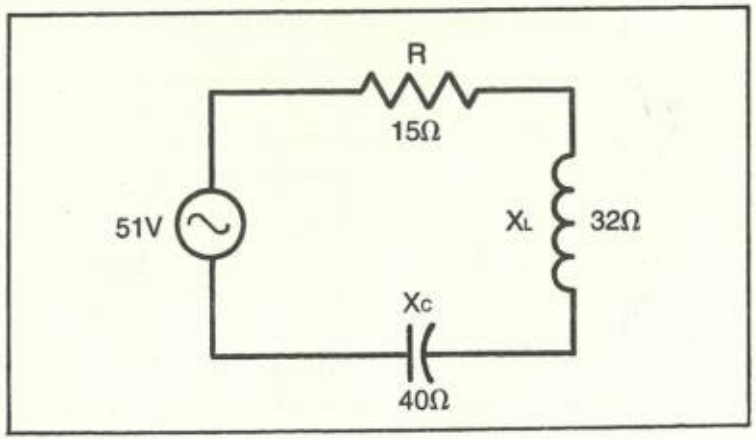



Fig. 6-30 Qual a voltagem através do capacitor X?



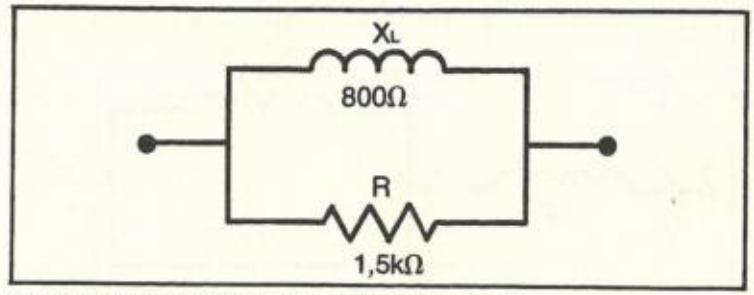



Fig. 6-31 Qual o fator de potência desta configuração?

20. Uma reatância indutiva de 175 ohms é ligada em série com uma lâmpada de 60 W/120 V, operada em sua voltagem nominal. A voltagem da fonte é

A. 120V B. 295V C. 170V D. 150V E. 220V

21. Em um circuito LCR em série, a resistência, a reatância capacitiva e a reatância indutiva têm cada uma 150 ohms. Se a freqüência for reduzida para 0,8 do seu valor original, a impedância total resultante do circuito é

A. 120Ω B. 150Ω C. 164Ω D. 187,5Ω E. 212Ω

22. Na Fig. 6-30, a voltagem do capacitor é

A. 45V B. 96V C. 120V D. 153V E. 27,8V

23. No Problema 22, a voltagem do resistor é

A. 45V B. 96V C. 120V D. 153V E. 27,8V

24. Um circuito LCR contém uma resistência de 20 ohms e uma reatância capacitiva de 24 ohms. Se a impedância total do circuito em série é de 40 ohms, o valor da reatância indutiva é

A. 4Ω B. 48Ω C. 58,6Ω D. 67,2Ω E. 38,7Ω

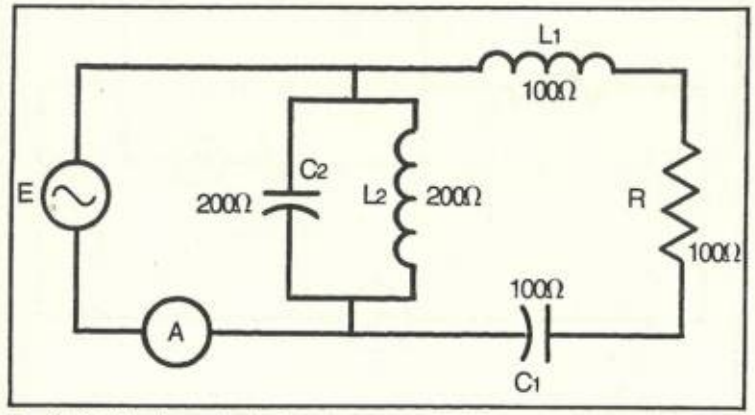



Fig. 6-32 Calcule o valor de E.

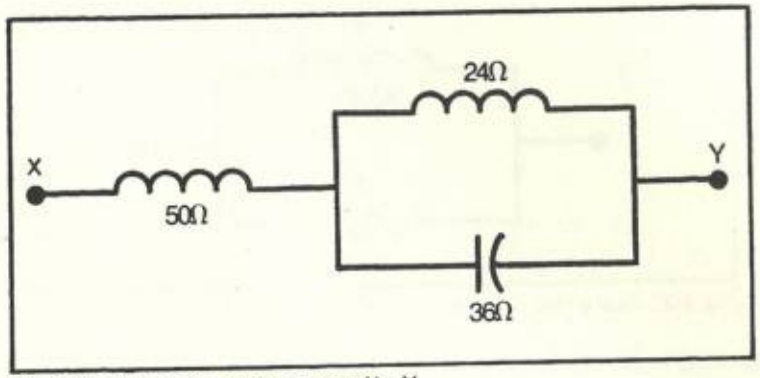



Fig. 6-33 Calcule a impedância entre X e Y.

25. Na Fig. 6-31, o fator de potência do circuito é
    A. 0,47 B. 0,53 C. 0,35 D. 0,8 E. 2,1
26. Na Fig. 6-32, a leitura de M é 10 mA. O valor de E é
    A. 1V B. 3V C. 5V D. 7V E. 10V
27. Na Fig. 6-33, a impedância total entre os pontos X e Y é
    A. 64,4Ω B. 35,6Ω C. 22Ω D. 89Ω E. 122Ω
28. Na Fig. 6-34, a leitura de M é 120 mA. O valor de E é
    A. 45V B. 51,6V C. 30V D. 96V E. 68,4V
29. Qual o valor da capacitância exigido para anular uma reatância indutiva de 450 ohms a uma freqüência de 875 kHz?
    A. 0,016 $\mu$F B. 400 pF C. 0,514 $\mu$F D. 81 pF E. 81 $\mu$F

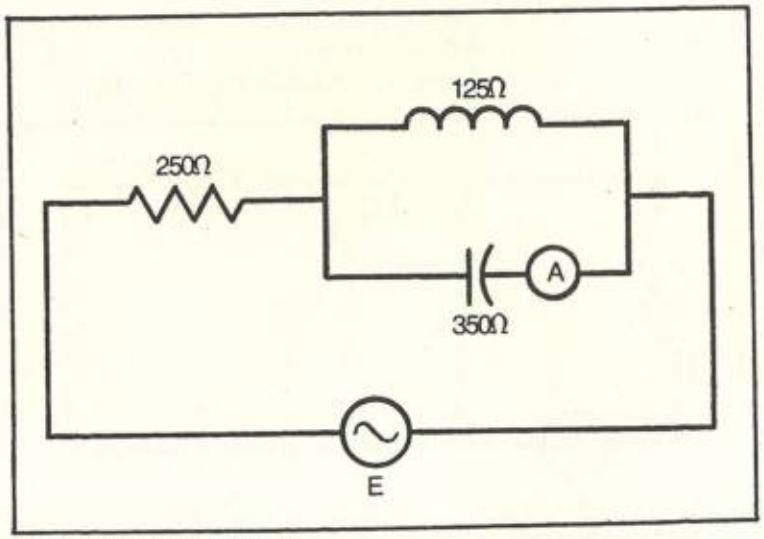



Fig. 6-34 Qual é o valor de E?



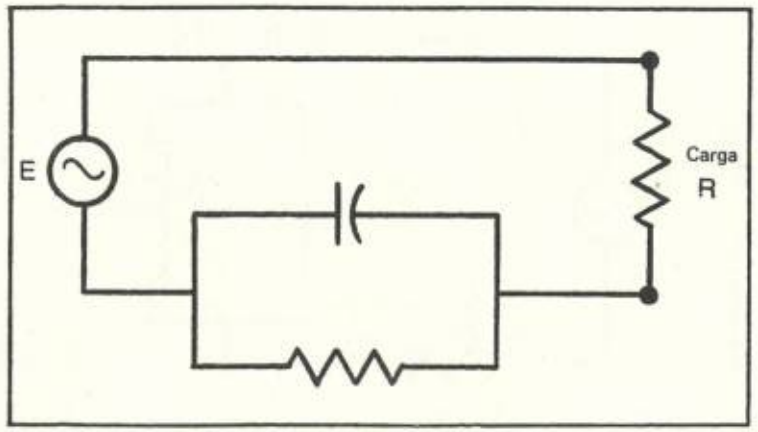



Fig. 6-35 Outro exemplo de circuito sensível à freqüência.

30. Na Fig. 6-35, E é mantida numa voltagem constante, mas a freqüência é gradualmente aumentada a partir de um valor inferior. A voltagem através da carga é, R,
    A. Elevar-se-á continuamente. B. Permanecerá constante. C. Cairá continuamente. D. Atingirá um valor máximo e então decairá. E. Cairá a um valor mínimo e então elevar-se-á continuamente.
31. Na Fig. 6-36, E é mantida numa voltagem constante, mas sua freqüência é aumentada gradualmente a partir de um valor inferior. A voltagem da carga, R, vai
    A. Elevar-se continuamente. B. Permanecer constante. C. Cair continuamente. D. Elevar-se até atingir um valor máximo e então cairá. E. Cair até um valor mínimo e então elevar-se continuamente.

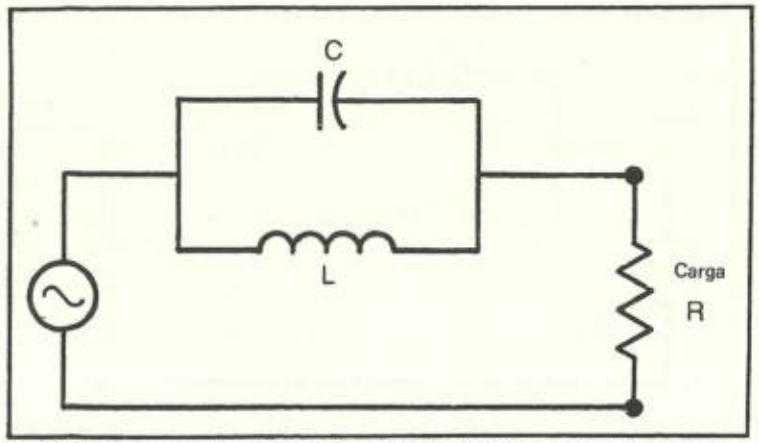



Fig. 6-36 De que maneira a alteração de freqüência irá afetar a voltagem de carga?

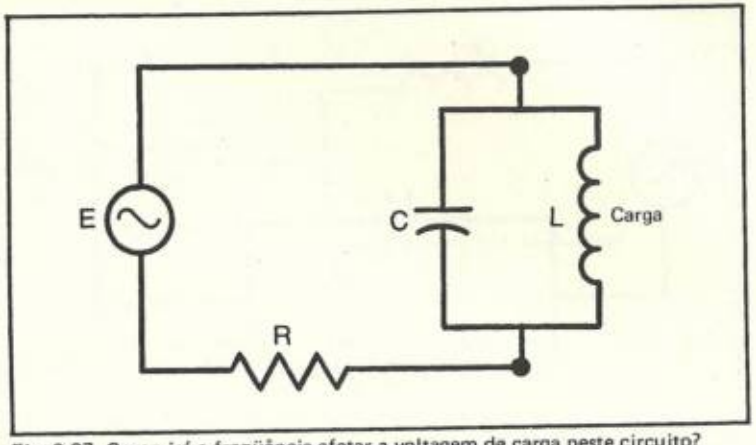



Fig. 6-37 Como irá a freqüência afetar a voltagem de carga neste circuito?

32. Na Fig. 6-37, E é mantida num nível constante de voltagem, mas sua freqüência é elevada gradualmente a partir de um valor inferior. A voltagem através da carga vai
A. Elevar-se continuamente. B. Permanecer constante. C. Cair continuamente. D. Elevar-se até atingir um valor máximo e então cairá. E. Cair a um valor mínimo e então elevar-se continuamente.

33. Na Fig. 6-38, E é mantida num nível de voltagem constante, mas sua freqüência é reduzida gradualmente à partir de um valor mais alto. A voltagem através da carga, R, vai
A. Elevar-se continuamente. B. Permanecer constante. C. Cair continuamente. D. Elevar-se até um valor máximo e então cairá. E. Cair até um valor mínimo e então elevar-se continuamente.

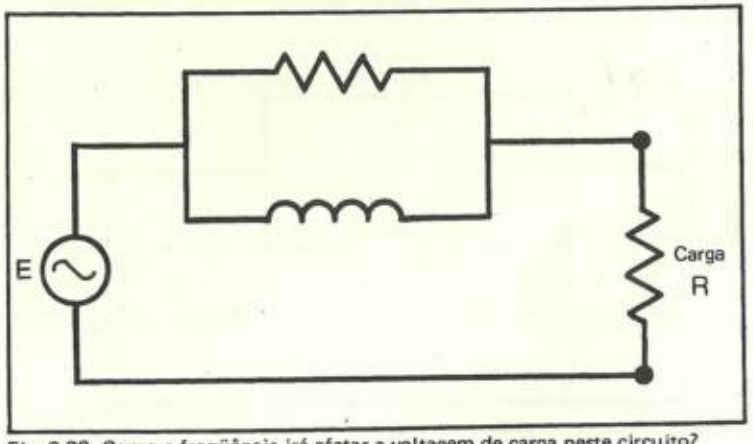



Fig. 6-38 Como a freqüência irá afetar a voltagem de carga neste circuito?



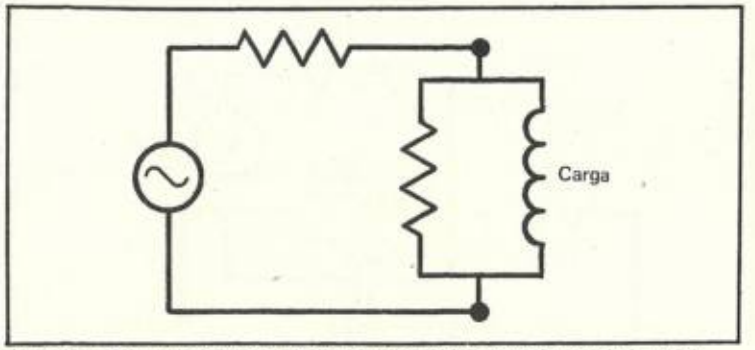



Fig. 6-39 Como a freqüência irá afetar a voltagem de carga neste circuito?

34. Na Fig. 6-39, E é mantida num nível de voltagem constante, mas sua freqüência é reduzida gradualmente de um valor mais alto. A voltagem através da carga vai
A. Elevar-se continuamente. B. Permanecer constante. C. Cair continuamente. D. Elevar-se até um valor máximo e então cairá. E. Cair a um valor mínimo e então elevar-se continuamente.

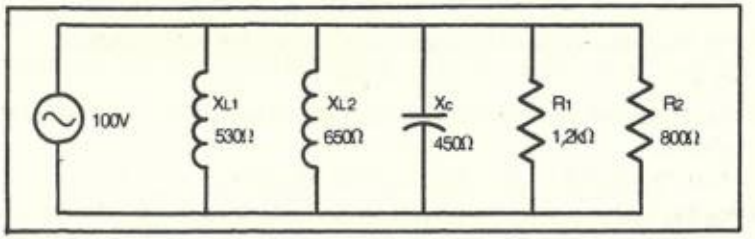



Fig. 6-40 Qual o fluxo total de corrente deste circuito?

35. Na Fig. 6-40, o valor da corrente da fonte é
A. 104 mA. B. 240 mA. C. 208 mA. D. 343 mA. E. 294 mA.

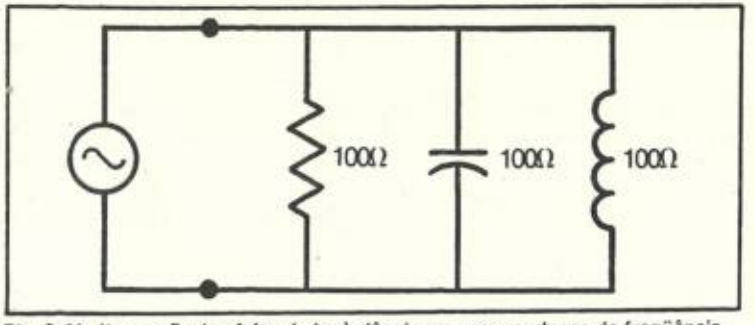



Fig. 6-41 Ilustração do efeito da impedância em uma mudança de freqüência.

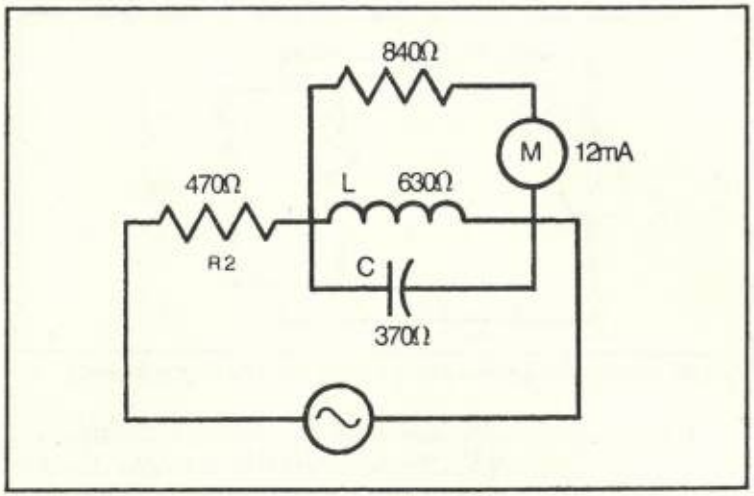



Fig. 6-42 Qual é a queda de voltagem através de R2?

36. No Problema 35, a admitância total do circuito é
A. 1,04 milimho. B. 2,4 milimhos. C. 2,08 milimhos. D. 3,43 milimhos. E. 2,94 milimhos.

37. No Problema 35, qual o componente que dissipa mais potência?
A. $L_1$ B. $L_2$ C. C D. $R_1$ E. $R_2$

38. No Problema 35, o valor do fator de potência para o circuito completo é
A. 0.73 B. 0,87 C. 1,00 D. 0,90 E. Zero

39. Na Fig. 6-41, o valor da freqüência da fonte é duplicado. O valor total resultante da impedância total do circuito é
A. 167 ohms. B. 67 ohms. C. 200 ohms. D. 83 ohms. E. 55 ohms.

40. Na Fig. 6-42, a queda de voltagem através de $R_2$ é
A. 5,6 V. B. 7,7 V. C. 10 V. D. 14 V. E. 16 V



## SOLUÇÕES

1. Potência real = EI X fator de potência
$= 250 \times 1,3 \times 0,7 = 227,5$ W. Alternativa C.

2. Potência real = EI X fator de potência. Portanto

$$I = \frac{\text{potência real}}{\text{E X fator de potência}} = \frac{470}{325 \times 0,85}$$

$= 1,7$A . Alternativa C.

3. Voltagem do resistor, $V_R = I_R = 25 \times 10^{-3} \times 330 = 8,25$ V
Voltagem do indutor, $V_L = \sqrt{E^2 - V_R^2} = \sqrt{10^2 - 8,25^2} = 5,65$ V, arredondados. Alternativa B.

4. A impedância da bobina, $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17\Omega$. A queda de voltagem através da bobina é $IZ = 3 \times 17 = 51$ V. Alternativa D.

5. Impedância total, $Z = \sqrt{R^2 + (2R)^2} = R\sqrt{5}$
Fator de potência $= \frac{R}{Z} = \frac{R}{R\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ . Alternativa C.

6. Uma vez que $X_L = 6,28\ fL$ e $X_C = \frac{0,159}{fC}$, dividindo a freqüência por dois teremos a metade do valor de $X_L$ enquanto que $X_C$ será duplicado, de forma que as novas reatâncias são

$$X_L = \frac{2\,000}{2} = 1\,000\Omega \qquad X_C = 2 \times 500 = 1\,000\ \Omega$$

Reatância total = 1.000 - 1.000 = 0 ohm. Alternativa E.

7. Reatância total, X = 60 - 20 = 40 ohms e é indutiva. A impedância total é $Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{25^2 + 40^2} = 47,2$ ohms.
Logo $Z = (1,179\ldots) \times 40 = 47,169\ldots$ ohms.
Voltagem da fonte $E = IZ = 2 \times 47,2 = 94$ V, arredondados. Alternativa E.

Embora não solicitadas, outras quantidades podem ser calculadas. Potência aparente $= I^2Z = IE = 2 \times 94 = 188$ volt-ampères. Potência real $= I^2R = 2^2 \times 25 = 100$ W

Fator de potência $= \frac{\text{potência real}}{\text{potência aparente}} = \frac{100}{188} = 0,53$

8 O valor exigido para a capacitância é

$$C = \frac{0,159}{fX_C} = \frac{0,159}{1,87 \times 10^6 \times 327} = \frac{0,159}{1,87 \times 10^6 \times 3,27 \times 10^2}$$

$$= \frac{0,159 \times 10^{-8}}{1,87 \times 3,27} = 0,026 \times 10^{-8} = 260 \times 10^{-12}$$

F = 260 pF. Alternativa E.

9. Uma vez que L e RI estão em paralelo,

$V_{RI} = V_L = I_L X_L = 50 \times 10^{-3} \times 350 = 17\,500 \times 10^{-3} =$ 17,5 V

$$I_{RI} = \frac{V_R}{RI} = \frac{17,5}{250} = 0,07A = 70\,mA \text{ e}$$

$I_T = \sqrt{50^2 + 70^2} = 86$ mA, arredondados.

Então $V_{R2} = I_T R_2 = 86 \times 0,4 = 34$ V. Alternativa C.

10. Impedância total, Z = E/I = 100/0,1 = 1.000 ohms. Logo R = $= \sqrt{Z^2 - X_L^2} = \sqrt{1.000^2 - 800^2} = 600$ ohms. $V_R = IR = 0,1 \times \times 600 = 60$ V. Potência real = $I^2R = IV_R = (0,1)^2 \times 600 = 0,1 \times \times 60 = 6$ W. Alternativa A.

11. A corrente da fonte *i* é um avanço em relação à voltagem da fonte. Portanto as respostas A, B e D não podem ser verdadeiras. O ângulo de fase (negativo) tem uma grandeza menor que 90°, o que elimina a alternativa E. Uma corrente em série ou em paralelo com ambos CR sem o L resultará numa corrente de avanço, conforme ilustrado na Fig. 6-26. Alternativa C.

12. Em um circuito que contenha reatâncias indutivas e capacitivas, e nenhuma resistência, não poderá haver dissipação de potência. Presume-se que as perdas do indutor e do capacitor são desprezíveis. Alternativa E.

13. Como a freqüência de E eleva-se, a reatância do capacitor em paralelo com a resistência da carga vai decrescer continuamente, uma vez que $X_C = \frac{0,159}{fC}$ ohm.

Portanto a impedância da carga vai decrescer continuamente, de tal maneira que ambas, a corrente da fonte e a queda de voltagem através do resistor em série, irão aumentar. Segue-se que a voltagem do terminal de carga irá decrescer continuamente e atingirá zero, teoricamente, enquanto a freqüência terá um valor infinito. Alternativa C.

14. Em um circuito LCR em série, a reatância total é a diferença entre as reatâncias indutiva e capacitiva.



Neste circuito em particular, a reatância indutiva é maior em grandeza que a reatância capacitiva. A diferença é 37 − 24 = 13 ohms, a qual tem a mesma grandeza da resistência. Por isso a corrente é um atraso em relação à voltagem da fonte e o ângulo de fase é +45°. Alternativa D.

15. Este problema contém informação supérflua que não é necessária na solução do mesmo. Para obter-se a grandeza da impedância, é necessário apenas saber a voltagem da fonte e a corrente. A impedância do circuito é

$$Z = \frac{E}{I} = \frac{200}{800 \times 10^{-3}} = 0,25 \times 10^3 = 250 \text{ ohms. Alternativa A.}$$

16. Potência média (potência real) só pode ser dissipada na resistência do circuito. Neste circuito a resistência total é igual à soma das resistências dos indutores ou $R_E = 12 + 8 = 20$ ohms.

$$\begin{aligned} \text{Potência real} &= I^2 R_E \\ &= (800 \times 10^{-3})^2 \times 20 \\ &= (8 \times 10^{-1})^2 \times 20 \\ &= 64 \times 10^{-2} \times 20 \\ &= 1\,280 \times 10^{-2} = 12,8\text{W. Alternativa A.} \end{aligned}$$

17. A potência total dissipada nas lâmpadas é 3 × 5 = 15 W e sua corrente total é

$$I = \frac{P}{V_B} = \frac{15}{25} = 0,6 \text{ A}$$

$V_B$ = taxa de voltagem de cada lâmpada,

Reatância total, X = 100 - 60 = 40 ohms

Queda de voltagem da reatância total = IX = 0,6 × 40 = 24 V

Voltagem da fonte, $E = \sqrt{V_B^2 + V_X^2} = \sqrt{25^2 + 24^2} = 35$ V, arredondados. Alternativa D.

18. O valor de 1 ohm é atribuído arbitrariamente a uma reatância indutiva. A reatância capacitiva deve ser então de 4 ohms e a resistência de 3 ohms, de acordo com os dados do problema. Portanto, a reatância total do circuito é 4 - 1 = 3 ohms, e é capacitiva. Desde que a reatância total é igual à resistência, a grandeza do ângulo de fase é 45°. Ademais, a voltagem da fonte atrasa-se em relação à corrente, de maneira que $\phi$ é negativo. Alternativa D.

19. Dois ramos estão em paralelo entre os pontos X e Y. Cada ramo contém um resistor e um elemento reativo em série. Para o ramo superior, $Z_1 = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ ohms. E, para o ramo inferior, $Z_2 = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$ ohms. Por conveniência considera-se

que a voltagem da fonte é 5 X 13 = 65 V. O diagrama do fasor é mostrado na Fig. 6-5, onde

$$I_1 = \frac{E}{Z_1} = \frac{65}{5} = 13A$$

$$I_2 = \frac{E}{Z_2} = \frac{65}{13} = 5A$$

Os componentes da corrente que estão em fase com a voltagem da fonte são
13 X 3/5 = 7,8 A e 5 X 5/13 = 1,923 A.
de modo que a soma das correntes em fase é 9,723 A. Os componentes da corrente que estão 90° fora de fase com a voltagem da fonte são 13 X 4/5 = 10,4 e 5 X 12/13 = 4,615...
A corrente total está 90° fora de fase em relação à voltagem da fonte e suas diferenças são 10,4 - 4,62 = 5,78 A. A grandeza da corrente da fonte é $I = \sqrt{9{,}723^2 + 5{,}78^2} = 11{,}3$ A, arredondados. A impedância total entre X e Y é

$$Z = \frac{E}{I} = \frac{65}{11{,}3} = 5{,}752...$$

= 5,8 ohms, arredondados. Alternativa C.

20. O circuito deve ser de 0,5 A de forma que a lâmpada possa dissipar 60 W com uma voltagem terminal de 120 V. Com um fluxo de 0,5 A, no circuito em série, a voltagem através da reatância indutiva de 175 ohms é 0,5 X 175 = 87,5 V. Portanto, a voltagem da fonte deve ser $\sqrt{87{,}5^2 + 120^2} = 150$ V, arredondados. Alternativa D.

21. A uma freqüência reduzida, a reatância indutiva será 0,8 vezes sua grandeza original e a reatância capacitiva será 1/0,8 vezes seu valor anterior. Por conseguinte, a reatância total do circuito agora será capacitiva e terá um valor de

$$X = 150\left(\frac{1}{0{,}8} - 0{,}8\right)$$

$$= 67{,}5\Omega$$

A nova impedância do circuito será

$Z = \sqrt{150^2 + 67{,}5^2} = 164\Omega$, arredondados. Alternativa C.

22. No circuito da Fig. 6-30, a reatância total do circuito é a diferença entre a reatância capacitiva de 40 ohms e a reatância indutiva de 32 ohms. Portanto a corrente da fonte circula em um circuito que tem uma resistência de 15 ohms ligada em série com uma reatância capacitiva de 40 – 32 = 8 ohms. Neste caso a impedância é



$$Z = \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} = 17\Omega$$

Corrente da fonte, I = 51/17 = 3 A
Voltagem através do capacitor, Vc = IXc = 3 X 40 = 120 V. Alternativa C.

23. A corrente da fonte de 3 A encontrada na solução do Problema 22 circula através do resistor e do indutor. Portanto

$$V_L = 3 \times 32 = 96 \text{ V}$$

e

$$V_R = 3 \times 15 = 45 \text{ V}$$ . Alternativa A.

Observe que as voltagens que surgem através do indutor e do capacitor excedem a voltagem da fonte.

24. Quando a impedância e a resistência de um circuito em série são conhecidas, a reatância pode ser determinada da seguinte maneira: Desde que $Z^2 = R^2 + X^2$, $X^2 = Z^2 - R^2$ e $X = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{40^2 - 20^2} = 3\mu.6$ ohms, arredondados. Uma vez que a reatância capacitiva é 24 ohms, deve-se concluir que o circuito é indutivo e também que a reatância indutiva é 34,6 + 24 = 58,6 ohms. Alternativa C.

25. O fator de potência de um circuito que contenha um indutor ou capacitor em paralelo com um resistor, é Z/R. A impedância Z deve ser determinada, portanto. Uma maneira é considerar uma voltagem da fonte e calcular as correntes dos ramos. A corrente do ramo resistivo está em fase com a voltagem da fonte, enquanto que a corrente do ramo indutivo terá um atraso em relação à voltagem da fonte de 90°. Façamos a voltagem da fonte ser um múltiplo do produto de 8 X 1,5 = 12, por exemplo 12.000 volts. Então,

$$I_L = \frac{12\,000}{800} = 15 \text{ A}, \quad I_R = \frac{12000}{1\,500} = 8A$$

$$I_T = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17A$$

Impedância total, $Z = \frac{E}{I_T} = \frac{12\,000}{17} = 706\Omega$

Fator de potência = $\frac{Z}{R} = \frac{706}{1.500} = 0{,}47$, arredondados. Alternativa A.

26. À primeira vista parece ser um problema de difícil solução. Entretanto, a reatância indutiva de $L_2$ e a reatância capacitiva de $C_2$ são iguais (ressonância em paralelo), de forma que, ignorando-se suas perdas, suas impedâncias em teoria têm um valor infinito e podem ser consideradas equivalentes a um circuito aberto. De modo análogo, as reatâncias de $L_1$ e $C_1$ são iguais, de forma que sua ligação em série é equivalente a um curto-circuito. O circuito completo é, portanto, resistivo com um valor de resistência de exatamente 100 ohms. Portanto, E = IR = 0,01 X 100 = 1 V. Alternativa A.

27. Primeiro, calcule a impedância equivalente da ligação em paralelo considerando uma voltagem de 24 X 36 V através da reatância indutiva de 24 ohms e da reatância capacitiva de 36 ohms. Portanto,

$$I_L = \frac{24 \times 36}{24} = 36A$$

$$I_C = \frac{24 \times 36}{36} = 24A$$

A corrente da rede é 36 - 24 = 12 A, de maneira que a impedância equivalente é uma reatância indutiva de valor

$$\frac{24 \times 36}{12} = 72\Omega$$

Portanto, a impedância total é puramente indutiva com um valor de 72 + 50 = 122 ohms.

É possível efetuar-se um cálculo abreviado quando os dois ramos em paralelo contêm reatâncias cujas perdas são desprezíveis, ou seja, sem quaisquer efeitos resistivos. A reatância total da ligação em paralelo é

$$\frac{24 \times 36}{36 - 24} = 72\Omega$$

Portanto, a impedância total entre X e Y tem uma grandeza de 72 + 50 = 122 ohms. Alternativa E.

28. A voltagem através do capacitor (e indutor) é $350 \times 120 \times 10^{-3} =$ = 42 V e o fluxo de corrente através da reatância indutiva é 42/125 = 0,336 A = 336 mA. A corrente de 120 mA é um avanço em relação à queda de voltagem através da ligação em paralelo, de 90°, e a corrente de 336 mA atrasa a queda de voltagem através da ligação em paralelo de 90°. Portanto a corrente da fonte é 336 – 120 = 216 mA, a qual é um atraso em relação a esta mesma voltagem (não a voltagem da fonte) de 90°. Observe que a ligação em paralelo funciona como uma reatância indutiva de 42/0,216 = 194 ohms. Embora este resultado não seja pedido na solução do problema presente, a queda de voltagem do resistor é 0,216 X 250 = 54 V e a voltagem da fonte é $E = \sqrt{54^2 + 42^2} = 68,4$ V, arredondados. Alternativa E.

29. O valor requerido para a capacitância é

$$C = \frac{0,159}{fX_C} = \frac{0,159}{875 \times 10^3 \times 450} = \frac{0,159}{8,75 \times 4,5}$$

$\times 10^{-7} = 400$ pF, arredondados Alternativa B.



30. À medida que a freqüência é aumentada, a reatância capacitiva continuará a decrescer. Portanto, a corrente da fonte vai elevar-se de forma que a queda da voltagem através da carga vai elevar-se continuamente. Alternativa A.

31. Em baixas freqüências, $X_C$ será grande e $X_L$ menor para que a maior parte de corrente da fonte circule por XL. À medida que a freqüência da fonte é elevada, XL subirá de forma que a corrente através desse ramo irá decrescer. Além do mais, à medida que a freqüência aumenta, a corrente em $X_C$ irá aumentar e anular parcialmente a corrente de atraso que circula no resistor de carga. Portanto, a queda de voltagem através do resistor de carga irá diminuir. A uma determinada freqüência as correntes de $X_C$ e $X_L$ serão iguais, de maneira que a corrente através da carga e conseqüentemente a voltagem de carga serão teoricamente zero. Conforme a freqüência for elevada além deste valor, a corrente que aumenta através de $X_C$ irá predominar e a corrente de carga continuará a elevar-se. Alternativa E.

32. No Problema 31, vimos que a voltagem do resistor decresce até um mínimo e então eleva-se continuamente à medida que a freqüência aumenta. Uma vez que E é mantida num nível constante, a voltagem da ligação LC é pequena em baixas freqüências, então eleva-se a um nível máximo, caindo logo a seguir à medida que a freqüência aumenta. Alternativa D.

33. Em altas freqüências, a reatância indutiva tem um valor magno. A maior parte da corrente de carga então irá circular através do resistor que está em paralelo com a reatância indutiva. À medida que a freqüência é reduzida, o valor da reatância indutiva cai. Portanto a impedância da ligação em paralelo e a impedância total como vistas através da fonte irão ambas diminuir. Como resultado a corrente de carga e conseqüentemente a queda de voltagem da carga irão elevar-se continuamente. Alternativa A.

34. Com referência à explicação do Problema 33, a queda de voltagem do resistor em série aumenta continuamente enquanto a freqüência da fonte diminui. Portanto, a queda de voltagem através da ligação da carga em paralelo cairá continuamente com a redução da freqüência. Alternativa C.

35. Há diversas maneiras de solucionar este problema. A maneira mostrada aqui é aquela em que se obtém a corrente reativa total usando-se um expediente que reduz a necessidade de memorizar e registrar os resultados intermediários para reinscrição posterior na calculadora. A soma das duas correntes através dos resistores será então determinada, após o que será calculada a soma do fasor.

Corrente reativa total $= \frac{E}{X_{L1}} + \frac{E}{X_{L2}} - \frac{E}{X_C} = \frac{100}{650} + \frac{100}{530}$

$$- \frac{100}{450} = 0{,}1203 \text{ A.}$$

A corrente resistiva total é $\frac{100}{1200} + \frac{100}{800} = 0{,}2083\text{A}$

A corrente da fonte é $I_s = \sqrt{(0{,}208\ 3)^2 + 0{,}120\ 3^2}$

$= 0{,}24$ A $= 240$ mA. Alternativa B.

36. Uma vez que $I_T = EY_T$, a admitância total é

$$Y_T = \frac{I_T}{E} = \frac{0{,}240}{100} = \frac{2{,}4 \times 10^{-1}}{1 \times 10^2}$$

$= 2{,}4 \times 10^{-3}$ mho $= 2{,}4$ milimhos. Alternativa B.

37. Só os resistores $R_1$ e $R_2$ dissipam potência, uma vez que as perdas em $L_1$, e $L_2$ e C são desprezíveis. Então

$$P_{R1} = \frac{E^2}{R_1},\ P_{R2} = \frac{E^2}{R_2}$$

O resistor de resistência menor irá dissipar maior potência. Alternativa E.

38. Resistência total,

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1\,200 \times 800}{1\,200 + 800} = 480\Omega$$

Impedância total, $Z_T = \frac{1}{Y_T} = \frac{1}{2{,}4 \times 10^{-3}} = 417\Omega.$

Fator de potência $= \frac{Z_T}{R_T} = \frac{417}{480} = 0{,}87$, arredondados. Alternativa B.

39. Após a freqüência ser duplicada, os valores da resistência e reatâncias serão $X_L = 200$ e $X_C = 50$ ohms.



Esta reatância é capacitiva e tem uma grandeza de

$$\frac{200 \times 50}{200 - 50} = 66{,}67\Omega$$

Considerando-se uma voltagem da fonte de $100 \times 66{,}67$ V, as correntes dos ramos são

$$I_X = \frac{100 \times 66{,}67}{66{,}67} = 100\text{A}$$

e

$$I_R = \frac{100 \times 66{,}67}{100} = 66{,}67\text{A}$$

Então $I_S = (1{,}201\ 85\ldots) \times 100 = 120{,}2$ A, arredondados.

Impedância total, $Z = \frac{E}{I_S} = \frac{100 \times 66{,}67}{120{,}2}$

$= 55$ ohms, arredondados. Alternativa E.

40. Na solução deste problema, a estratégia básica consiste em calcular a reatância total equivalente do ramo L e do ramo C, e então determinar a corrente total, o que possibilitará determinar a queda de voltagem em $R_2$. A reatância total é

$$X = \frac{630 \times 370}{630 - 370} = \frac{630 \times 370}{260} = 896{,}5\Omega$$

A corrente reativa é

$$I_X = \frac{12 \times 840}{896{,}5} = 11{,}24 \text{ mA}$$

Portanto, a corrente total é $\sqrt{(11{,}24\ldots)^2 + 12^2}$

$= 16{,}44$ mA, arredondados.

A queda de voltagem através de $R_2$ é

$I_S R_2 = 16{,}44 \times 10^{-3} \times 470 = 7{,}73$ V, arredondados. Alternativa B.

*Capítulo* **7**

# Ressonância

Há várias maneiras de definir ressonância. Usamos aqui a seguinte:

**Ressonância** – Quaisquer dois terminais de um circuito (isto significa dizer que há uma fonte de alimentação) contendo resistência e reatância, estão em ressonância quando a voltagem da fonte e a corrente fornecida por essa fonte estão em fase (o ângulo de fase do circuito é zero).

Conclui-se desta definição que um circuito ressonante tem um fator de potência unitário.

## RESSONÂNCIA EM CIRCUITO LCR EM SÉRIE

Pela definição de ressonância temos que o ângulo de fase, $\phi°$, é zero. Reportando-nos à Fig. 7-1, isto implica que $X_L = X_C$ e portanto $V_L = V_C$. A soma do fasor de $V_L$ e $V_C$ é zero, de forma que $e = V_R$ e o circuito é puramente resistivo. A potência real é $EI = I^2R = E^2/R$ watts. Em termos de grandezas, $E = V_R$ e $Z = R$. Isto quer dizer que a impedância total do circuito tem um valor mínimo de ressonância e, portanto, a corrente correspondente, $I = E/R$, está em um nível máximo. Por essas razões, o circuito ressonante LCR em série é às vezes citado como um circuito receptor. Para os valores dados de L e C, a ressonância ocorre numa determinada freqüência,

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{0{,}159}{\sqrt{LC}}$$

onde fr é medida em Hz, L em henrys e C em farads.



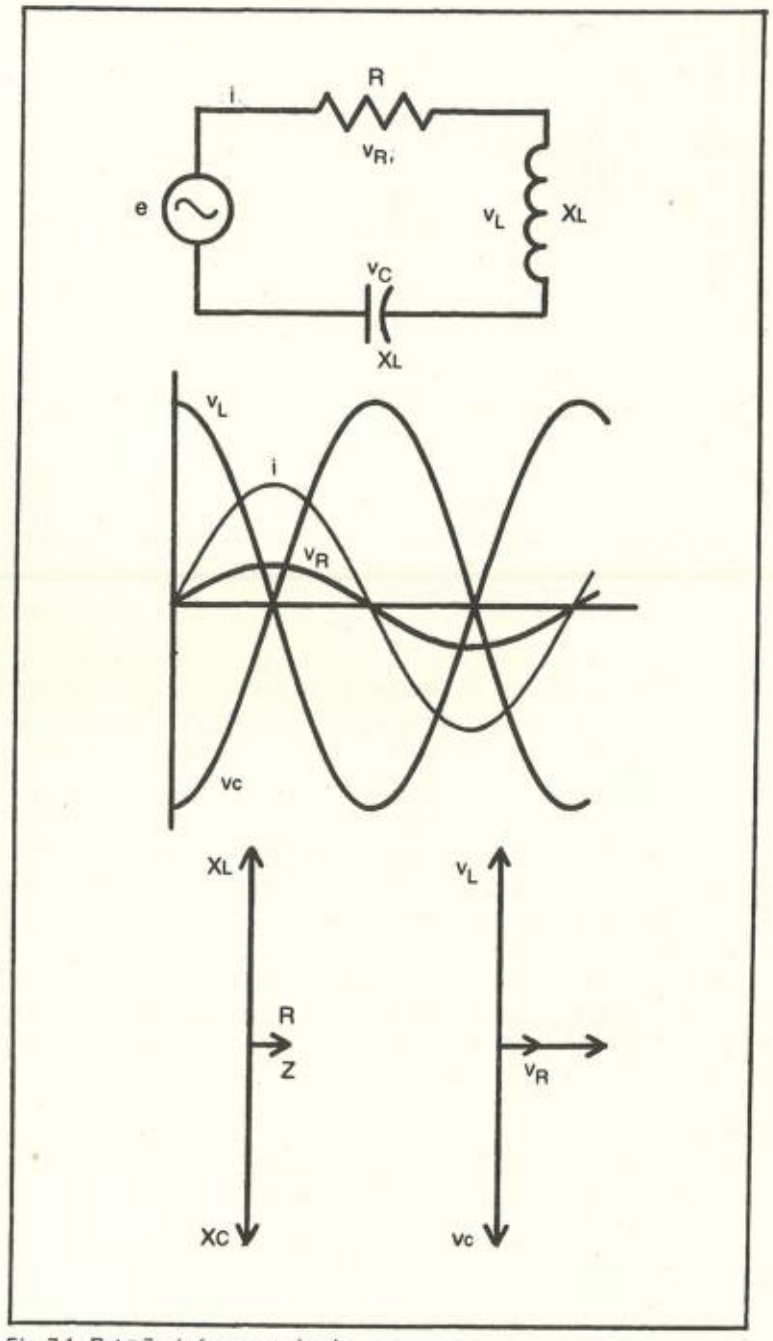



Fig. 7-1 Relação de fase num circuito ressonante.

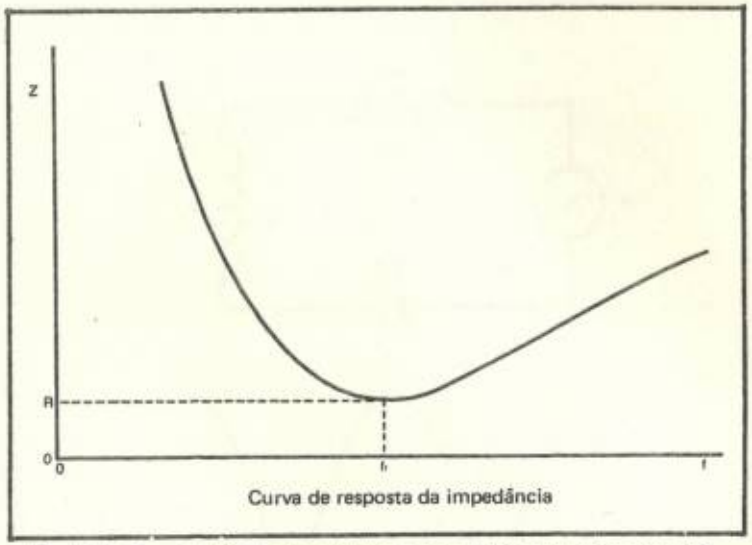



Fig. 7-2a Característica da impedância de um circuito LC acima e abaixo de sua freqüência de ressonância.

Observe que o valor da freqüência de ressonância, fr, está relacionado com o produto de L e C, mas é independente de R. Sintonizar um circuito LCR em série significa ajustar os valores de L e C até que a freqüência de ressonância seja igual ao sinal de freqüência desejado. O funcionamento de um circuito LCR em série, conforme a freqüência seja variada, é ilustrado através de curvas de respostas. Estas curvas são gráficos das variáveis de um circuito que são traçadas contra a freqüência. As curvas de resposta mais comuns (Figs. 7-2a e 7-2b) são aquelas representativas da impedância total, Z, e a corrente do circuito, I.

Em freqüências abaixo da freqüência de ressonância, fr, $X_C$ é maior que $X_L$, i é um avanço em relação a e e o circuito comporta-se capacitivamente. Em freqüências acima, $X_L$ é maior que $X_C$ e i atrasa-se em relação a e; o circuito age então indutivamente.

**Problema 1**

Na Fig. 7-3, $R = X_L = X_C = 1\ k\Omega$. A voltagem entre os pontos X e P é
A. Zero B. 5 V C. 10 V D. 15 V E. 20 V

**Solução**

Uma vez que $X_L = X_C$, o circuito é ressonante e $V_R = E = 15$ V. A voltagem entre os pontos X e P é portanto 15 V. Alternativa D.



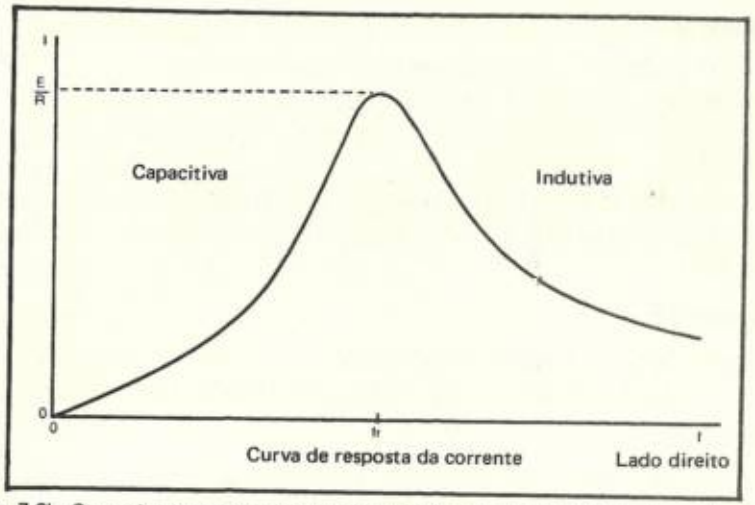



Fig. 7-2b Curva de resposta da corrente de um circuito contendo LC, acima e abaixo da freqüência de ressonância.

**Problema 2**

No Problema 1, a voltagem entre os pontos P e Y é
A. Zero B. 5V C. 10 V D. 15 V E. 21,2 V

**Solução**

Uma vez que o circuito é ressonante e $X_L = X_C = R$, $V_L = V_C = V_R = 15$ V, mas tendo em vista que $V_L$ e $V_C$ estão 180° fora de fase, a soma do fasor de $V_L$ e $V_C$ é zero. A voltagem entre os pontos P e Y é portanto zero. Alternativa A.

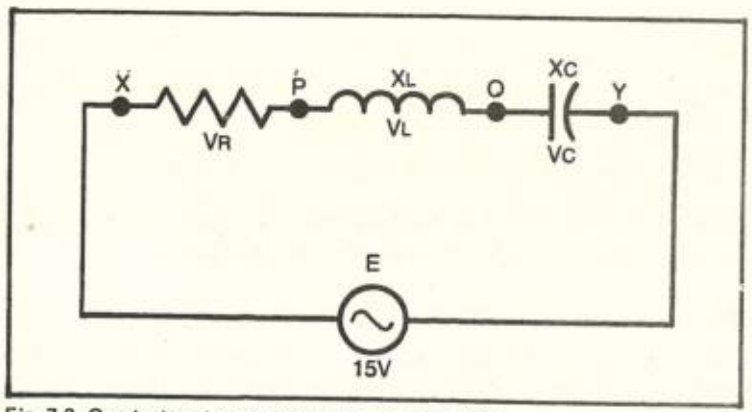



Fig. 7-3 Queda de voltagem através de um LCR-série.

**Problema 3**

No Problema 1, a voltagem entre os pontos X e Q é
A. Zero B. 5 V C. 10 V D. 15 V E. 21,2 V

**Solução**

Uma vez que $V_L$ e $V_R$ estão 90° fora de fase, a voltagem entre os pontos X e Q é $\sqrt{V_R^2 + V_L^2} = \sqrt{15^2 + 15^2} = \sqrt{450} = 21{,}2$ V. Alternativa E.

**Problema 4**

No Problema 1, a corrente do circuito é
A. 30 mA. B. 15 mA. C. 75 mA. D. 40 mA. E. 25 mA.

**Solução**

Já que o circuito é ressonante, a impedância total, Z = R = 1 kΩ. A corrente,

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{15\text{ V}}{1\text{ k}\Omega} = 15\text{ mA}.$$ Alternativa B.

Note que a potência real do circuito é igual a EI = 15 V × 15 mA = = 225 mW. Isto pode ser determinado também de $I^2R = (1{,}5 \times 10^{-2})^2 \times$ × 1.000 W = 225 mW e

$$\frac{E^2}{R} = \frac{15^2}{1.000}\text{ W} = 225\text{ mW}.$$

**Problema 5**

No Problema 1, o valor da indutância é dividido por dois mas o valor da capacitância é duplicado. Em comparação com a freqüência de ressonância original, a nova freqüência de ressonância será
A. Dividida por dois. B. Duplicada. C. Multiplicada por 1,414.
D. Multiplicada por 0,707 E. Permanece a mesma.

**Solução**

Já que L é duplicada e C dividida por dois, o produto de L e C permanece inalterado. A freqüência de ressonância

$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, é portanto a mesma.

Alternativa E. Note que a impedância total do circuito ainda é de 1.000 ohms, porém agora $X_L$ e $X_C$ têm um valor de 500 ohms.

**Problema 6**

Uma bobina cuja reatância indutiva é 330 ohms e resistência 25 ohms, é ligada em série com um capacitor de 0,002 μF. A freqüência de ressonância da ligação em série é



A. 192 kHz B. 207 kHz C. 3,73 MHz D. 241 kHz E. 373 kHz.

**Solução**

Já que a ressonância $X_L = X_C$, a reatância do capacitor de 0,002 μF é de 330 ohms. Freqüência de ressonância,

$$f_r = \frac{1}{2\pi C X_C} = \frac{0{,}159}{0{,}002 \times 10^{-6} \times 330}\text{ Hz} = \frac{15{,}9 \times 10^5}{2 \times 3{,}3}$$

= 2,409 09. . . × $10^5$ Hz, pela calculadora = 241 kHz, arredondados. Alternativa D.

**Problema 7**

Uma bobina de 250 μH cuja resistência é de 8 ohms, é ligada em série com um capacitor de 350 pF. A freqüência de ressonância da ligação é
A. 2,9 MHz B. 85,5 kHz C. 3,38 MHz D. 171 kHz E. 538 kHz

**Solução**

Indutância, L = 250 μH = 250 × $10^{-6}$ H.
Capacitância, C = 350 pF = 350 × $10^{-12}$ F.
Freqüência de ressonância,

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\text{ Hz} = \frac{0{,}159}{\sqrt{250 \times 10^{-6} \times 350 \times 10^{-12}}}$$

= 538 kHz. Alternativa E.

**Problema 8**

Um circuito LCR em série tem uma freqüência de ressonância de 475 kHz. Se a bobina tem uma indutância de 850 μH e a resistência de 15 ohms, o valor do capacitor é
A. 132 pF B. 172 pF C. 153 pF D. 17,2 pF E. 149 pF

**Solução**

Indutância, L = 850 μH = 8,50 × $10^{-4}$ H. Freqüência de ressonância, fr = 475 kHz = 4,75 × $10^5$ Hz. O valor do capacitor é

$$C = \frac{0{,}0253}{f_r^2 L} = \frac{0{,}0253}{(4{,}75 \times 10^5)^2 \times 8{,}5 \times 10^{-4}}\text{ F} = \frac{2{,}53^{-2} \times 10^{12}}{(4{,}75) \times 8{,}5 \times 10^6}\text{ pF}$$

= 0,013 19. . . × $10^4$, pela calculadora = 132 pF, arredondados. Alternativa A.

**Problema 9**

Um circuito em série operando em 1,25 MHz, consiste de uma bobina e um capacitor cuja reatância é 350 ohms. A uma nova freqüência de ressonância (com C inalterado), a reatância capacitiva é 570 ohms. Qual a nova freqüência de ressonância?
A. 0,24 MHz B. 637 kHz C. 768 kHz D. 944 kHz E. 472 kHz

**Solução**

Já que o valor da reatância capacitiva é inversamente proporcional à freqüência,

$$\frac{\text{Freqüência de ressonância total}}{\text{Freqüência de ressonância inicial}} = \frac{\text{Reatância capacitiva inicial}}{\text{Reatância capacitiva total}} = \frac{350}{570}$$

Freqüência de ressonância total = $1{,}25 \times \frac{350}{570}$ MHz = 0,767 5. . . MHz pela calculadora = 768 kHz, arredondados. Alternativa C.

**Problema 10**

Um circuito ressonante em série operando em 375 kHz consiste de uma bobina e um capacitor de sintonia cuja capacitância é 275 pF. Se a capacitância do capacitor de sintonia é alterada para 150 pF, a nova freqüência de ressonância será

A. 688 kHz B. 69 kHz C. 205 kHz D. 508 kHz E. 277 kHz

**Solução**

A freqüência de ressonância, $fr = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ e é portanto inversamente proporcional à raiz quadrada da capacitância.
Portanto,

$$\frac{\text{Freqüência de ressonância total}}{\text{Freqüência de ressonância inicial}} = \sqrt{\frac{\text{Capacitância inicial}}{\text{Capacitância total}}}$$

Freqüência de ressonância total = $375 \times \sqrt{\frac{275}{150}} = 375 \times \sqrt{1{,}833}$. . . = 508 kHz. Alternativa D.

**Problema 11**

Um circuito ressonante em série consiste de uma bobina de 175 $\mu$H e de um capacitor de sintonia cuja capacitância é 230 pF. A indutância da bobina é alterada para 95 $\mu$H. Para que valor de capacitância deve ser alterado o capacitor de sintonia de maneira a manter a mesma freqüência de ressonância?

A. 125 pF B. 424 pF C. 563 pF D. 312 pF E. 1.033 pF

**Solução**

Para manter a mesma freqüência de ressonância

$$\left(f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\right),$$

o produto de L e C deve permanecer o mesmo. Portanto, Nova capacitância X Nova indutância = Capacitância anterior X Indutância anterior.

Novo valor do capacitor de sintonia = $\frac{175 \times 230}{95}$ = 424 pF, arredondados. Alternativa B.



**Problema 12**

Um circuito LCR em série, ressonante, em 635 kHz, consiste de uma bobina e um capacitor de sintonia cuja capacitância é 325 pF. Faz-se necessário sintonizar o circuito em outra estação que opera em 830 kHz. A nova capacitância do capacitor de sintonia é

A. 249 pF B. 284 pF C. 425 pF D. 555 pF E. 190 pF

**Solução**

Uma vez que $C = \frac{1}{4\pi^2 fr^2 L}$

$$\frac{\text{Nova capacitância}}{\text{Capacitância anterior}} = \left(\frac{\text{Freqüência de ressonância anterior}}{\text{Nova freqüência de ressonância}}\right)^2$$

ou a nova capacitância do capacitor de sintonia é $325 \times \left(\frac{635}{830}\right)^2 = 190$ pF, arredondados. Alternativa E.

**Problema 13**

Um circuito LCR em série consiste de uma bobina fixa e de um capacitor de sintonia cujos valores mínimo e máximo de capacitância (incluindo a capacitância parasita) são 250 pF e 30 pF. Se a freqüência mais baixa na qual o circuito pode ser sintonizado é 625 kHz, a freqüência mais alta que pode ser obtida é

A. 1,80 MHz B. 5,21 MHz C. 43,4 MHz D. 2,61 MHz E. 1,23 MHz

**Solução**

Uma vez que a freqüência de ressonância

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$\frac{\text{Freqüência de ressonância mais alta}}{\text{Freqüência de ressonância mais baixa}} = \sqrt{\frac{\text{Capacitância máxima}}{\text{Capacitância mínima}}}$$

Portanto, a mais alta freqüência obtida é

$$625 \times \sqrt{\frac{250}{30}} \text{ kHz}$$

= 1,80 MHz, arredondados. Alternativa A.

**Problema 14**

Na Fig. 7-4, a freqüência é reduzida para 0,8 de seu valor original. A nova voltagem do capacitor é

A. 1,41 V B. 1,25 V C. 1,86 V D. 2,00 V E. 1,6 V

**Solução**

Nova reatância indutiva, $X_L = 0{,}8 \times 100 = 80$ ohms

Nova reatância capacitiva, $X_C = \frac{100}{0{,}8} = 125$ ohms

Reatância final, $X = X_C - X_L = 125 - 80 = 45$ ohms

Nova impedância total, $Z = \sqrt{45^2 + 50^2} = 67{,}27$ ohms

Corrente do circuito, $I = \frac{E}{Z} = \frac{1}{67{,}27} = 0{,}0149$ A

Nova voltagem do capacitor, $V_C = I \times X_C = 0{,}0149 \times 125 = 1{,}86$ V, arredondados. Alternativa C.

**Problema 15**

No problema 14, o capacitor é sintonizado de forma a dirigir o circuito para uma ressonância em uma nova freqüência. A voltagem do indutor agora é

A. 1,41 V B. 1,25 V C. 1,80 V D. 2,00 V E. 1,60 V

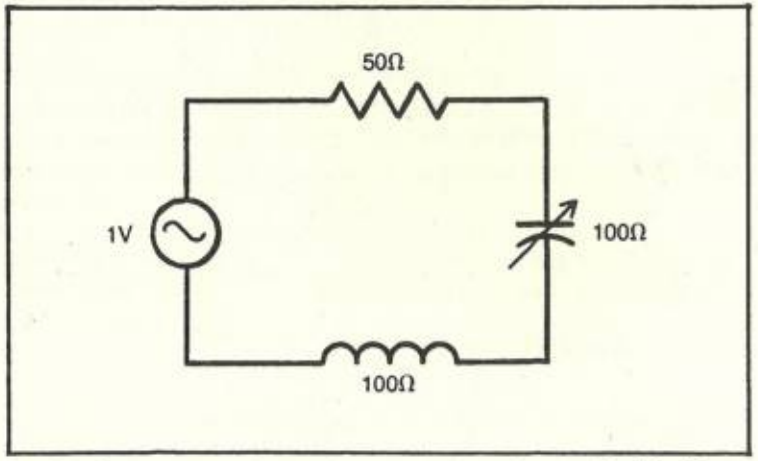



Fig. 7-4 Qual a voltagem do capacitor e como ela muda com a freqüência?



**Solução**

Depois de resintonizar o capacitor, a impedância total, $Z = R = 50$ ohms e a corrente do circuito é dada por

$$I = \frac{E}{R} = \frac{1V}{50\Omega} = \frac{1}{50} \text{ A}$$

Desde que a reatância indutiva permanece inalterada em 80 ohms, a voltagem do indutor, $V_L = IX_L = \frac{1}{50} \times 80 = 1{,}6$ V. Alternativa E.

## INTERPRETAÇÕES DE RESSONÂNCIA Q

A quantidade, Q, pode ser considerada como um fator de qualidade relacionado ao indutor em um circuito ressonante. Isso pode ser definido como a razão entre a reatância do indutor e sua resistência, de maneira que $Q = X_L$ ohm/R ohm e é portanto um número sem unidades. O fator Q associado ao circuito ressonante em série admite certas interpretações das quais as mais importantes são:

**1. Fator de Ampliação de Voltagem**

Em ressonância, a corrente do circuito está em seu valor máximo e há voltagens iguais (mas com uma defasagem de 180°) através do indutor e do capacitor. Estas voltagens podem ser, cada uma delas, muitas vezes mais altas que a voltagem aplicada (consulte o Problema Prático 8). Esse número de vezes em que a voltagem pode ser mais alta é chamado de Fator de Ampliação da Voltagem, que é igual a Q.

Portanto, em ressonância,

$$Q = \frac{V_L}{E} = \frac{V_C}{E}$$

$$= \frac{IX_L}{IR} = \frac{X_L}{R} = \frac{2\pi f_r L}{R}$$

uma vez que

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$Q = \frac{2\pi L}{2\pi\sqrt{LCR}} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Note que Q é a razão inversa de R, mas é diretamente relacionado com a raiz quadrada de L/C.

Para circuitos de audiofreqüência, Q é da ordem de 10, mas em circuitos de radiofreqüência, o valor de Q pode ser maior que 100.

### 2. Fórmula Inversa do Fator de Potência do Indutor

Fator de Potência do indutor $= \frac{R}{Z}$

$$= \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{R}{X_L \sqrt{1 + \frac{R^2}{X_L^2}}} = \frac{1}{Q \sqrt{1 + \frac{1}{Q^2}}}$$

o qual, até 1%, é igual a 1/Q, contanto que Q seja maior que 10. Portanto, os valores de Q e o fator de potência para indutores de radiofreqüência são inversos.

### 3. Seletividade

A seletividade de um circuito sintonizado em série é definida como sua capacidade de distinguir entre a freqüência do sinal em ressonância e outros sinais ou freqüências aproximadas. Deduz-se daí que, quanto maior a seletividade, maior a possibilidade de interferência de canais adjacentes. O grau de seletividade está selecionado com a agudeza da curva de resposta da corrente (quanto mais aguda a curva, maior a seletividade) e pode ser medido considerando-se o afastamento de freqüência entre dois pontos específicos da curva (Fig. 7-5). Os pontos, escolhidos arbitrariamente, são aqueles para os quais a potência real no circuito é metade da potência real máxima que ocorre quando o circuito está em ressonância. Estas posições na curva de resposta são freqüentemente citadas como pontos de 3 decibéis (dB) (uma perda de 3 dB é equivalente a uma razão de potência de 1/2) e o afastamento de suas freqüências é chamado de valor da largura de faixa do circuito sintonizado. Nos pontos de 3 dB, a corrente do circuito RMS será $1/\sqrt{2}$ ou 0,707 vezes o valor RMS da corrente em ressonância (não confundir este resultado com a relação entre RMS e os valores de pico de uma onda senoidal de C. A.) Além disso, nos pontos de 3 dB, a reatância total do circuito é igual à resistência do circuito, de forma que o ângulo de fase é 45° e o fator de potência é 0,707.

Pode-se exemplificar que a largura da faixa é $\frac{R}{2\pi L}$ Hz e portanto

$$\frac{\text{Largura de faixa}}{\text{Freqüência de ressonância}} = \frac{R}{2\pi\, frL} = \frac{R}{X_L} = \frac{1}{Q}$$

$$\text{ou Largura de faixa} = \frac{\text{freqüência de ressonância}}{Q} \text{ e}$$

$$Q = \frac{\text{freqüência de ressonância}}{\text{largura de faixa}}$$



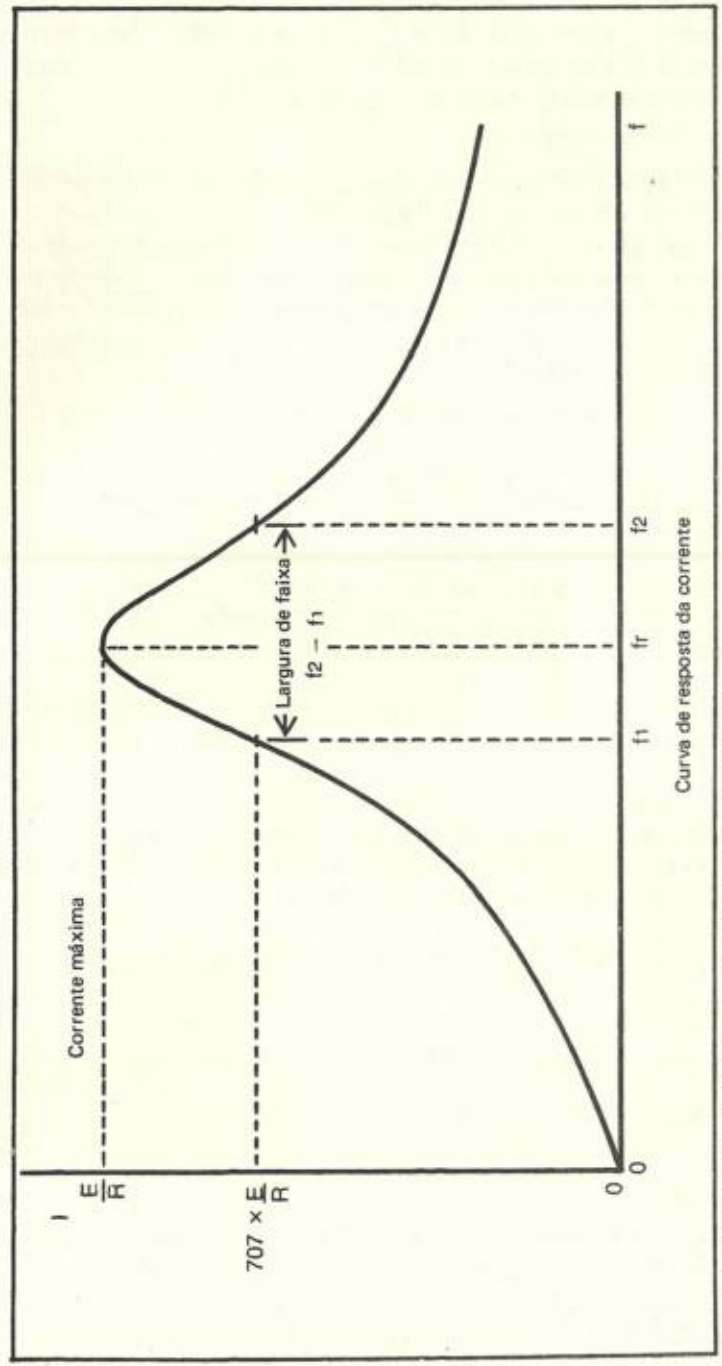



Fig. 7-5 Curva de resposta de corrente como indicadora da seletividade.

Q é portanto uma medida direta do grau de seletividade. Quanto mais alto o valor de Q, mais aguda a curva de resposta da corrente; quanto maior for o grau de seletividade, menor será a largura de faixa.

**4. Relações de energia**

Q é igual a $2\pi$ vezes a razão entre a energia máxima armazenada durante o ciclo e a energia média dissipada em um período.

A energia máxima armazenada durante um ciclo na forma de campo magnético adjacente é de 1/2L (I pico)$^2$ onde I pico é o valor de pico da corrente em ressonância. A energia máxima é $1/2L\ (\sqrt{2}\ \text{Irms})^2 = L\ \text{Irms}^2$ joules. A energia média dissipada num período (T) é igual a Potência X tempo = $(\text{Irms})^2\ RT = (\text{Irms})^2$

$$R \times \frac{1}{fR}$$

Então, $$2\pi \times \frac{\text{energia máxima armazenada em um ciclo}}{\text{energia média dissipada num período}}$$

$$= 2\pi \times \frac{L(I_{RMS})^2}{(I_{RMS})^2\ R/_{fr}} = \frac{2\pi FrL}{R} = Q$$

Observe que se forem associados dois circuitos LCR em série, terminal a terminal com um acoplamento de zero mútuo entre as bobinas, a impedância total desta ligação em série em ressonância será duplicada (Z = = 2 R), mas Q e a freqüência em ressonância permanecerão as mesmas. Contudo, se um resistor adicional de amortecimento, Rd, for ligado ao circuito em questão, a nova impedância em ressonância é maior e igual a R + Rd, de maneira que o novo Q é dado por

$$\text{Novo Q} = \frac{1}{R + R_d} \times \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{R}{R+R_d} \times \text{Q anterior}$$

e é reduzido.

Nova largura de faixa = $\frac{R + Rd}{R}$ X largura de faixa anterior é aumentada, porém a freqüência de ressonância não é alterada.

**Problema 1**

Um circuito ressonante LC em série contém um capacitor cuja reatância é de 750 ohms e uma bobina de 200 $\mu$H com uma resistência RF de 5 ohms. O valor de Q é

A. 40 B. 5 C. 750 D. 1.000 E. 150



**Solução**

Uma vez que o circuito é ressonante, $X_L = X_C = 750$ ohms. Logo $Q = \frac{X_L}{R} = \frac{750}{5} = 150$. Alternativa E.

**Problema 2**

No Problema 1, a largura de faixa do circuito é

A. 1,7 kHz B. 4,0 kHz C. 3,2 kHz D. 3,7 kHz E. 4,5 kHz

**Solução**

A freqüência em ressonância,

$$f_r = \frac{X_L}{2\pi L} = \frac{0{,}159 \times 750}{200 \times 10^{-6}}\ \text{Hz} = 596\ \text{kHz, arredondados.}$$

A faixa de sintonização é $\frac{fr}{Q} = \frac{596}{150} = 4{,}0$ kHz, arredondados. Alternativa B.

**Problema 3**

Em uma freqüência de 1,5 MHz, um indutor de 125 $\mu$H tem uma resistência RF de 11 ohms. Qual a largura de faixa de um circuito ressonante composto desta bobina e de um capacitor sem perdas, ligados em série?

A. 9,47 kHz B. 8,72 kHz C. 10,3 kHz D. 14,0 kHz E. 11,4 kHz

**Solução**

$$Q = \frac{X_L}{R} = \frac{2\pi f_r L}{R} = \frac{6{,}28 \times 1{,}5 \times 10^6 \times 125 \times 10^{-6}}{11} = 107,$$

arredondados.

Faixa de sintonização = $\frac{fr}{Q} = \frac{1{,}5 \times 10^6}{107}$ Hz = 14,0 kHz, arredondados. Alternativa D.

**Problema 4**

Um circuito ressonante em série contém um capacitor de 300 pF e um indutor de 135 $\mu$H com resistência RF de 9,5 ohms. O valor do fator Q é

A. 157 B. 474 C. 70,6 D. 213 E. 47,4

**Solução**

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{9{,}5} \times \sqrt{\frac{135 \times 10^{-6}}{300 \times 10^{-12}}} = 70{,}6.$$ Alternativa C.

**Problema 5**

No Problema 4, o fator de potência do indutor é
A. 0,0247 B. 0,0135 C. 0,0142 D. 0,135 E. 0,0347

**Solução**

Uma vez que Q é maior que 10, o fator de potência é aproximadamente $\frac{1}{Q} = \frac{1}{70,6} = 0,0142$, arredondados. Alternativa C.

**Problema 6**

No Problema 4, a fonte de voltagem do circuito ressonante em série é 200 mV. A voltagem do capacitor é
A. 41,6 V B. 14,1 V C. 834 mV D. 7,06 V E. 9,48 V

**Solução**

A voltagem através do capacitor é Q × fonte de voltagem = 70,6 × 200 mV = 14,1 V, arredondados. Alternativa B.

**Problema 7**

No Problema 4, a freqüência de ressonância do circuito sintonizado é
A. 11,2 kHz B. 89,0 kHz C. 790 kHz D. 1,26 MHz E. 11,2 MHz

**Solução**

Largura de faixa = $\frac{R}{2\pi L} = \frac{0,159 \times 9,5}{135 \times 10^{-6}}$ Hz = 11,2 kHz, arredondados. A freqüência de ressonância é Q × largura de faixa = 11,2 × 70,6 = 790 kHz, arredondados. Alternativa C.

**Problema 8**

No Problema 6, qual é a potência no circuito a 3 dB?
A. 2,1 mW B. 4,2 mW C. 2,8 mW D. 1,9 mW E. 0,96 mW

**Solução**

Impedância em ressonância, Z = R = 0,5 ohms
A potencia no circuito em ressonância é

$$\frac{E^2}{R} = \frac{(200 \times 10^{-3})^2}{9,5} = \frac{4 \times 10^{-2}}{9,5} \text{ W} = 4,21\ldots \text{ mW}$$



A potência no circuito a 3 dB é 1/2 × 4,21 = 2,1 mW, arredondados. Alternativa A.

**Problema 9**

Em um circuito LCR ressonante, em série, as reatâncias indutiva e capacitiva são cada uma 500 ohms. Se o fator Q do circuito é 25, a impedância total do mesmo é
A. 1 000 Ω B. 20 Ω C. 1 025 Ω D. 525 Ω E. 500 Ω

**Solução**

A impedância total do circuito ressonante LCR, em série, é igual a R. Uma vez que $Q = \frac{X_L}{R}$

$$R = \frac{X_L}{Q} = \frac{500}{25} = 20\Omega.$$ Alternativa B.

**Problema 10**

O fator de potência de uma bobina RF é 0,02. Seu Q é
A. 20 B. 200 C. Seu Q não pode ser determinado sem que se conheça a resistência da bobina. D. 5 E. 50

**Solução**

Para uma bobina RF cujo Q é maior que 10, seu Q e fator de potência são recíprocos. Portanto

$$Q = \frac{1}{0,02} = 50.$$ Alternativa E.

**Problema 11**

A impedância total de um circuito LCR em série, o qual está em ressonância e sintonizado em 1 MHz, é de 12,5 ohms. Se o fator Q é 80, a capacitância do capacitor de sintonia é
A. 150 μF B. 0,0159 μF C. 159 pF D. 1.590 pF E. 15,9 pF.

**Solução**

A impedância total em ressonância é igual ao valor da resistência e por isso R é 12,5 ohms. A reatância capacitiva, $X_C = Q_R = 80 \times 12,5 =$ = 1.000 ohms. O valor do capacitor de sintonia

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{0,159}{10^6 \times 1\,000} \text{ F} = 159 \text{ pF}.$$ Alternativa C.

**Problema 12**

No Problema 11, a freqüência é modificada para 4 MHz, mas o capacitor de sintonia permanece inalterado. A nova impedância total do circuito é

A. 12,5 ohms. B. 1.000 ohms. C. Ligeiramente menor que 5.000 ohms. D. Pouco maior que 3.750 ohms. E. Ligeiramente maior que 4.250 ohms.

**Solução**

Nova reatância indutiva = 4 X 1.000 = 4.000 ohms. A nova reatância capacitiva é

$\frac{1.000}{4}$ = 250 ohms. Reatância da rede, X = 4.000 - 250 = 3.750 ohms.

A nova impedância total é

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{12.5^2 + 3\,750^2}$$

a qual é ligeiramente maior que 3.750 ohms. Alternativa D.

**Problema 13**

Um circuito LCR em série, ressonante, tem um fator Q de 75 e uma resistência RF total de 12 ohms. Se a freqüência de ressonância é 1,85 MHz, o valor da indutância é

A. 900 mH B. 1.270 mH C. 12 $\mu$H D. 75 $\mu$H E. 7 $\mu$K

**Solução**

Reatância indutiva em ressonância = QR = 75 X 12 = 900 ohms. O valor da indutância é

$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{0{,}159 \times 900}{1{,}85 \times 10^6}$ H = 77,3... X $10^{-6}$H = 77 $\mu$H, arredondados. Alternativa E.

**Problema 14**

A Fig. 7-6 representa um circuito ressonante em série. A voltagem de saída do capacitor é

A. 10 mV B. 100 mV C. 1 V D. 10 V E. 100 V

**Solução**

Em ressonância, $X_C = X_L$ = 2 impedâncias (a soma do fasor $X_L$ e $X_C$) A corrente, I, é 0,01 V/7,5 ohms e a voltagem através do capacitor é

$IX_C = \frac{0{,}01}{7{,}5} \times 750 = 1$ V. Alternativa C.



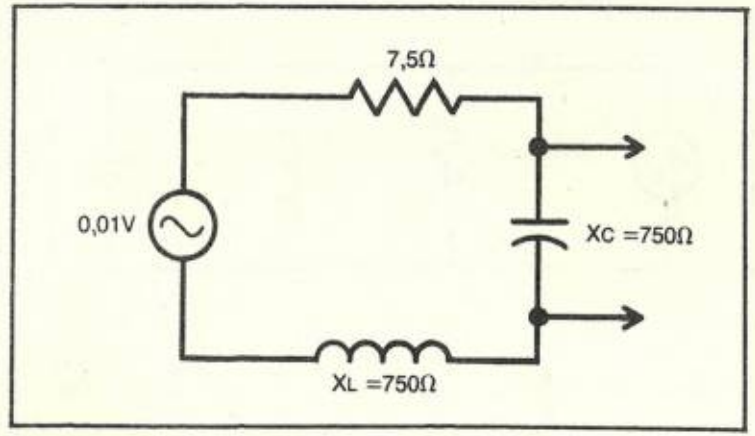



Fig. 7-6 Circuito ressonante em série. Qual a queda de voltagem através do capacitor?

## RESSONÂNCIA EM CIRCUITO LCR EM PARALELO

Os fasamentos entre e, $i_R$, $i_L$, e $i_C$, num circuito ressonante, já foram estudados em capítulos anteriores. O ângulo de fase, $\phi°$, em ressonância, entre *e* e *is* é zero; isto requer $I_L = I_C$ e $I_S = I_R$ (Fig. 7-7). A impedância total do circuito, Z, é resistiva e também tem um valor máximo que é igual a R (observe que a impedância do circuito nunca pode exceder R). A corrente da fonte, Is, tem um valor mínimo e é igual a E/R.

Considerando os valores atribuídos a L e C, a condição de ressonância ocorre em uma freqüência específica.

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad \frac{0{,}159}{\sqrt{LC}} \text{ Hz}$$

a qual é a mesma expressão da ressonância em série.

Logo,

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f_r^2 C} = \frac{0{,}0253}{f^2{}_r C} \text{ henrys}$$

e

$$C = \frac{1}{4\pi^2 f^2\, rL} = \frac{0{,}025\,3}{f^2{}_r L} \text{ farads.}$$

As curvas de resposta dos circuitos LCR em paralelo são apresentadas nas Figs. 7-8a e 7-8b.

Em freqüências abaixo da freqüência de ressonância fr, $X_C$ é maior que $X_L$, $I_C$ é menor que $I_L$ e o circuito age indutivamente. Em freqüências acima da freqüência de ressonância, $X_L$ é maior que $X_C$, $I_L$ é menor

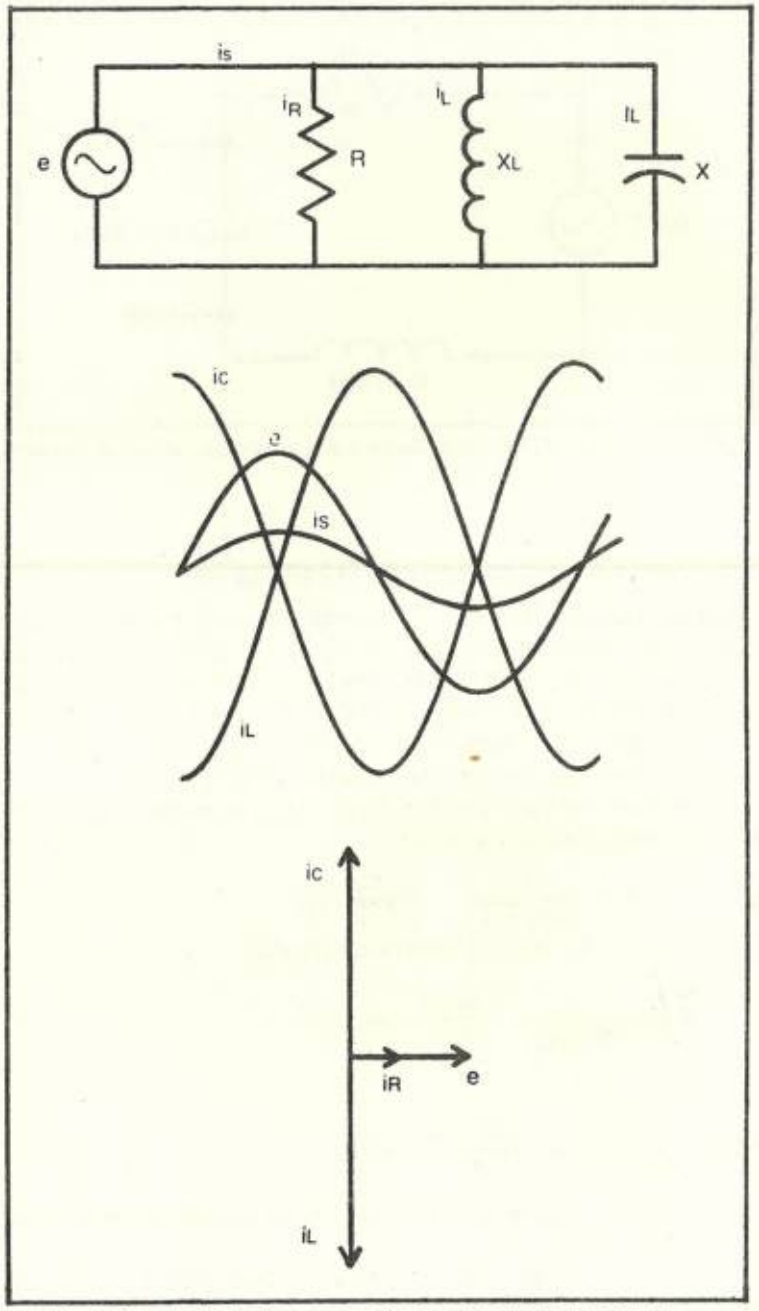



Fig. 7-7 A relação de fase em um circuito sintonizado em paralelo é idêntica à de um circuito sintonizado em série.



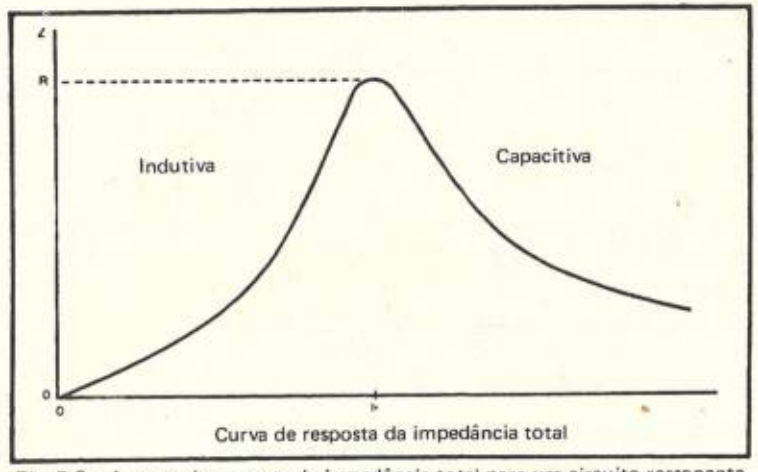



Fig. 7-8a A curva de resposta da impedância total para um circuito ressonante em paralelo acima e abaixo da freqüência de ressonância.

que Ic e o circuito age capacitivamente. Estes resultados são opostos àqueles obtidos nos circuitos LCR *em série*, os quais, por seu turno, agiam capacitivamente em freqüências abaixo de fr e indutivamente em freqüências acima de fr. O fator Q do circuito pode ser interpretado da seguinte maneira:

**1. Ampliação da Corrente**

Em ressonância, as correntes IL e Ic têm grandezas iguais e cada uma delas é Q vezes a corrente da fonte, Is.

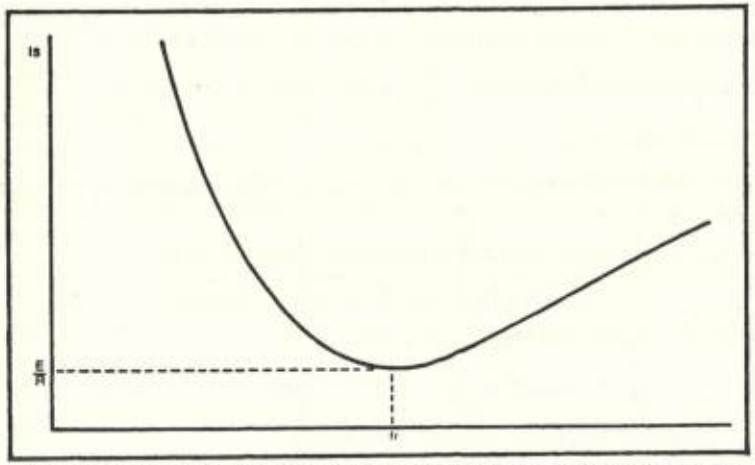



Fig. 7-8b Curva de resposta da corrente da fonte de um circuito ressonante em paralelo, acima e abaixo da freqüência de ressonância.

Então,

$$I_L = \frac{E}{X_L}, \quad I_{Cc} = \frac{E}{X_C}, \quad I_S = IR = \frac{E}{R}$$

$$Q = \frac{I_L}{I_S} = \frac{E/X_L}{E/R} = \frac{R}{X_L} = \frac{R}{X_C}\left(\text{não } \frac{X_L}{R} \text{ ou } \frac{X_C}{R}\right)$$

$$Q = \frac{R}{X_L} = \frac{R}{2\pi f_r L}, \quad f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$Q = \frac{R}{2\pi L/2\pi\sqrt{LC}} = R\sqrt{\frac{C}{L}}$$

**2. Ampliação da impedância**

Uma vez que $R = QX_L = QX_C$, a impedância em ressonância é Q vezes a reatância do indutor e do capacitor.

**3. Seletividade**

Como no caso do circuito LCR em série, o fator Q determina a agudeza das curvas de resposta e é portanto uma medida direta da seletividade.

$$Q = \frac{\text{freqüência de ressonância}}{\text{largura de faixa}}$$

e a largura pode ser definida em impedância de curvas de resposta como o afastamento entre os pontos em que a impedância total do circuito é 0,707 X impedância máxima, R; desta definição temos que:

$$\text{Largura de faixa} = \frac{1}{2\pi CR} \text{ Hz}$$

onde C é medido em farads e R em ohms. O conceito dos pontos de meia-potência não pode ser empregado no caso de circuitos LCR em paralelo, já que a potência real é sempre $\frac{E^2}{R}$ e independe da freqüência.

**4. Relações de energia**

De maneira análoga ao caso do circuito LCR em série, Q pode ser expresso como

$$Q = 2\pi \times \frac{\text{energia máxima armazenada durante o ciclo}}{\text{energia média dissipada durante o período}}$$

A energia máxima armazenada no capacitor é

$$\frac{1}{2} C (E_{pico})^2 = \frac{1}{2} C \times (\sqrt{2}\, E_{RMS})^2 = C (E_{RMS})^2$$

A energia média dissipada durante o período é

$$\frac{E_{RMS}^2}{R} \times T$$



onde T é o período e é igual a $\frac{1}{f_r}$.

Então,

$$\frac{Q = 2\pi C E_{RMS}^2}{\frac{E_{RMS}^2}{R} \times T} = R \times 2\pi f_r C = \frac{R}{X_C}$$

Observe que se dois circuitos LCR idênticos em paralelo são shuntados um ao outro com indução mútua nula entre as bobinas, a resistência efetiva é dividida por dois. A impedância em ressonância é portanto a metade, mas o Q, a freqüência em ressonância e a largura de faixa permanecem iguais.

Se um resistor de amortecimento, Rd, for ligado ao circuito em paralelo, a nova impedância em ressonância é

$$\frac{R_d \times R}{R + R_d}$$

e é reduzida.

Novo $Q = \frac{Rd \times R}{R + Rd}\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{Rd}{R + Rd} \times$ Q anterior

e o valor de Q foi então diminuído.

Nova largura de faixa $= \frac{R + Rd}{Rd} \times$ largura de faixa anterior e é conseqüentemente elevado, mas a freqüência em ressonância permanece a mesma.

**Problema 1**

Na Fig. 7-9, a freqüência em ressonância do circuito é
A. 820 kHz B. 131 kHz C. 5,2 MHz D. 10,4 MHz E. $67 \times 10^{10}$ Hz

**Solução**

Indutância, $L = 150\ \mu H = 150 \times 10^{-6} H$
Capacitância, $C = 250\ pF = 250 \times 10^{-12} F$.

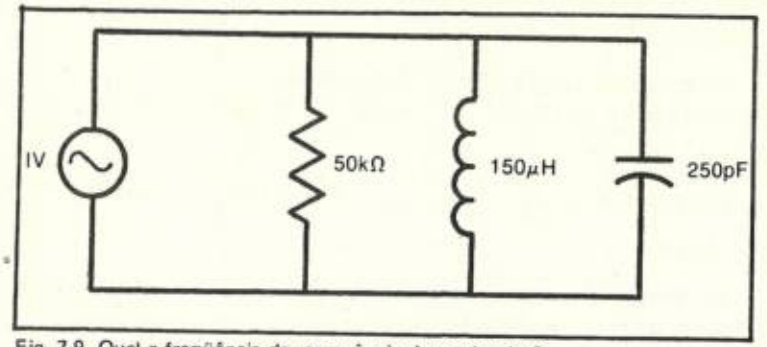



Fig. 7-9 Qual a freqüência de ressonância deste circuito?

Freqüência em ressonância, $fr = \frac{0{,}159}{\sqrt{LC}}$ Hz $= \sqrt{\frac{0{,}159^2}{LC}} =$

$\sqrt{\frac{0{,}025\,3}{150 \times 10^{-6} \times 250 \times 10^{-12}}}$ Hz = 820 kHz. Alternativa A.

**Problema 2**

No Problema 1, o fator Q do circuito é

A. 50 B. 65 C. 204 D. 408 E. 18.300

**Solução**

O fator Q é igual a

$$R\sqrt{\frac{C}{L}} = 50 \times 10^3 \times \sqrt{\frac{250 \times 10^{-12}}{150 \times 10^{-6}}}$$

= 65 arredondados. Alternativa B.

**Problema 3**

No Problema 1, o valor da corrente da fonte em ressonância é

A. Levemente menor que 3,0 mA B. 1,5 mA C. 3,0 mA D. 3,02 mA E. 0,02 mA

**Solução**

Em ressonância, a corrente da fonte é $I_S = I_R = \frac{1V}{50\,k\Omega} = 0{,}02$ mA. Alternativa E.

**Problema 4**

No Problema 1, a corrente no ramo do capacitor em ressonância é

A. 308 $\mu$A B. 1,3 mA C. 4,1 mA D. 8,2 mA E. 366 mA

**Solução**

Em ressonância, a corrente no ramo do capacitor, $I_C$ é QIs = 65 X X 0,02 = 1,3 mA. Este poderia ser também o valor da corrente no ramo do indutor. Alternativa B.

**Problema 5**

No Problema 1, a potência real no circuito é

A. 0,5 mW B. 50 $\mu$W C. 1,4 mW D. 20 $\mu$W E. 0,2 mW.

**Solução**

Potência real $= \frac{E^2}{R} = \frac{1^2}{50.000}$ W = 20 $\mu$W. Alternativa D.

**Problema 6**

No Problema 1, um resistor adicional de 50 kΩ é ligado ao circuito LCR em paralelo. A nova largura de faixa é

A. 4 kHz B. 25,2 kHz C. 40 kHz D. 16 kHz E. 4.480 Hz



**Solução**

A largura de faixa inicial é

$\frac{fr}{Q} = \frac{820}{65}$ kHz = 12,6 kHz. Acrescentando-se o resistor adicional de 50 kΩ, este faz o valor de Q ter a metade do valor original enquanto duplica a largura de faixa. A nova largura de faixa é 2 X 12,6 = 25,2 kHz. Alternativa B.

## CIRCUITO RESSONANTE TANQUE EM PARALELO

Este circuito consiste de uma bobina prática com resistência em paralelo com um capacitor cujas perdas são desprezíveis (Fig. 7-10). Este tipo de circuito é comumente usado como a placa ou carga coletora de certos amplificadores de RF.

Tendo em vista que o ramo do indutor tem tanto a reatância indutiva quanto a resistência, a corrente IL atrasa-se em relação a e de um ângulo de fase, $\phi°$. Se a freqüência é elevada, a impedância do ramo do indutor irá aumentar, $I_L$ irá decrescer e o ângulo, $\phi°$, terá 90°.

A corrente do capacitor, ic, é um avanço em relação a e de 90° e a corrente da fonte, is, é a soma do fasor de $i_L$ e ic. Os diagramas da Fig. 7-11 ilustram as alterações no funcionamento do circuito conforme a freqüência é variada. Em todas as freqüências abaixo da freqüência de ressonância, fr, is atrasa-se em relação a e de um ângulo de fase completo, 0°, e o circuito age indutivamente. Em todas as freqüências acima de fr, is é um avanço em relação a e e o circuito é capacitivo. Estes resultados são semelhantes àqueles obtidos em circuitos LCR em paralelo, mas opostos aos dos circuitos LCR em série.

Em ressonância, e e is estão em fase, de forma que 0° = 0. Para circuitos ressonantes tanque que tenham um fator Q, alto, $I_L$ pode ser considerado igual a Ic e $X_L$ igual a $X_C$. Contudo, a expressão exata para a fre-

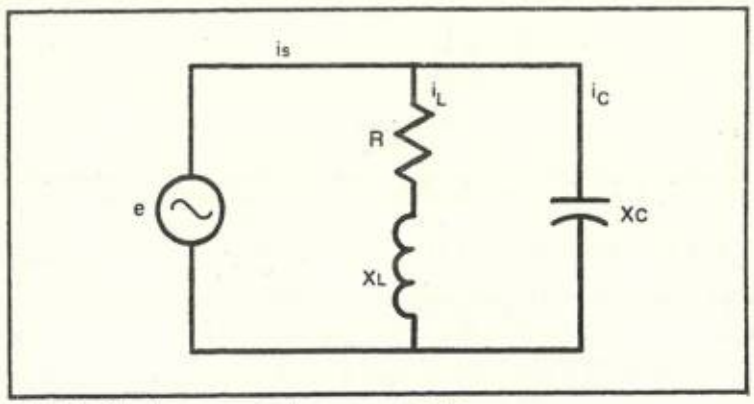



Fig. 7-10 Circuito ressonante tanque em paralelo.

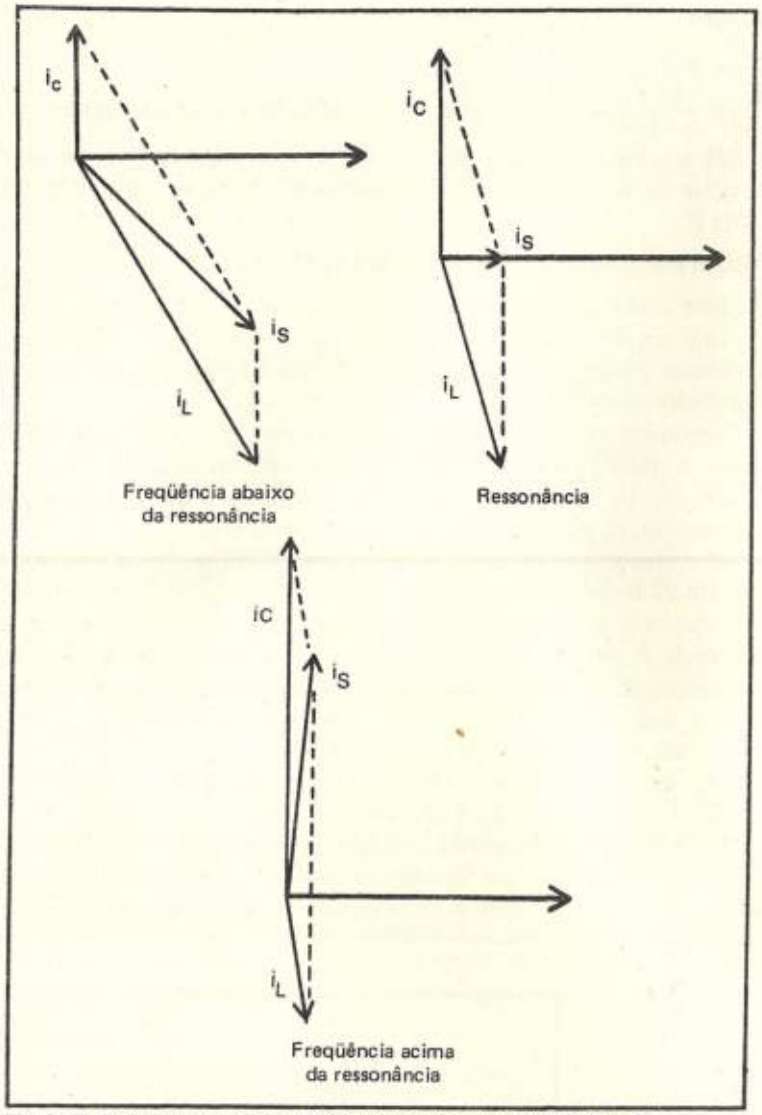



Fig. 7-11 Mudanças de relação de fasor com mudanças na freqüência.

qüência em ressonância, fr, é $fr = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$ Hz. Para os circuitos tanque que possuam um fator Q considerável (maior que 10), a expressão $R^2/L^2$ é muito menor em valor que 1/LC. Portanto, fr é aproximadamente igual a $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, que é igual às expressões usadas para a freqüência em ressonância.



Conforme é sugerido pelos diagramas dos fasores da Fig. 7-11, a corrente da fonte, Is, é menor em ressonância e aproximadamente igual ao valor mínimo possível. A impedância total em ressonância é, por conseguinte, um valor próximo ao valor máximo e igual a $\frac{L}{CR}$ ohm.

Da definição de ressonância, esta quantidade é resistiva e é chamada de Resistência Dinâmica; o termo "dinâmica" significa que "L/CR ohm" só aparece sob condições operacionais. O tanque em paralelo é às vezes referido como um circuito de rejeição, uma vez que apresenta virtualmente impedância máxima em ressonância.

As principais curvas de resposta do circuito tanque são mostradas nas Figs. 7-12 (a) e 7-12 (b). O fator Q pode ser interpretado como

**1. Ampliação da impedância**

A impedância em ressonância é Q vezes a reatância do ramo capacitivo. Portanto, $Q = \frac{L/CR}{1/2\pi\, frC} = \frac{2\pi frL}{R} = \frac{XL}{R}$, que é a mesma expressão obtida para circuitos ressonantes LCR em série.

Uma vez que $X_L$ e $X_C$ são quase iguais em ressonância, $Q \approx (\frac{X_C}{R})$ e a impedância em ressonância, $Z = XcQ \approx Q^2R$ (o símbolo $\approx$ representa mais ou menos igual).

**2. Ampliação da corrente**

Uma vez que $i_L$ e $i_C$ são mais ou menos iguais em grandeza e apresentam uma defasagem de cerca de 180°, parece haver uma corrente circulante entre L e C. A corrente da fonte, ou "de alimentação", Is, é relativamente

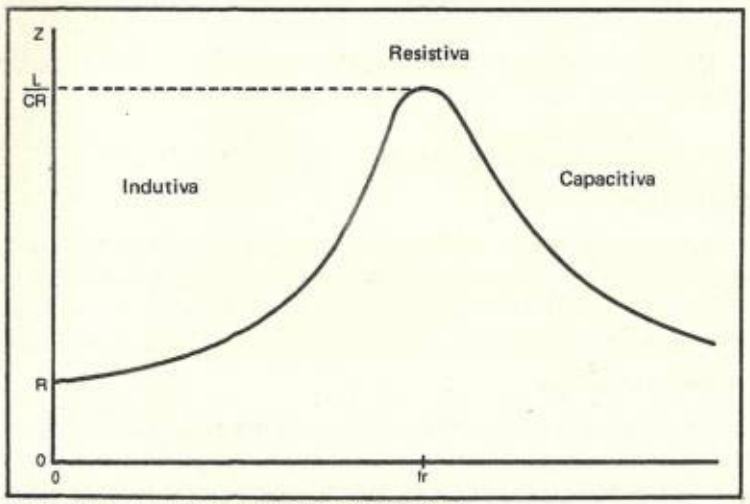



Fig. 7-12a Curva de resposta da impedância total.

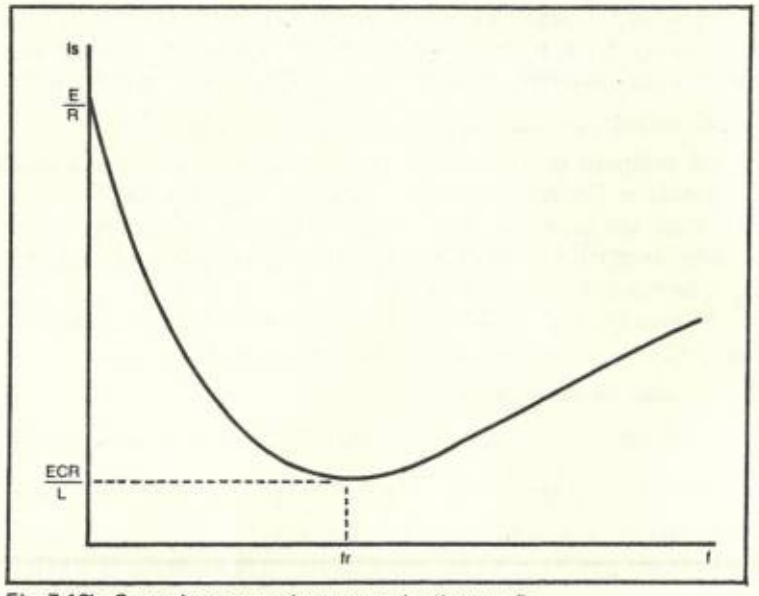



Fig. 7-12b Curva de resposta da corrente de alimentação.

pequena devido ao fato de que $I_L$ e $I_C$ não têm grandezas exatamente iguais e apresentam uma defasagem de 180°. O caso exato de R = 0 foi visto no Capítulo 6, que mostrou que, quando $X_L = X_C$, a impedância total e Q tinham ambos um valor infinito e a corrente da fonte, Is, era zero.

Na prática, a impedância em ressonância é Q vezes a impedância do ramo indutivo. Portanto a corrente circulante é Q vezes a corrente da fonte.

A potância real no circuito em ressonância é $I_s^2 \times$ Resistência Dinâmica $= I_L^2 R$, ou

$$\frac{\text{Corrente circulante, } I_L}{\text{Corrente de alimentação, Is}} = \sqrt{\frac{L/CR}{R}} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = Q$$

### 3. Seletividade

Q novamente é uma medida de seletividade e é igual a fr/largura de faixa. Tomando-se a curva de resposta da impedância, a largura de faixa pode ser definida como o afastamento da freqüência entre os pontos onde a impedância total do circuito é 0,707 vezes a impedância em ressonância.

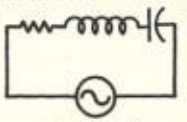
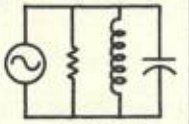
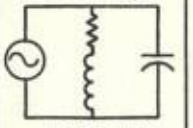
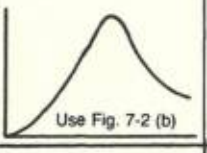
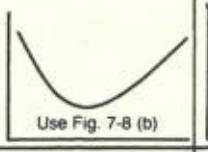
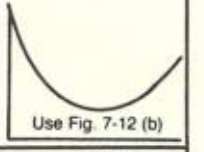
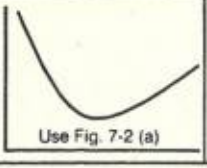
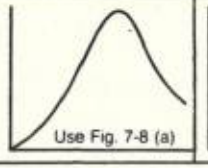
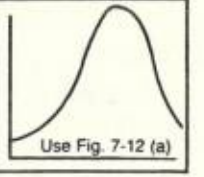
### 4. Relações da energia

Q é novamente igual a $2\pi \times$ energia máxima armazenada durante um ciclo/médio de energia dissipada num período. Observe que se dois circuitos tanque idênticos são ligados em paralelo com indução mútua nula entre as bobinas, a impedância em ressonância é dividida ao meio mas o fator Q



e freqüência em ressonância permanecem os mesmos. Se um único resistor de amortecimento, Rd, é ligado ao circuito tanque, a nova impedância em ressonância $= \frac{Rd \times L/CR}{Rd + L/CR}$, e o novo fator $Q = \frac{Rd}{Rd + L/CR} \times Q$ anterior, de forma que ambas as quantidades são reduzidas. A largura de faixa é

**Tabela 7-1 Propriedades de circuitos LCR**

| | Circuito LCR em série | Circ. LCR em paralelo | Circuito tanque |
|---|---|---|---|
| |  Use Fig. 7-3 |  Use Fig. 7-7 |  Use Fig. 7-10 |
| Freqüência de ressonância | $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{0,159}{\sqrt{LC}}$ | $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{0,159}{\sqrt{LC}}$ | $f_r = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$ $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ se Q é maior que 10 |
| Q | $Q = \frac{X_L}{R} = \frac{X_C}{R} = \frac{f_r}{\Delta f} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ | $Q = \frac{R}{X_L} = \frac{R}{X_C} = \frac{f_r}{\Delta f} = R\sqrt{\frac{C}{L}}$ | $Q = \frac{X_L}{R}\ \frac{X_C}{R} = \frac{f_r}{\Delta f} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ |
| Ampliação da voltagem e da corrente em ressonância | $V_L = V_C = Q\,E$ | $I_L = I_C = Q\,I_S$ | $I_C = Q\,I_S\,I_L$ |
| Potência de ressonância | $E^2/R$ | $E^2/R$ | $E^2CR/L$ |
| Impedância de ressonância | R | R | $\frac{L}{CR}$ |
| Largura de faixa | $R/2\pi L = \frac{0,159\,R}{L}$ Hz | $\frac{1}{2}\pi CR = \frac{0,159}{CR}$ | $R/2\pi L = \frac{0,159\,R}{L}$ Hz |
| Curva de resposta da corrente |  Use Fig. 7-2 (b) |  Use Fig. 7-8 (b) |  Use Fig. 7-12 (b) |
| Curva de resposta da impedância |  Use Fig. 7-2 (a) |  Use Fig. 7-8 (a) |  Use Fig. 7-12 (a) |

portanto maior, mas a freqüência em ressonância permanece inalterada (considerando-se que Q é maior que 10).

Na Tabela 7-1, encontramos de maneira resumida as propriedades do circuito LCR em série e do circuito tanque.

**Problema 1**

Na Fig. 7-13, a freqüência em ressonância do circuito tanque é
A. 4,1 MHz B. 1,3 MHz C. 650 kHz D. 26 MHz E. 13 MHz.

**Solução**

A fórmula exata para a freqüência em ressonância é

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$$

Contudo,

$$\frac{R^2}{L^2} = \frac{144}{2\,500 \times 10^{-12}} = 6 \times 10^{10}$$

enquanto $\frac{1}{LC} = \frac{1}{50 \times 10^{-6} \times 30 \times 10^{-12}} = 6{,}7 \times 10^{14}$. Portanto $\frac{R^2}{L^2}$ pode ser desprezível em comparação com 1/LC e a fórmula será $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{0{,}159}{\sqrt{50 \times 10^{-6} \times 30 \times 10^{-12}}}$ Hz = alternativa A.

**Problema 2**

No Problema 1, o fator Q do circuito tanque é
A. 140 B. 2.400 C. 65 D. 108 E. 650

**Solução**

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{12} \times \sqrt{\frac{50 \times 10^{-6}}{30 \times 10^{-12}}} = \frac{1\,000}{12}\sqrt{\frac{5}{3}}$$

$= 108$. Alternativa D.

**Problema 3**

No Problema 1, a impedância do circuito tanque ressonante é
A. 12 Ω B. 2,6 kΩ C. 1,3 kΩ D. 140 kΩ E. 1,3 MΩ

**Solução**

A impedância em ressonância é $\frac{L}{CR} = \frac{50 \times 10^{-6}}{30 \times 10^{-12} \times 12}$

$= 138{,}88\ldots$ kΩ = 140 kΩ, arredondados.



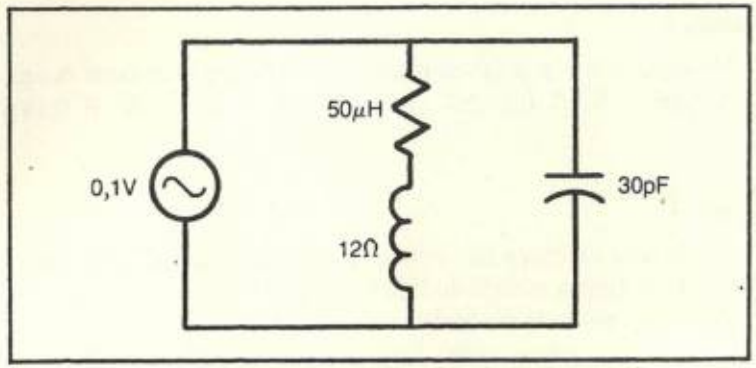



Fig. 7-13 Qual a freqüência de ressonância deste circuito tanque?

De forma alternativa, a impedância em ressonância é $Q^2R = 108^2 \times 12 = 140$ kΩ. Alternativa D. Observe que a reatância capacitiva e a impedância do ramo indutivo são individualmente 140/108 kΩ = 1,3 kΩ aproximadamente.

**Problema 4**

No Problema 1, a corrente da fonte em ressonância é
A. 8,3 mA B. 0,005 mA C. 7,8 μA D. 78 μA E. 0,72 μA.

**Solução**

A corrente da fonte em ressonância é

$$I_S = \frac{E}{L/CR} = \frac{ECR}{L} = \frac{0{,}1 \times 30 \times 10^{-12} \times 12}{50 \times 10^{-6}} = 0{,}72 \times 10^{-6}\text{A}$$

$= 0{,}72$ μA. Alternativa E.

**Problema 5**

No Problema 1, a corrente no ramo capacitivo em ressonância é
A. 8,3 mA B. 0,005 3 mA C. 7,8 μA D. 78 μA E. 0,72 μA.

**Solução**

Em ressonância, a corrente no ramo capacitivo é igual a uma corrente circulante que é Q vezes a corrente da fonte = 108 × 0,72 μA (veja a Solução dos Problemas 2 e 4) = 78 μA, arredondados. Alternativa D.

**Problema 6**

No Problema 1, a potência dissipada no circuito ressonante tanque é
A. 0,057 $\mu$W B. 0,57 $\mu$W C. 0,073 $\mu$W D. 0,094 $\mu$W E. 0,13 $\mu$W

**Solução**

A potência dissipada no circuito ressonante tanque é $I_L^2 R$, onde $I_L \approx I_C = 78\ \mu A$ (veja a solução do Problema 5).

Portanto a potência dissipada é

$$(78 \times 10^{-6})^2 \times 12\ W = 0{,}073\ \mu W$$

Ou de forma alternativa

$$\text{Potência dissipada} = I_s^2 \times \frac{L}{CR}$$

$$= (0{,}72 \times 10^{-6})^2 \times 140\ k\Omega$$

(veja as soluções dos Problemas 3 e 4).

Potência dissipada = 0,073 $\mu$W, arredondados. Alternativa C.

**Problema 7**

No Problema 1, a largura de faixa do circuito tanque é
A. 38 kHz B. 3,8 kHz C. 67 kHz D. 16 kHz E. 6,7 kHz

**Solução**

Largura de faixa = $\frac{fr}{Q} = \frac{4{,}1}{108}$ MHz = 38 kHz. Alternativa A.

**Problema 8**

No Problema 1, um resistor de amortecimento de 47 k$\Omega$ é ligado ao circuito tanque. O novo valor de Q é
A. 38 B. 27 C. 32 D. 52 E. 81

**Solução**

Novo valor de Q = $\frac{Rd}{Rd + L/CR} \times$ Q anterior = $\frac{47}{47 + 140} \times$

$\times 108 = 27$. Alternativa B.



## PROBLEMAS PRÁTICOS

1. Um capacitor cuja reatância é 665 ohms é ligado em série com uma bobina de 250 $\mu$H com 100 ohms de resistência. A freqüência de ressonância da ligação em série é
   A. 670 Hz B. 2,66 kHz C. 67 kHz D. 423 kHz E. 2,66 MHz.
2. Um circuito LCR em série inclui um capacitor de 16 $\mu$F e um indutor de 200 mH cuja resistência é 15 ohms. A freqüência de ressonância do circuito é
   A. 79 Hz B. 7,9 kHz C. 89 Hz D. 560 Hz E. 89 kHz
3. Na Fig. 7-14, a impedância total apresentada à fonte é
   A. 100 $\Omega$ B. 2,1 k$\Omega$ C. 4 k$\Omega$ D. 4,1 k$\Omega$ E. Pouco maior que 4 k$\Omega$
4. No Problema 3, a voltagem de saída da bobina é
   A. 70,7 mV B. 200 mV C. 2 V D. 1,41 V E. 1 V
5. No Problema 3, a potência real dissipada no circuito é
   A. 5 $\mu$W B. 70,7 $\mu$W C. 100 $\mu$W D. 1 mV E. 0,04 W
6. Um circuito LCR em série tem uma freqüência de ressonância de 1,8 MHz. Se a capacitância de sintonia é medida e determinada para ser 55 pF, o valor do indutor é
   A. 217 $\mu$H B. 142 $\mu$H C. 732 $\mu$H D. 7,2 mH E. 21,7 mH
7. Na Fig. 7-15, a corrente da bobina cuja reatância é de 100 ohms é
   A. Zero B. 10 mA C. 2 mA D. 7 mA E. 5 mA

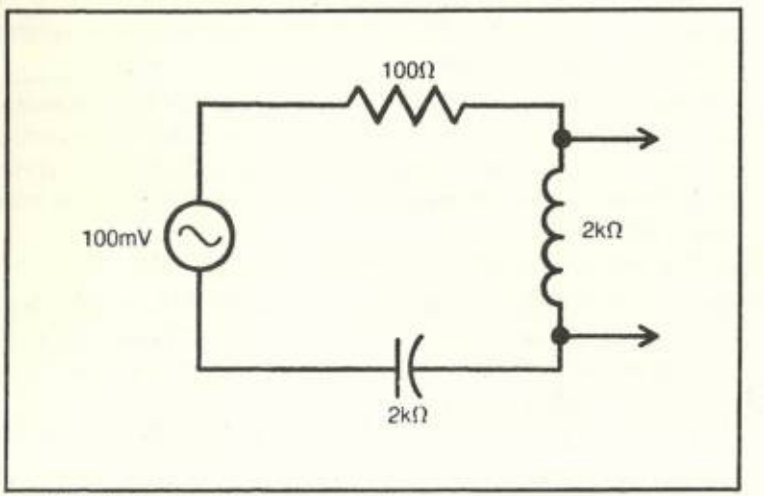



Fig. 7-14 Qual a impedância deste circuito?

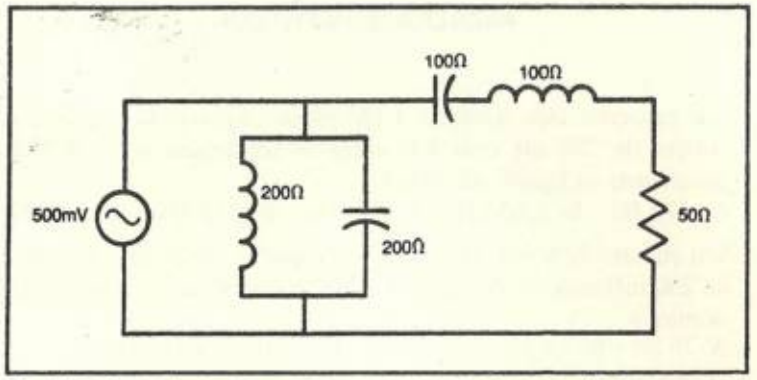



Fig. 7-15 Qual o fluxo da corrente através da indutância em série?

8. Na Fig. 7-16, a voltagem de saída do capacitor é
   A. 50 mV B. Pouco menor que 25 mV C. 25 mV D. 0,5 V E. 5 V

9. No Problema 8, a indutância da bobina é duplicada enquanto que a capacitância é dividida por dois. A nova impedância apresentada à fonte é
   A. 50 Ω B. Pouco maior que 20 kΩ C. 7,5 kΩ D. 20 kΩ E. Levemente maior que 7,5 kΩ

10. Um circuito LCR em série consiste de um capacitor de 220 pF, uma reatância indutiva de 332 ohms e um resistor de 2,45 kΩ. A impedância total do circuito é
    A. Não pode ser determinada sem o valor do indutor. B. 3.175 ohms C. 2.450 ohms D. 2.780 ohms E. Não pode ser determinada sem o valor da freqüência de ressonância

11. Um circuito ressonante em série operando em 925 kHz consiste de um capacitor e uma bobina cuja resistência é 8,5 ohms e reatância de 435 ohms. Se a indutância é modificada de maneira que a nova reatância indutiva em ressonância seja 675 ohms, a nova freqüência de ressonância será
    A. 596 kHz B. 743 kHz C. 1,44 MHz D. 1,15 MHz E. 925 kHz

12. Um circuito ressonante em série operando em 525 kHz consiste de um capacitor de sintonia e de uma bobina de 350 μH cuja resistência é 12,5 ohms. Se a indutância da bobina é alterada para 220 μH, a nova freqüência de ressonância será
    A. 525 kHz B. 416 kHz C. 660 kHz D. 835 kHz E. 330 kHz

13. Um circuito ressonante em série consiste de um capacitor de sintonia de 225 pF e uma bobina de 85 μH. Se for alterado o valor do capacitor de sintonia para 175 pF, qual deverá ser a nova bobina para manter a mesma freqüência de ressonância?
    A. 66 μH B. 75 μH C. 96 μH D. 110 μH E. 85 μH

14. Um circuito LCR em série, quando ressonante em 2,53 MHz, consiste de um capacitor de valor fixo e de uma bobina variável cuja indutância é 35 μH. O circuito é agora operado em 3,17 mHz. O novo valor de indutância exigido é
    A. 31 μH B. 22 μH C. 35 μH D. 28 μH E. 54,9 μH.

15. Um circuito LCR em série consiste de um capacitor fixo e de uma bobina variável cujos valores máximo e mínimo de indutância são 350 μH e 25 μH. Se a freqüência mais alta em que o circuito pode ser sintonizado é 1,75 MHz, a freqüência mais baixa que pode ser obtida é
    A. 343 kHz B. 468 kHz C. 655 kHz D. 6,5 MHz E. 24,5 MHz

16. Na Fig. 7-17, a freqüência é elevada em 1,5 X seu valor original. A nova voltagem do indutor é
    A. 100 mV B. 146 mV C. 167 mV D. 173 mV E. 250 mV

17. Um circuito ressonante em série contém um capacitor de 220 pF e uma bobina cuja reatância é 440 ohms e resistência RF 7,8 ohms. O valor do fator Q é
    A. 2 B. 40 C. Não há dados suficientes para resolver o problema. D. 56 E. Nenhuma das respostas anteriores está correta.

18. Na Fig. 7-18, o circuito LCR em paralelo está ressonância com o fator Q de 60. A reatância do capacitor é
    A. 1,5 kΩ B. 5,4 Mohms C. 90 kΩ D. 45 kΩ E. A reatância do capacitor não pode ser determinada sem o valor do capacitor.

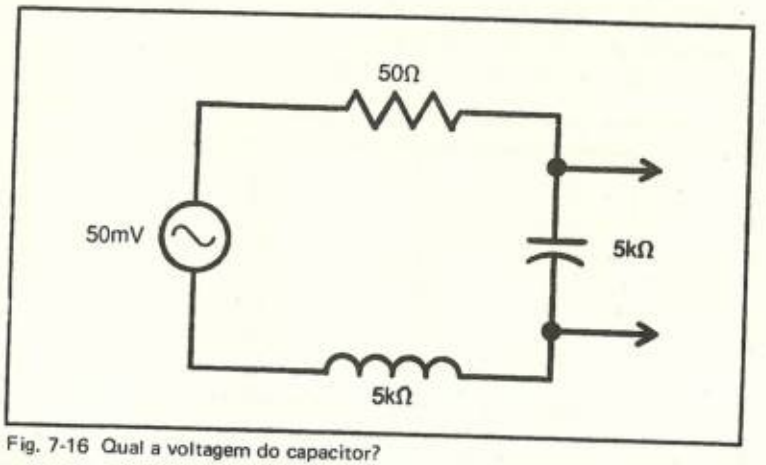



Fig. 7-16 Qual a voltagem do capacitor?

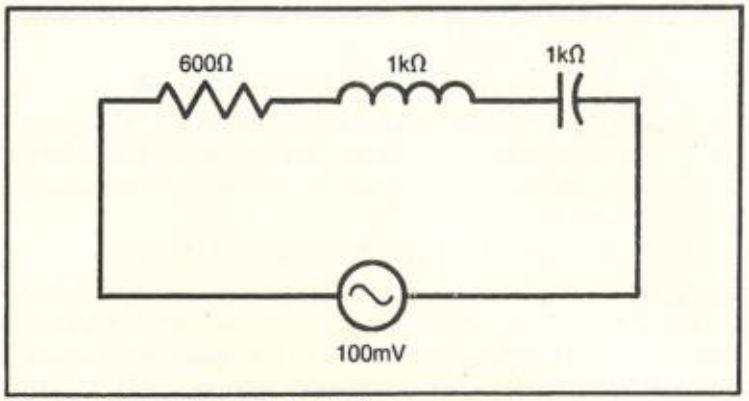



Fig. 7-17 Qual a voltagem do indutor?

19. No Problema 18, o valor do indutor é
A. 1,4 μH B. 110 μH C. 860 μH D. 700 μH E. 240 μH

20. No Problema 18, o valor da corrente da fonte é
A. Levemente maior que 240 μA B. 122 μA C. 2 μA D. 120 μA E. 118 μA

21. No Problema 18, um resistor adicional de 180 kΩ é ligado ao circuito LCR em paralelo. A nova largura de faixa é
A. 16,7 kHz B. 60 kHz C. 40 kHz D. 11,1 kHz E. 25 kHz

22. Na Fig. 7-19, o valor de E é
A. 1 V B. 2 V C. 3 V D. 4 V E. 5 V

23. O total de capacitâncias parasitas de um capacitor de sintonia é 5 pF. Os valores máximo e mínimo do mesmo são 250 pF e 25 pF. Se o circuito LC utiliza uma bobina de 125 μH, a freqüência mais alta em que o circuito pode ser sintonizado é
A. 413 kHz B. 814 kHz C. 2,6 MHz D. 16,4 MHz E. 6,74 MHz

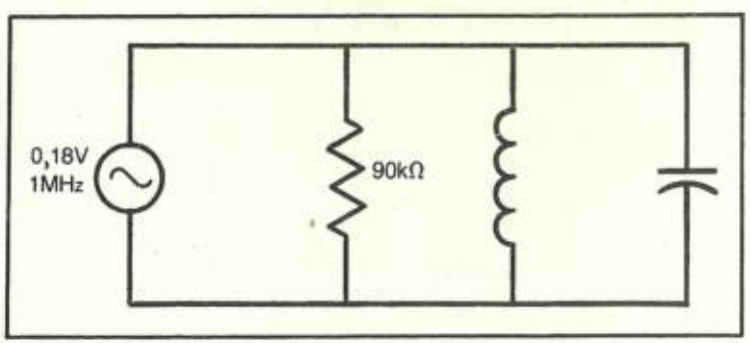



Fig. 7-18 Problema sobre reatância.



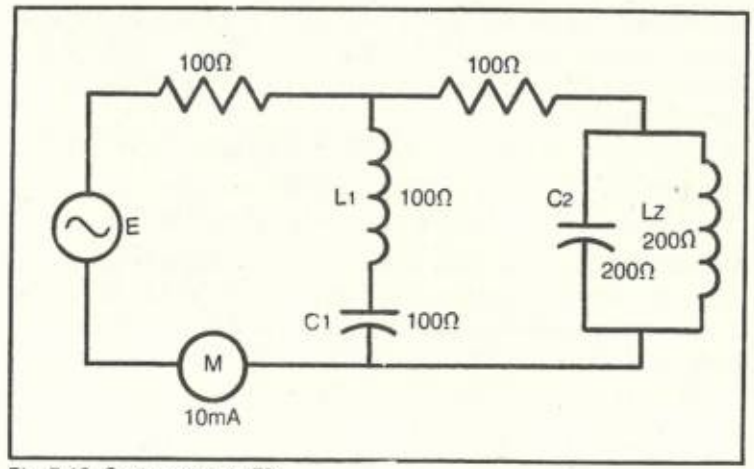



Fig. 7-19 Qual o valor de E?

24. Um circuito ressonante LCR tem uma resistência total de 20 ohms e um fator Q de 60. Se a freqüência de ressonância é 850 kHz, o valor de capacitância exigido é
A. 496 pF B. 24,8 pF C. 156 pF D. 0,06 μF E. 981 pF

25. Um circuito tanque ressoa com 1,72 MHz e tem um Q de 50. Se o capacitor de sintonia tem um valor de 80 pF, o valor de indutância exigido é
A. 9,5 μH B. 59,9 μH C. 26,6 μH D. 1,05 mH E. 107 μH

26. Um circuito tanque com um fator de qualidade elevado utiliza uma bobina variável cuja indutância é 75 μH quando a freqüência de ressonância é 1,15 MHz. Qual a nova freqüência de ressonância se o valor do indutor for reduzido para 55 μH?
A. 1,15 MHz B. 984 kHz C. 843 kHz D. 1,34 MHz E. 1,57 MHz

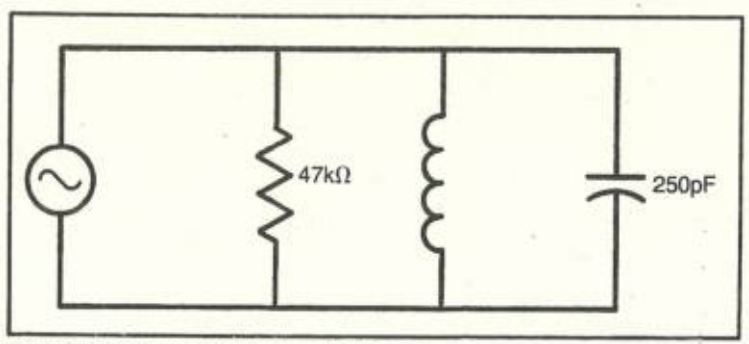



Fig. 7-20 Problema sobre largura de faixa.

27. Um circuito tanque tem um fator Q de 75 e sua impedância na freqüência de ressonância de 935 kHz é de 90 kΩ. Um resistor de amortecimento de 68 kΩ é ligado ao circuito tanque. O novo valor da largura de faixa é
A. 5,4 kHz B. 29 kHz C. 12,5 kHz D. 68 kHz E. 75 kHz

28. Na Fig. 7-20, a largura de faixa do circuito é
A. 74,1 kHz B. 5,3 kHz C. 13,5 kHz D. 53 kHz E. 84,9 kHz

29. Um circuito ressonante LCR ressoa numa impedância de 25 ohms. O valor da reatância capacitiva é 1,5 kΩ. Se um resistor de amortecimento de 68 ohms for ligado em série com o circuito ressonante, o novo valor de Q é
A. 16,1 B. 22 C. 60 D. 82 E. 93

30. No Problema 29, a voltagem da fonte é de 10 mV. Depois de incluído o resistor de amortecimento, a voltagem do capacitor atinge
A. 10 mV B. 7,3 mV C. 0,16 mV D. 2,7 mV E. Nenhuma das alternativas precedentes é correta.

## SOLUÇÕES

1. Em ressonância, $X_L = X_C = 665$ ohms. Então a freqüência de ressonância é

$$f_r = \frac{X_L}{2\pi L} = \frac{0{,}159\,X_L}{L} = \frac{0{,}159 \times 665}{250 \times 10^{-6}}$$

$= (0{,}4229\ldots) \times 10^6$ Hz = 423 kHz, arredondados. Alternativa D.

2. Freqüência de ressonância,

$$f_r = \frac{0{,}159}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{0{,}159^2}{200 \times 10^{-3} \times 16 \times 10^{-6}}}$$

$= 89$ Hz. Alternativa C.

3. O circuito em série da Fig. 7-14 é ressonante e portanto a impedância total apresentada à fonte é a resistência do circuito de 100 ohms. Alternativa A.

4. No Problema 3, a impedância total do circuito foi fixada em 100 ohms. Portanto, a corrente será

$$I = \frac{100 \times 10^{-3}}{100} A$$

e a voltagem da bobina será o produto entre esta corrente e a reatância indutiva da bobina. Portanto,

$$V_L = IX_L = \frac{100 \times 10^{-3}}{100} \times 2\,000 = 2 \text{ V}.$$ Alternativa C.

5. Em ressonância, a voltagem do resistor em série é igual à voltagem da fonte de 100 mV. Uma vez que as perdas da bobina e do capacitor são consideradas desprezíveis, toda a potência real, P, é dissipada pelo resistor. Então,

$P = (\frac{100 \times 10^{-3}}{100})^2 = 100 \times 10^{-6}$ W = 100 μW. Alternativa C.

6. A indutância exigida é dada por

$$L = \frac{1}{4\pi^2 C f_r^2} = \frac{0{,}025\,3}{C f_r^2} = \frac{0{,}025\,3}{5{,}5 \times 10^{-11} \times 1{,}8^2 \times 10^{12}}$$

$$= \frac{2{,}53 \times 10^{-2}}{5{,}5 \times 1{,}8^2 \times 10^1} = 0{,}142 \times 10^{-3} \text{ H} = 142\ \mu\text{H}.$$ Alternativa B.

7. Com referência à Fig. 7-15, a combinação LC em paralelo ligada à fonte é ressonante. Quando as perdas de ambos, da bobina e do capacitor, são desprezíveis, pode-se ignorar a corrente fornecida pela fonte através da ligação em paralelo, a qual age como um circuito aberto. Os elementos LCR restantes estão em série e também são ressonantes. Portanto, a impedância apresentada à fonte é puramente resistiva e tem um valor de 50 ohms, de modo que a corrente, I, circulante através da resistência de 50 ohms, a reatância capacitiva de 100 ohms e a reatância indutiva de 100 ohms é

$$I = \frac{500 \times 10^{-3}}{50} = 10 \times 10^{-3} \text{ A} = 10 \text{ mA}.$$ Alternativa B.

8. Com relação à Fig. 7-16, o circuito em série ressonante com o fator Q dado através de

$$Q = \frac{X_L}{R} = \frac{X_C}{R} = \frac{5\,000}{50} = 100$$

Então $V_C = V_L = QE = 100 \times 50 \times 10^{-3} = 5$ V. Alternativa E.

9. Uma vez que $X_L = 6{,}28\,f_L$, duplicando-se L duplicar-se-á o valor de $X_L$ de 5 kΩ para 10 kΩ. Também devido

$$X_C = \frac{0{,}159}{fC}$$

dividindo-se por dois o valor de C *duplicaremos* o valor de $X_C$ de 5 kΩ para 10 kΩ. Portanto, o circuito é ainda ressonante com um novo fator Q, que é duas vezes o valor anterior, de forma que a voltagem do capacitor dobrou. Contudo, a impedância apresentada à fonte tem o mesmo valor da resistência de 50 ohms. A corrente gerada pela fonte, a potência dissipada e a voltagem do resistor serão as mesmas. Alternativa A.

10. Em ressonância, a impedância total apresentada à fonte é igual ao valor da resistência em série, que é 2,45 kΩ = 2.450 Ω. Alternativa C.

11. Com a nova freqüência de ressonância, a reatância capacitiva alterou-se de 435 ohms para 675 ohms. Uma vez que o valor da reatância

capacitiva é inversamente proporcional à freqüência, deduz-se então que a nova freqüência de ressonância é inferior à anterior.

Nova freqüência de ressonância =

$$= \text{Freqüência de ressonância anterior} \times \frac{\text{Reatância capacitiva anterior}}{\text{Nova reatância capacitiva}}$$

$$= 925 \times \frac{435}{675}\ \text{kHz} = 596\ \text{kHz}.$$ Alternativa A.

12. Como $fr = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, vê-se que com C inalterada, a freqüência de ressonância é inversamente proporcional à raiz quadrada de L. A nova freqüência de ressonância será maior que a antiga por um fator que contenha a raiz quadrada da razão de indutância. Portanto:

$$\frac{\text{Freqüência de ressonância nova}}{\text{Freqüência de ressonância velha}} = \sqrt{\frac{\text{Indutância velha}}{\text{Indutância nova}}} = \sqrt{\frac{350}{220}} =$$

$= 1{,}26\ldots$

A nova freqüência de ressonância é

$1{,}26\ldots \times 525\ \text{kHz} = 660\ \text{kHz}$, arredondada. Alternativa C.

13. Como $fr = \frac{0{,}159}{\sqrt{LC}}$

permanece constante, o produto LC deve permanecer o mesmo. Portanto

L anterior X C anterior = Novo valor de L X Novo valor de C

$$\text{Novo valor de L} = \frac{\text{Valor anterior de L X Valor anterior de C}}{\text{Novo valor de C}} =$$

$$= \frac{85 \times 225}{175} = 110\ \mu\text{H}, \text{ arredondados. Alternativa D.}$$

14. Já que

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad , \quad L = \frac{1}{4\pi^2 C f_r^2}$$

Quando C tem valor fixo, o valor de L deve ser diminuído para elevar o valor de fr. Portanto,

$$\frac{\text{Novo valor de L}}{\text{Valor anterior de L}} = \frac{(\text{Valor anterior de fr})^2}{(\text{Novo valor de fr})^2} = \left(\frac{\text{Valor anterior de fr}}{\text{Novo valor de fr}}\right)^2$$

$$\text{Novo valor de L} = \text{Valor anterior de L} \times \left(\frac{\text{Valor anterior de fr}}{\text{Novo valor de fr}}\right)^2$$

$$= \left(\frac{2{,}53}{3{,}17}\right)^2 \times 35 = 22\ \mu\text{H}, \text{ arredondados. Alternativa B.}$$



15. Sabendo-se que $fr = \frac{0{,}159}{\sqrt{LC}}$, a freqüência de ressonância mais alta é obtida com uma indutância de sintonia de valor mais baixo. De forma semelhante, a freqüência de ressonância mais baixa é obtida com um valor maior da indutância de sintonia.

$$\frac{\text{Valor mais alto de fr}}{\text{Valor mais baixo de fr}} = \sqrt{\frac{\text{Valor mais alto de L}}{\text{Valor mais baixo de L}}}$$

$$\text{Valor mais baixo de fr} = \sqrt{\frac{\text{Valor mais baixo de L}}{\text{Valor mais alto de L}}} \times \text{Valor mais alto de fr}$$

$$= \sqrt{\frac{25}{350}} \times 1{,}75$$

$= 0{,}468\ \text{MHz} - 468\ \text{kHz}$. Alternativa B.

16. Na freqüência mais alta a reatância indutiva será $1.000 \times 1{,}5 = 1.500$ ohms. A reatância capacitiva também será

$$\frac{1.000}{1{,}5} = 666{,}7\Omega. \text{ Então } Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$= \sqrt{600^2 + (1500 - 666{,}7)^2} = 1027\Omega.$$

A corrente do circuito é $I = E/Z = 100/1.027$ mA

A voltagem do indutor é $V_L = IX_L = 100/1.027 \times 1.500 = 146$ mV,

$\times\ 1\ 500 = 146$ mV, arredondados. Alternativa B.

17. Para um circuito ressonante em série o valor de Q é dado por

$$Q = \frac{X_C}{R} = \frac{X_L}{R} = \frac{440}{7{,}8} = 56, \text{ arredondados. Alternativa D.}$$

18. Em ressonância, o valor de Q para o circuito LCR em paralelo é dado por

$$Q = \frac{R}{X_L} = \frac{R}{X_C}$$

Portanto $$X_C = \frac{R}{Q} = \frac{90}{60}\ \text{k}\Omega$$

$= 1{,}5\ \text{k}\Omega$. Alternativa A.

19. Uma vez que $X_L = X_C = 1.500$ ohms, a indutância é

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{0{,}159\, X_L}{f} = \frac{0{,}159 \times 1\ 500}{10^6}\ \text{H}$$

$= 240\ \mu\text{H}$, arredondados.

Alternativa E.

20. No circuito da Fig. 7-18, o fluxo de corrente através dos ramos reativos apresentam uma defasagem de 180°. A soma do fasor destas duas correntes é zero. Portanto a corrente total da fonte circula através do ramo resistivo e é dada por

$$I_S = \frac{E}{R} = \frac{0{,}18}{9 \times 10^4}$$
$$= 2 \times 10^{-6}\,A = 2\,\mu A.\ \text{Alternativa C.}$$

21. O novo fator Q é dado por

$$\text{Novo } Q = \frac{Rd}{R + Rd} \times Q \text{ anterior} = \frac{180}{90 + 180} \times 60$$
$$= \frac{180}{270} \times 60 = 40, \text{ portanto a nova largura de faixa é}$$
$$10^6/40 = 0.025 \times 10^6\,Hz = 25\ kHz.\ \text{Alternativa E.}$$

22. Na Fig. 7-19, há dois circuitos ressonantes. A combinação em paralelo à direita ($L_2$ e $C_2$) é ressonante e age como um curcuito aberto (impedância infinita). Portanto não há fluxo de corrente através do resistor de 100 ohms à direita. O indutor $L_1$ e o capacitor $C_1$ são ressonantes e agem como um curto-circuito, de forma que há uma resistência de 100 ohms em seus terminais. Então $E = IR = 10^{-2} \times 100 = 1$ V. Alternativa A.

23. Devido a capacitância parasita, a capacitância efetiva mais baixa é
$= 25 + 5 = 30$ pF
O valor mais alto de $fr = \frac{0{,}159}{\sqrt{125 \times 10^{-6} \times 30 \times 10^{-12}}} =$
$= \sqrt{0{,}006\,74\ldots \times 10^{15}}\,Hz = 2{,}6$ MHz, arredondados. Alternat. C.

24. Uma vez que $Q = \frac{X_L}{R} = \frac{X_C}{R} = \frac{0{,}159}{RfC}$ $C = \frac{0{,}159}{RfQ} =$
$= \frac{0{,}159}{20 \times 8{,}5 \times 10^5 \times 60} = \frac{0{,}159 \times 10^{-7}}{2 \times 8{,}5 \times 6} =$
$= 0{,}0015588\ldots \times 10^{-7}\,F = 156$ pF, arredondados. Alternativa C.

25. Uma vez que Q é maior do que 10, a fórmula aproximada relativa à freqüência de ressonância para LC pode ser usada. Então:
$f_r = 1/2\pi\sqrt{LC}\ L = 1/4\pi^2 f_r^2 C = 0{,}025\,3\ /f_r^2 C =$
$2{,}53 \times 10^{-2} / (1{,}72 \times 10^6)^2 \times 80 \times 10^{-12} = 2{,}53 \times 10^{-2}$
$/ 1{,}72^2 \times 8 \times 10^1 = 0{,}106\,898\,9 \times 10^{-3}\,H = 107\,\mu H,$
arredondados. Alternativa E.

26. Com referência à solução do Problema 12.
$$\frac{\text{Nova freqüência de ressonância}}{\text{Freqüência de ressonância anterior}} = \sqrt{\frac{\text{Indutância anterior}}{\text{Nova indutância}}}$$
$= \sqrt{\frac{75}{55}} = 1{,}168\ldots$ Nova freqüência de ressonância $= 1{,}168 \times 1{,}15 =$
$= 1{,}34$ MHz, arredondados. Alternativa D.



27. Largura de faixa anterior =
$$\frac{935}{75} = 12{,}466\ldots\ kHz$$
$$\text{Nova largura de faixa} = \frac{(12{,}466\ldots)\,(R + R_D)}{R_D}$$
$$= \frac{(12{,}466\ldots)\,(90 + 68)}{68}$$
$$= \frac{(12{,}466\ldots)\,(158)}{68}$$
$= 29$ kHz, arredondados. Alternativa B.

28. Largura de faixa =
$$\frac{1}{2\pi RC} = \frac{0{,}159}{RC} = \frac{0{,}159}{4{,}7 \times 10^4 \times 2{,}5 \times 10^{-10}}$$
$= 0{,}013\,5\ldots \times 10^6\,Hz = 13{,}5$ kHz,
arredondados. Alternativa C.

29. Em ressonância, a impedância apresentada à fonte é igual a resistência em série e portanto $R = 25$ ohms. Após a ligação do resistor de amortecimento em série ao circuito,
Nova resistência total, $R_t = R + R_D$
$= 25 + 68$
$= 93\Omega$
Novo fator $Q = \frac{X_C}{93} = \frac{1.500}{93} = 16{,}1$, arredondados. Alternativa A.

30. A resistência total em série é 93 ohms. A corrente da fonte é de $\frac{10}{93}$ mA, de modo que a queda de voltagem através do capacitor é
$$V_C = IX_C = \frac{10}{93} \times 10^{-3} \times 1\,500$$
$= 0{,}16$ V, arredondados. Alternativa C.

*Capítulo* **8**

# Circuitos Mutuamente Acoplados

Em capítulos anteriores fizemos referência aos indutores cujo fluxo magnético concatena-se às suas próprias espiras e que por conseguinte têm a propriedade da auto-indutância. Iremos considerar agora os casos nos quais o fluxo magnético associado a uma bobina concatena-se com as espiras de uma outra bobina. Tais indutores são destinados a acoplamentos magnéticos, indutivos, ou de transformador e possuem a propriedade da indutância mútua, M.

## INDUTÂNCIA MÚTUA

A corrente alternada, $i_R$, na bobina nº 1 da Fig. 8-1, cria um fluxo magnético alternado, $\phi$, parte do qual concatena-se apenas a bobina nº 1 (isto é chamado de fluxo de dispersão) e a bobina restante se concatena à nº 2. Isto causa uma voltagem induzida, $v_2$, cuja intensidade depende de $i_1$ e do valor da indutância mútua entre as bobinas. A indutância mútua, tal como a auto-indutância, é medida em henrys; a indutância mútua é 1 henry se, quando a corrente, $i_1$, é variada instantaneamente numa taxa de 1 ampère por segundo, a voltagem induzida, $v_2$, é 1 volt.

Os fatores que determinam o valor da indutância mútua incluem o número de espiras, $N_1$ e $N_2$, a área da seção transversal das bobinas, seu afastamento, a orientação de seus eixos e a natureza de seus núcleos.

A voltagem induzida, $v_2$ = M × taxa de variação de $i_1$. Em termos de valores de onda senoidal de C.A., $v_2 rms = 2\pi f M I_1 rms$, onde $f$ é a freqüência em hertz, da corrente $i_1$ (compare $V_L rms = 2\pi f I rms$, para



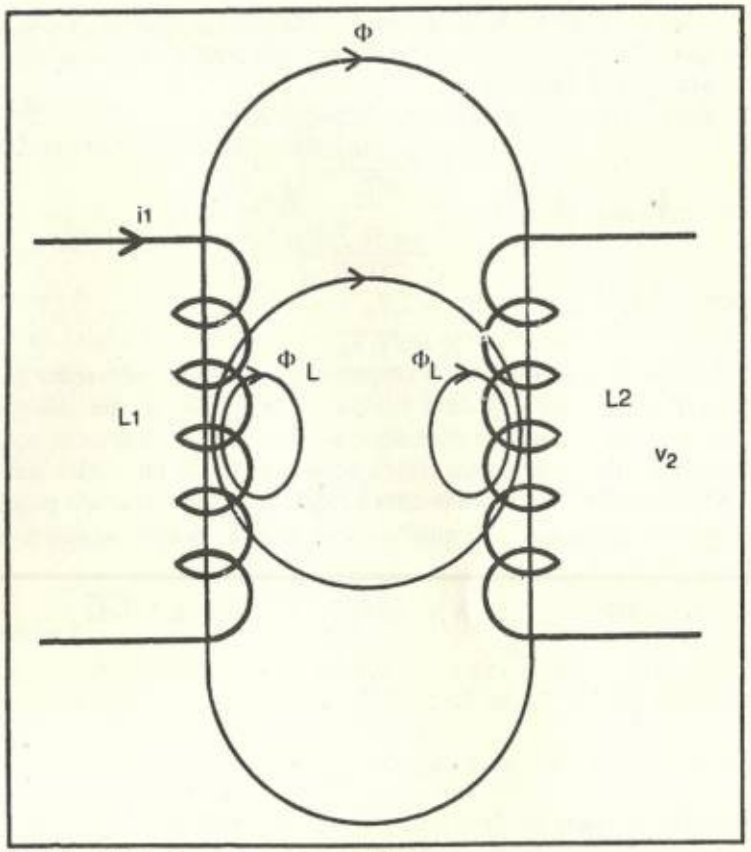



Fig. 8-1 Indutâncias mutuamente acopladas.

a propriedade da auto-indutância). Desde que as bobinas sejam enroladas num mesmo sentido, $v_2$ atrasa-se em relação a $i_1$ de 90°, mas se as bobinas forem enroladas em sentidos opostos, $v_2$ adianta-se em relação a $i_1$ de 90°. Observe que a propriedade da indutância mútua é reversível de maneira que se a mesma taxa de corrente, $i_1$, circula na bobina nº 2, então a voltagem induzida na bobina nº 1 é $v_1$ = M × taxa de variação de $i_1$.

No caso extremo em que as duas bobinas são enroladas com pressão demasiada, uma sobre a parte superior da outra, com um núcleo comum de ferro doce, o fluxo de dispersão é extremamente pequeno e pode ser desprezível. Considerando-se uma concatenação de fluxo perfeito entre as bobinas (correspondente a um fluxo de dispersão nulo), a indutância mútua,

$$M = \frac{4\pi N_1 N_2 A \mu}{10^9 L} \text{ henrys}$$

onde A é a área de seção transversal de cada uma das bobinas em centímetros quadrados, $\mu$, é a permeabilidade do ferro doce e L é o comprimento da bobina em centímetros.

Uma vez que a auto-indutância da bobina nº 1,

$$L_1 = \frac{4\pi N_1^2 A\mu}{10^9 L}$$

e, de forma análoga,

$$L_2 = \frac{4\pi N_2^2 A\mu}{10^9 L}$$

então $M^2 = L_1 L_2$

e $M = \sqrt{L_1 L_2}$

Se o fluxo de dispersão não é desprezível, então só uma fração, k, do fluxo total concatena as duas bobinas. Esta fração, k, que não pode exceder de 1, é chamada de coeficiente de acoplamento ou fator de acoplamento; seu valor pode ser um valor aproximado de 1 se um núcleo comum de ferro doce for usado para as duas bobinas, mas pode ser muito pequeno (menor que 0,01) com um núcleo de ar, estando as bobinas muito afastadas.

Temos daí que $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$ ou $M = k\sqrt{L_1 L_2}$

Então $= \frac{M^2}{k^2 L_2}$ e $L_2 = \frac{M^2}{k^2 L_1}$

também, $M = kL_1 \times \frac{N_2}{N_1} = kL_2 \times \frac{N_1}{N_2}$

Se $L_1$ e $L_2$ são cada um deles igual a L, $k = M/L$ e $M = kL$.

Observe que se uma corrente contínua constante circula através da bobina nº 1, o fluxo de dispersão será constante em grandeza e direção de maneira que a voltagem induzida na bobina nº 2 será zero.

**Problema 1**

Duas bobinas mutuamente acopladas possuem auto-indutância de $L_1 = 0,3$ H e $L_2 = 0,8$ H com um fator de acoplamento, $k = 0,9$. A indutância mútua entre as bobinas é

A. 0,22 H B. 0,54 H C. 0,27 H D. 0,39 H E. 0,44 H

**Solução**

Indutância mútua, $M = k\sqrt{L_1 L_2} = 0,9\ \sqrt{0,3 \times 0,8} = 0,44$ H, arredondados. Alternativa E.

**Problema 2**

Duas bobinas mutuamente acopladas têm auto-indutâncias de $L_1 = 1,25$ H e $L_2 = 2,5$ H. Se a indutância mútua entre as bobinas é 1,68 H, o coeficiente de acoplamento é

A. 0,80 B. 0,85 C. 0,90 D. 0,95 E. 1,0

**Solução**

O coeficiente de acoplamento é

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{1,68}{\sqrt{1,25 \times 2,5}}$$

$= 0,95$ arredondados. Alternativa D.

**Problema 3**

Dois indutores de 100 mH são acoplados magneticamente a uma indutância mútua de 50 mH. O coeficiente de acoplamento é

A. 0,2 B. 0,25 C. 0,5 D. 0,707 E. 0,75

**Solução**

Uma vez que os dois indutores têm valores iguais, o coeficiente de acoplamento é

$$k = \frac{M}{L} = \frac{50\text{mH}}{100\text{mH}} = 0,5.$$ Alternativa C.

**Problema 4**

A indutância mútua entre duas bobinas é de 0,75 H e o fator de acoplamento é 0,85. Se a indutância da primeira bobina, $L_1$, é 1,35 H, a relação entre as espiras $N_1/N_2$ dos dois indutores é

A. 1,53 B. 0,47 C. 2,12 D. 1,12 E. 0,65

**Solução**

Uma vez que $M = kL_1 \frac{N_2}{N_1}$,

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{kL_1}{M} = \frac{0,85 \times 1,35}{0,75} = 1,53,$$ arredondado. Alternativa A.

**Problema 5**

No Problema 4, a auto-indutância, $L_2$, da segunda bobina é

A. 0,47 H B. 0,58 H C. 0,72 H D. 0,93 H E. 1,73 H

**Solução**

A indutância da segunda bobina é:

$$L_2 = \frac{M^2}{k^2 L_1} = \frac{(0,75)^2}{(0,85)^2 \times 1,35} = 0,58\text{H},$$

arredondados. Alternativa B.

**Problema 6**

No Problema 4, a corrente na primeira bobina aumenta de intensidade numa taxa constante de 0,5 A para 2,5 A em 0,04 segundo. A voltagem induzida na segunda bobina, devida ao acoplamento mútuo entre as bobinas, é

A. 67,5 V B. 29,0 V C. 37,5 V D. 6,75 V E. 42,5 V

**Solução**

Em 0,04 de segundo, a mudança na corrente é 2,5 – 0,5 = 2 A e a taxa de alteração de corrente é

$$\frac{2A}{0{,}04 \text{ de segundo}} = 50 \text{ ampères por segundo.}$$

Uma vez que $v_2 = M \times$ taxa de mudança de corrente, $i_1$,
$v_2 = 0{,}75 \times 50$ ampères por segundo = 37,5 V. Alternativa C.

**Problema 7**

No Problema 4, o fluxo de corrente da primeira bobina é de 2 ampères C. C. A voltagem induzida na segunda bobina é

A. 1,5 V B. 3 V C. 2,7 V D. 1,16 V E. Zero.

**Solução**

Com um fluxo constante de C. C. através da primeira bobina, o fluxo de dispersão está constante e estacionário. A voltagem induzida na segunda bobina é por conseguinte zero. Alternativa E.

**Problema 8**

No Problema 4, o fluxo de C. A. de 60 Hz da bobina tem um valor efetivo de 2,4 A. O valor efetivo da voltagem induzida na primeira bobina é

A. 532 V B. 678 V C. 263 V D. 523 V E. 428 V

**Solução**

A voltagem efetiva induzida na primeira bobina, $V_1 = 2\pi f M I_2 = 6{,}28 \times 60 \times 0{,}75 \times 2{,}4 = 678$ V, arredondados. Alternativa B.

## BOBINAS MUTUAMENTE ACOPLADAS EM SÉRIE

Se duas bobinas mutuamente acopladas com um eixo comum são ligadas em série, seus fluxos individuais podem ser de adição ou oposição, dependendo do sentido em que as bobinas são enroladas.

A direção das setas, que indica o fluxo da corrente, demonstra claramente que na Fig. 8-2 (a) os fluxos individuais adjacentes a $L_1$, $L_2$, serão de adição, enquanto que na Fig. 8-2 (b), estas serão de oposição, conforme considerar inicialmente o caso em que os fluxos são de adição, conforme mostrado na Fig. 8-3. Vamos considerar que a taxa de corrente através



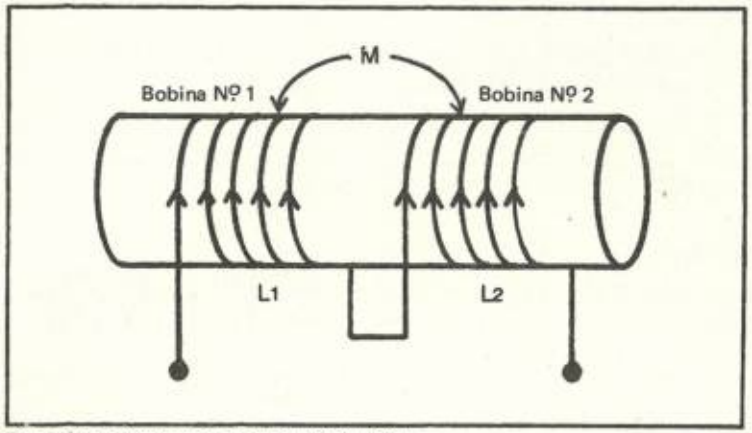



Fig. 8-2a Bobinas acopladas em série aditiva.

do circuito em série será de I/t ampères por segundo. A voltagem induzida na bobina nº 1 será $L_1 I/t$ volts devido à auto-indutância e MI/t volts devido ao fluxo adjacente à bobina nº 2 concatenada parcialmente com a bobina nº 1; de forma semelhante, a voltagem induzida na bobina nº 3 será $L_2 I/t$ da auto-indutância e MI/t da indutância mútua. Uma vez que os fluxos são de adição, a voltagem total do circuito em série é $(L_1 I/t + MI/t) + (L_2 I/t + MI/t) = (L_1 + L_2 + 2M)\, I/t$; então a indutância total, Lt, será $L_1 + L_2 + 2M$, como demonstrado no circuito da Fig. 8-3.

Se os fluxos são opostos, inverte-se o sinal de M e a indutância total, $Lt = L_1 + L_2 = 2M$.

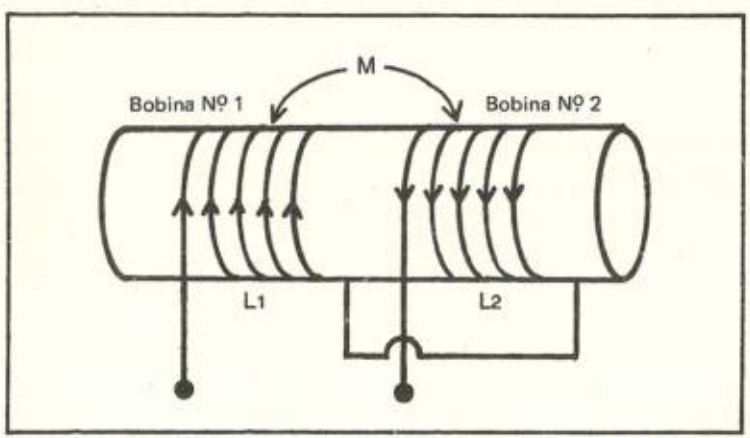



Fig. 8-2b Bobinas acopladas em série oposta.

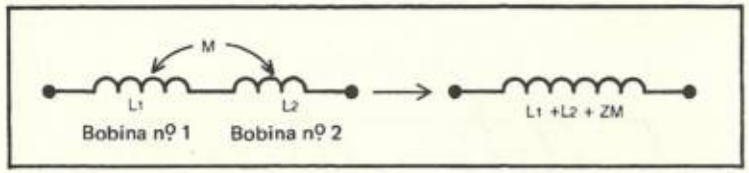



Fig. 8-3 Circuito equivalente ao da Fig. 8-2a.

**Resumindo**

*Bobinas aditivas em série*, $L_T = L_1 + L_2 + 2M = L_1 + L_2 + 2k\sqrt{L_1L_2}$
*Bobinas opostas em série*, $L_T = L_1 + L_2 - 2M = L_1 + L_2 - 2k\sqrt{L_1L_1}$
Portanto,

$$L_1 + L_2 = \frac{L_T^+ - L_T^-}{2}$$

e

$$M = \frac{L_T^+ - L_T^-}{4}$$

O sinal positivo usado com $L_T$ significa "adição", e o negativo significa "oposição". Se $L_1$ e $L_2$ são individualmente iguais a L, as equações tornam-se:
Bobinas aditivas em série: $L_T^+ = 2(L + M) = 2L(1 + k)$.
Bobinas opostas em série: $L_T^- = 2(1 - M) = 2L(1 - k)$
Então

$$L = \frac{L_T^+ + L_T^-}{4} \qquad M = \frac{L_T^+ - L_T^-}{4}$$

e

$$k = \frac{L_T^+ - L_T^-}{L_T^+ + L_T^-}$$

**Problema 1**

Um indutor de 150 mH e outro de 250 mH são ligados numa ligação aditiva em série. Se a indutância mútua entre as bobinas é de 100 mH, a indutância equivalente total da ligação em série é

A. 300 mH B. 400 mH C. 500 mH D. 600 mH E. 550 mH

**Solução**

$L_1 = 150$ mH, $L_2 = 250$ mH e $M = 100$ mH. Uma vez que a ligação é aditiva em série, a indutância equivalente total é $L_1 + L_2 + 2M = 150 + 250 + (2 \times 100) = 600$ mH. Alternativa D.



**Problema 2**

No Problema 1, as bobinas são religadas numa combinação em série, por oposição com a indutância mútua permanecendo em 100 mH. A indutância equivalente total da nova disposição é

A 100 mH B. 200 mH C. 250 mH D. 300 mH E. 150 mH

**Solução**

Numa ligação de oposição em série, a indutância equivalente total é $L_1 + L_2 - 2M = 150 + 250 - (2 \times 100) = 200$ mH. Alternativa B.

**Problema 3**

Duas bobinas mutuamente acopladas são ligadas através de uma ligação oposta em série. Se as auto-indutâncias são 0,44 H e 0,9 H e o fator de acoplamento é de 0,85, a indutância equivalente total é

A. 0,28 H B. 0,35 H C. 0,48 H D. 0,56 H E. 0,70 H

**Solução**

$L_1 = 0{,}4$H, $L_2 = 0{,}9$H e K. $= 0{,}8$. Indutância mútua. $M = k\sqrt{L_1L_2} = 0{,}85 \times \sqrt{0{,}4 \times 0{,}9} = 0{,}85 \times \sqrt{0{,}36} = 0{,}85 \times 0{,}6 = 0{,}51$H. Indutância equivalente total. $L_T = L_1 + L_2 - 2M = 0{,}4 + 0{,}9 - (2 \times 0{,}51) = 0{,}28$H. Alternativa A.

**Problema 4**

Dois indutores de 500 mH são ligados em série. Sua indutância total é determinada como 1,5 H. O fator de acoplamento entre as bobinas é

A. Zero B. 0,25 C. 0,5 D. 0,1 E. Este problema é impossível, visto que a indutância total não pode ultrapassar 1 henry.

**Solução**

Visto que os dois indutores têm valores iguais, a indutância total, $L_T = 1{,}5$ H = 1.500 mH e L = 500 mH. Uma vez que $L_T = 2L(1 + k)$, $2 \times 500(1 + k) = 1.500$, e então $1 + k = \frac{1.500}{1.000} = 1{,}5$. O fator de acoplamento, $k = 1{,}5 - 1{,}0 = 0{,}5$. Alternativa C.

**Problema 5**

Um indutor de 75 mH e outro de 100 mH são ligados em série. Se sua indutância total é 125 mH, o fator de acoplamento entre as bobinas é

A. 0,29 B. 0,32 C. 0,35 D. 0,42 E. 0,39

**Solução**

Uma vez que a indutância total é menor que a soma das auto-indutâncias individuais, as bobinas devem ser ligadas numa ligação de oposição em série.

Portanto $L_T^- = L_1 + L_2 - 2M$ e

$$M = \frac{L_1 + L_2 - L_T^-}{2} = \frac{100 + 75 - 125}{2} = 25 \text{ mH}$$

O fator de acoplamento é $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{25}{\sqrt{100 \times 75}} = 0{,}29$, arredondado. Alternativa A.

**Problema 6**

Duas bobinas idênticas são ligadas em série. Se a indutância total é metade do valor da auto-indutância de uma das bobinas, o fator de acoplamento é

A. 0,25 B. 0,5 C. 0,75 D. 1,0 E. Este problema não pode ser resolvido, já que requer um fator de acoplamento negativo de valor maior que 1

**Solução**

Consideremos que cada bobina tem uma auto-indutância de 100 mH. Uma vez que $L_T$ é apenas $\frac{100 \text{ mH}}{2} = 50$ mH, as bobinas devem ser ligadas em ligação oposta em série. Então:

$L_T^+ = 2(L - M) \Rightarrow 50 = 2(100 - M) \Rightarrow M = 100 - 25 = 75$ mH

O fator de acoplamento é $k = M/L = \frac{75}{100} = 0{,}75$. Alternativa C.

**Problema 7**

Quando dois reatores são ligados em série aditiva, suas indutâncias totais são 1,6 H. Se forem religados em série por oposição, o total de indutâncias cai para 0,4 H. A impedância mútua entre os reatores é

A. 0,2 H B. 0,3 H C. 0,4 H D. 0,5 H E. 0,6 H

**Solução**

Indutância mútua, $M = \frac{L_T^+ - L_T^-}{4} = \frac{1{,}6 - 0{,}4}{4} = 0{,}3$ H. Alternativa B.

**Problema 8**

No Problema 7, os dois reatores têm uma auto-indutância total de

A. 0,8 H B. 1,0 H C. 1,2 H D. 1,4 H E. 0,6 H



**Solução**

Auto-indutância total, $L_1 + L_2 = \frac{L_T^+ + L_T^-}{2} = \frac{1{,}6 + 0{,}4}{2}$

$= 1{,}0$H. Alternativa B.

## BOBINAS MUTUAMENTE ACOPLADAS EM PARALELO

A Fig. 8-4 apresenta duas bobinas mutuamente acopladas em paralelo. Se o sentido dos indutores é tal que as bobinas fiquem em ligação aditiva em paralelo, a indutância total, $L_T^+$, entre os pontos A e B é

$$L_T^+ = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$$

Contudo, se as bobinas são ligadas em ligação oposta em paralelo, o sinal do M é invertido e a indutância total é

$$L_T^- = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}$$

As expressões acima para $L_T^+$ e $L_T^-$ não são as mesmas derivadas de

$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1 \pm M} + \frac{1}{L_2 \pm M}$$

a qual é erroneamente mostrada em certos livros texto.) Observe que se $M = 0$, ambas as equações tornam-se

$$L_T = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$$

Se $L_1$ e $L_2$ são ambas iguais a L, as equações tornam-se

$$L_T^+ = \frac{L^2 - M^2}{2(L - M)} = \frac{L + M}{2}$$

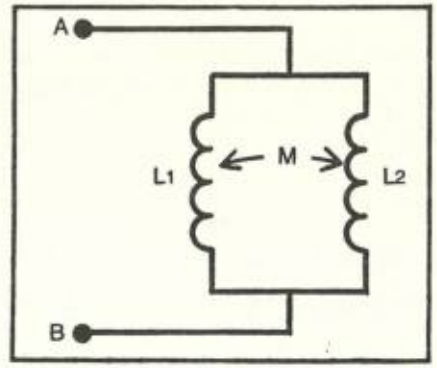



Fig. 8-4 Bobinas mutuamente acopladas ligadas em paralelo.

e

$$L_{\bar{T}} = \frac{L - M}{2}$$

**Problema 1**

Uma bobina de reatância de 1,75 H e outra de 1,25 H são ligadas em uma ligação paralelo-aditiva. Se a indutância mútua entre elas é 0,9 H, a indutância efetiva total da ligação em paralelo é

A. 1,15 H B. 1,21 H C. 1,39 H D. 1,26 H E. 0,29 H

**Solução**

$$\text{A indutância total } L_T^+ = \frac{1{,}75 \times 1{,}25 - (0{,}9)^2}{1{,}75 + 1{,}25 - (2 \times 0{,}9)} = \frac{2{,}187\,5 - 0{,}81}{1{,}2}$$

= 1 147 916 6, pela calculadora = 1,15 H, arredondados. Alternativa A.

**Problema 2**

No Problema 1, uma das bobinas é revertida mas a indutância mútua permanece a mesma. A indutância total final da ligação em paralelo é

A. 0,354 H B. 0,473 H C. 0,516 H D. 0,395 H E. 0,287 H

**Solução**

As bobinas estão agora ligadas numa ligação em paralelo por oposição. A indutância total,

$$L_T = \frac{L_1L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M} = \frac{1{,}75 \times 1{,}25 - (0{,}9)^2}{1.75 + 1{,}25 + (2 \times 0{,}9)} = \frac{2{,}187\,5 - 0{,}81}{4{,}8}$$

= 0 286 979 1, pela calculadora = 0,287 H, arredondados. Alternativa E.

**Problema 3**

Duas bobinas de reatância de 1,5 H são ligadas em ligação de adição paralela. Se o coeficiente de acoplamento entre elas é de 0,8, a indutância total da ligação em paralelo é

A. 1,2 H B. 1,35 H C. 1,25 H D. 2,4 H E. 1,15 H

**Solução**

Indutância mútua, $M = kL = 0{,}8 \times 1{,}5 = 1{,}2$ H

Indutância total, $L_T^+ = \frac{L + M}{2} = \frac{1{,}5 + 1{,}2}{2} = 1{,}35$H.

Alternativa B.



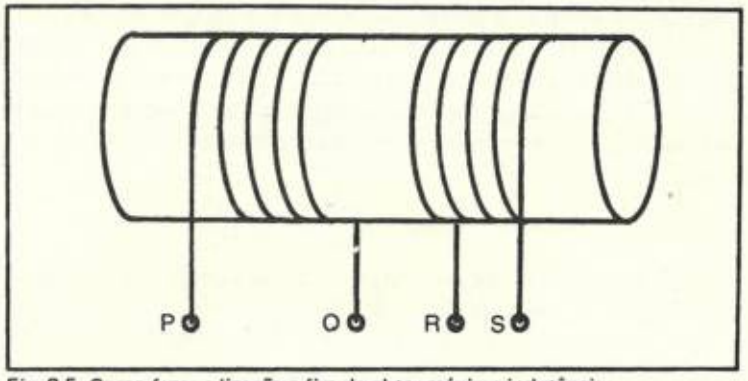



Fig. 8-5 Como fazer a ligação a fim de obter máxima indutância.

**Problema 4**

Na Fig. 8-5, o valor mais alto da indutância equivalente total será criado pela junção de

A. P e R e Q e S B. Q e S C. P e S e Q e R D. P e S E. Q e R

**Solução**

A indutância total de maior valor será determinada pela ligação em série-aditiva, a qual será composta pela junção de Q e S. Alternativa B.

## TRANSFORMADORES DE POTÊNCIA E ÁUDIO

Um transformador de potência consiste de bobinas primárias e secundárias cujo número de espiras são respectivamente $N_P$ e $N_S$ (Fig. 8-6), que são enroladas em torno de um núcleo comum de ferro doce que reduz o fluxo de dispersão a um valor inferior. No caso do transformador ideal, o fluxo de dispersão é zero, de maneira que a indutância mútua, M =

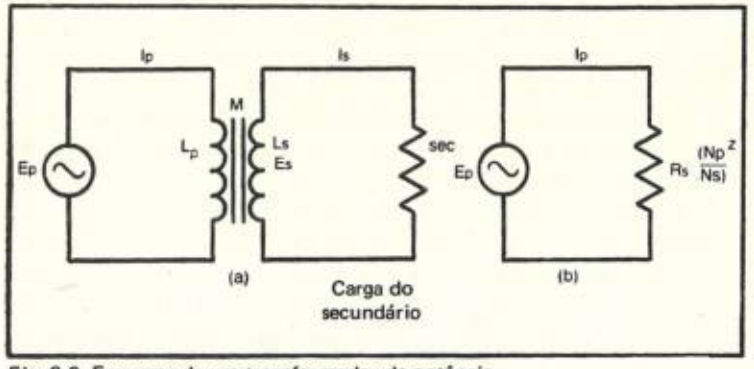



Fig. 8-6 Esquema de um transformador de potência.

$=\sqrt{L_P L_s}$, e o fator de acoplamento, k, é unitário. Quando uma corrente alternada, $I_P$ (RMS), circula na bobina primária, cria um fluxo magnético que se concatena com a bobina secundária e induz a voltagem secundária, $E_s$. Com o fluxo de dispersão nulo, existem valores iguais de voltagens por espira associados com ambas as bobinas, primária e secundária, e portanto a

$$\text{relação de espiras} = \frac{N_P}{N_s} = \frac{E_P}{E_s}$$

Se $N_s$ tem valor maior que $N_P$, $E_s$ é maior que $E_P$ e o transformador é denominado de "elevador". De forma semelhante, se $N_s$ é menor que $N_P$, $E_s$ é menor que $E_P$ e o transformador é chamado de "rebaixador de tensão". Os termos "elevador" e "rebaixador de tensão" referem-se normalmente à voltagem e não à corrente.

O transformador ideal não tem perdas de potência e por conseguinte entrada de potência no circuito primário é igual à saída de potência do circuito secundário. Portanto $E_P I_P = E_s I_s$ e

$$\frac{E_P}{E_s} = \frac{I_s}{I_P} = \frac{N_P}{N_s}$$

Isso significa que uma elevação do nível de voltagem do primário para o circuito secundário é seguida de uma redução correspondente do nível da corrente. As equações acima podem ser redispostas da forma seguinte:

$$E_P = \frac{E_s I_s}{I_P} = \frac{E_s N_P}{N_s}, I_P = \frac{E_s I_s}{E_P} = \frac{I_s N_s}{N_P}, E_s = \frac{E_P I_P}{I_s}$$

$$= \frac{E_P N_s}{N_P} I_s = \frac{E_P I_P}{E_s} = \frac{I_P N_P}{N_s}, N_s = \frac{E_s N_P}{E_P} = \frac{I_P N_P}{I_s},$$

$$N_P = \frac{E_P N_s}{E_s} = \frac{I_s N_s}{I_P}$$

## RENDIMENTO DE TRANSFORMADOR

O transformador de potência real tem as seguintes perdas:

1. A perda de cobre, que é a potência dissipada nas resistências dos enrolamentos primário e secundário.
2. A perda de ferro, que é dissipada no núcleo. Esta pode ser subdividida em (a) a perda de corrente de Foucault, que é causada pelo fluxo que penetra no núcleo metálico, e que pode ser reduzida laminando-se o núcleo, e (b), a perda de histerese, que é resultante da rápida magnetização, desmagnetização e nova remagnetização do núcleo durante o ciclo da corrente primária. Estas perdas são



determinadas através do rendimento percentual, $\eta$, que é definido por

$$\eta = \frac{\text{saída de potência do circuito secundário}}{\text{entrada de potência no circuito primário}} \times 100\%$$

$$= \frac{E_s I_s}{E_P I_P} \times 100\%, \text{ ou saída de potência secundária é}$$

$$E_s I_s = E_P I_P \times \frac{\eta}{100}$$

Então,

$$E_s = \frac{E_P I_P \eta}{I_s \times 100}, \qquad I_s = \frac{E_P I_P \eta}{E_s \times 100} \quad \text{e}$$

$$E_P = \frac{E_s I_s \times 100}{I_P \eta}, \qquad I_P = \frac{E_s I_s \times 100}{E_P \eta}$$

As perdas de potência no transformador = potência primária – potência secundária = $\frac{100-\eta}{100}$ × potência primária, que é = $\frac{100-\eta}{\eta}$ × × potência secundária. Para transformadores de potência, o valor de $\eta$ normalmente excede 90%.

Observe que se uma corrente contínua constante circula através do enrolamento primário de um transformador de potência, o fluxo de dispersão será constante em intensidade e direção e a voltagem induzida na bobina secundária será nula. Contudo, se a voltagem C. C. constante aplicada ao enrolamento primário é "talhada" para produzir uma onda quadrada, o transformador irá apresentar resposta e uma voltagem alternada (não simplesmente uma simples onda senoidal) será induzida no enrolamento secundário; esta voltagem secundária pode ser subseqüentemente retificada para produzir uma voltagem de saída final de C. C., que é de intensidade maior do que aquela da voltagem de entrada de C. C. Este é o princípio usado no circuito vibrador síncrono.

## RESISTÊNCIA REFLEXA

Se o enrolamento secundário é carregado com a resistência Rs, então $R_s = \frac{E_s}{I_s}$. Já que

$$E_P = \frac{E_s N_P}{N_s} \qquad I_P = \frac{I_s N_s}{N_P,}$$

$$\frac{E_p}{I_p} = \frac{E_s N_p / N_s}{I_s N_s / N_p} = \frac{E_s}{I_s} \times \left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2 = R_s \left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2$$

a equação

$$\frac{E_p}{I_p} = R_s \left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2$$

pode ser representada pelo circuito mostrado na Fig. 8-6 (b).

A expressão $R_s \left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2$

é a carga resistiva efetiva apresentada à fonte primária e é denominada com o valor da resistência refletida pelo circuito secundário sobre o primário, como resultado da carga secundária, $R_s$. Se a relação de espiras do transformador é tal que o valor da resistência refletida, $R_s (\frac{N_p}{N_s})^2$ é igual à resistência interna a fonte primária, a carga secundária então é casada com a fonte primária para que haja uma transferência máxima de potência para a carga secundária.

Se $R_p$ é a resistência associada com a fonte primária, a condição para que haja casamento é

$$R_p = R_s \left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2 \quad \text{e} \quad R_s = R_p \left(\frac{N_s}{N_p}\right)^2$$

$$\text{ou } \frac{R_p}{R_s} = \left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2 \quad \text{e} \quad \frac{N_p}{N_s} = \sqrt{\frac{R_p}{R_s}}$$

## TRANSFORMADOR DE ÁUDIO

As equações de um transformador de áudio usadas para música e voz são semelhantes àquelas do transformador de potência. Num receptor, um transformador rebaixador de áudio pode ser usado para casar a impedância do alto-falante (tipicamente 4 ohms, 8 ohms, ou 16 ohms) com a carga requerida pelo amplificador final.

A relação de espiras do transformador é

$$\frac{N_p}{N_s} = \sqrt{\frac{Z_p}{N_s}}$$

onde

$Z_s$ é a impedância do alto-falante e
$Z_p$ é a carga requerida pelo estágio amplificador final.



Se há um fluxo de corrente contínua flutuante na bobina primária de um transformador de áudio, a voltagem secundária terá uma forma de onda alternada cujo valor médio num ciclo é nulo. Entretanto, o nível médio de corrente contínua na bobina primária pode causar uma saturação parcial do núcleo de ferro e criar distorção da forma de onda da voltagem secundária.

**Problema 1**

Em um transformador de potência, a voltagem primária é de 120 V/60 Hz, e a corrente primária é 2A. A bobina primária é composta de 1.500 espiras e a bobina secundária de 6.000 espiras. Considerando-se um fator de acoplamento unitário e que o transformador é 100% eficiente, a voltagem secundária é

A. 120 V/60 Hz B. 480 V/60 Hz C. 30 V/60 Hz D. 480 V/240 Hz E. 30 V/15 Hz.

**Solução**

A voltagem secundária é

$$E_s = E_p \times \frac{N_s}{N_p} = 120 \times \frac{6\,000}{1\,500} = 480\text{V}$$

As voltagens primária e secundária possuem a mesma freqüência e portanto a voltagem secundária é 480 V/60 Hz. Alternativa B.

**Problema 2**

No Problema 1, o valor da corrente secundária é

A. 2,0 A B. 0,125 A C. 0,25 A D. 0,5 A E. 1,0 A

**Solução**

A corrente secundária é

$$I_s = \frac{I_p N_p}{N_s} = \frac{2 \times 1\,500}{6\,000} = 0{,}5\text{A}. \text{ Alternativa D.}$$

**Problema 3**

No Problema 1, a potência no circuito secundário é

A. 240 W B. 60 W C. 960 W D. 120 W E. 480 W

**Solução**

Uma vez que o transformador é considerado como tendo uma eficiência de 100%, a potência no circuito secundário é igual à potência do circui-

to primário. A potência no circuito secundário também pode ser determinada através de $E_p I_p = 120\ V \times 2\ A = 240\ W$ ou $E_s I_s = 480\ V \times 0{,}5\ A = 240\ W$. Alternativa A.

**Problema 4**

Num transformador de potência, a voltagem primária é 120 V/60 Hz e a relação de espiras é um rebaixamento de 6:1; a resistência total da carga secundária é de 4 ohms. Considerando-se um fator de acoplamento unitário e o transformador com uma eficiência de 100%, a corrente primária é

A. 0,833 A B. 5A C. 6 A D. 15 A. E. 30 A

**Solução**

A voltagem secundária é

$$E_s = \frac{E_p N_s}{N_p} = \frac{120 \times 1}{6} = 20V$$

A corrente secundária é

$$I_s = \frac{E_s}{R_s} = \frac{20\ V}{4\Omega} = 5A$$

A corrente primária é

$$I_p = \frac{I_s N_s}{N_p} = \frac{5\ A \times 1}{6} = 0{,}833A, \text{ arredondados.}$$

Alternativa A.

**Problema 5**

No Problema 4, a carga efetiva apresentada à fonte primária é

A. 0,11 ohm B. 0,67 ohm C. 4 ohms D. 24 ohms E. 144 ohms

**Solução**

A carga efetiva apresentada à fonte primária é

$$\frac{E_p}{I_p} = \frac{120}{5/6} = 144\ \Omega$$

Esta é também a resistência refletida do circuito secundário sobre o circuito primário. Esta resistência refletida é

$$R_s \left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2 = 4 \times \left(\frac{6}{1}\right)^2 = 144\Omega. \text{ Alternativa E.}$$



**Problema 6**

No Problema 4, qual deve ser o valor da resistência associada à fonte primária, de forma a obter-se uma transferência de potência máxima à carga secundária?

A. 0,11Ω B. 0,67Ω C. 4Ω D. 24Ω E. 144Ω

**Solução**

Para haver transferência de potência máxima para a carga secundária, a carga efetiva na fonte primária deve ser igual à fonte de resistência. A resistência requerida para a fonte primária é portanto 144 ohms. Alternativa E.

**Problema 7**

No Problema 4, ocorre uma falha e o circuito secundário queima. Como resultado, a corrente primária seria

A. Cai para um valor menor. B. Cai a zero. C. Satura parcialmente o núcleo de ferro. D. Permanece com o mesmo valor. E. Queima o fusível no circuito primário.

**Solução**

Se o secundário é um circuito aberto, só uma pequena corrente de magnetização circula no circuito primário. Esta corrente é limitada pela grande reatância indutiva da bobina primária. Alternativa A.

**Problema 8**

A fonte primária de um transformador de força possui uma resistência interna de 4 ohms. Se a relação das espiras é de 1 : 8 e o fator de acoplamento é unitário com uma eficiência de 100%, qual o valor da carga secundária que permitiria uma transferência máxima de potência entre os circuitos primário e secundário?

A. 1/16 ohm B. 0,5 ohm C. 256 ohms D. 32 ohms E. 64 ohms

**Solução**

Para haver casamento, o valor da carga secundária é

$$R_s = R_p \left(\frac{N_s}{N_p}\right)^2 = 4 \times \left(\frac{8}{T}\right)^2 = 256\ \Omega. \text{ Alternativa C.}$$

**Problema 9**

O amplificador de saída de áudio de um receptor precisa de uma carga de 3,6 kΩ. A impedância do alto-falante é 4 Ω. O transformador de

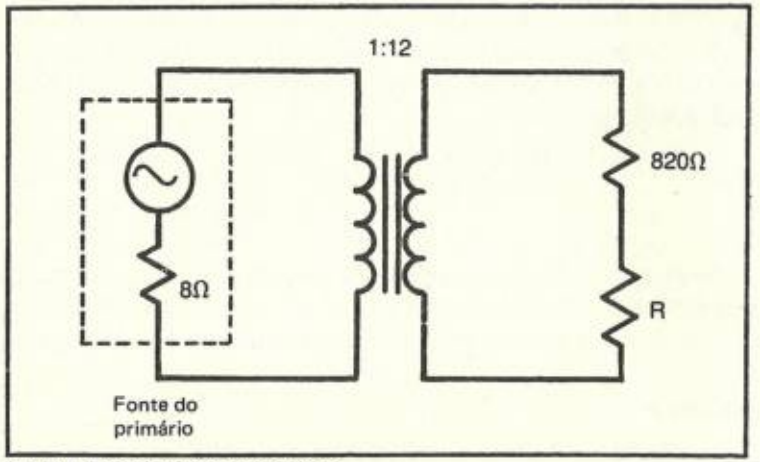


Fig. 8-7 Problema sobre carga ótima.

saída deve ter uma razão de impedância de

A. 1:30 B. 30:1 C. 1 : 5,5 D. 5,5 : 1 E. 900 : 1

**Solução**

Puro engano! O objetivo da questão é saber a razão de impedância, não a relação de espiras. A relação de impedância exigida é

$$\frac{3{,}6\ \text{k}\Omega}{4} = \frac{3\,600}{4} = \frac{900}{1} = 900{:}1$$ Alternativa E.

Observe que a relação de espiras necessária é

$$\frac{N_p}{N_s} = \sqrt{\frac{Z_p}{Z_s}} = \sqrt{\frac{900}{1}} = 30{:}1,$$ em baixa tensão.

**Problema 10**

Na Fig. 8-7, qual deve ser o valor de R que permite que uma potência máxima seja induzida no circuito secundário total?

A. 1.152 ohms B. 332 ohms C. Zero D. 820 ohms E. O problema é impossível, já que o valor de R deveria ser negativo.

**Solução**

Para um casamento, a carga secundária total é

$$R_s = R_p\left(\frac{N_s}{N_p}\right)^2 = 8 \times \left(\frac{12}{1}\right)^2 = 1\,152\Omega$$

O valor de R é 1.152 - 820 = 332 ohms. Alternativa B.



**Problema 11**

Num transformador de potência que opera em 60 Hz, a voltagem primária e a corrente primária são 120 V e 5,5 A. Se a voltagem e corrente secundárias são 550 V e 1,1 A, o rendimento do transformador é

A. 90% B. 92% C. 94% D. 96% E. 98%

**Solução**

O rendimento do transformador é

$$\frac{E_s I_s}{E_p I_p} \times 100\% = \frac{550 \times 1{,}1}{120 \times 5{,}5} \times 100\% = 91{,}666\,666,$$ pela calculadora

$= 92\%$, arredondados. Alternativa B.

**Problema 12**

No Problema 11, as perdas de potência no transformador são

A. 25 W B. 35 W C. 45 W D. 55 W E. 65 W

**Solução**

Perdas de potência no transformador $= E_p I_p - E_s I_s = (120 \times 5{,}5) - (550 \times 1{,}1) = 55$ W. Observe que a resposta pode ser determinada usando-se a seguinte relação:

$$\text{Perdas de potência no transformador} = \frac{100 - \eta}{100} \times E_s I_s$$

$$= \frac{100 - 91{,}666}{100} \times 120 \times 5{,}5 = 55\ \text{W}.$$ Alternativa D.

## ACOPLAMENTO DE TRANSFORMADOR RF

O tipo de circuito da Fig. 8-8 pode ser usado para permitir uma ampla largura de faixa característica de certos estágios como os amplificadores FI de vídeo de um moderno receptor de TV em preto e branco. Estes estágios exigem uma largura de faixa ideal de 4 MHz centradas numa freqüência ressonante de aproximadamente 44 MHz.

Uma vez que os circuitos mutuamente acoplados operam em radiofreqüências, as perdas da corrente de Foucault impedem o uso de um núcleo de ferro sólido. Conseqüentemente, há um fluxo de dispersão considerável e o fator de acoplamento, K, é tipicamente menor que 0,1, de forma que a relação de espiras tem uma importância mínima. O circuito primário e o secundário estão ambos sintonizados na mesma freqüência ressonante, fr, e freqüentemente possuem o mesmo valor de Q. Se o

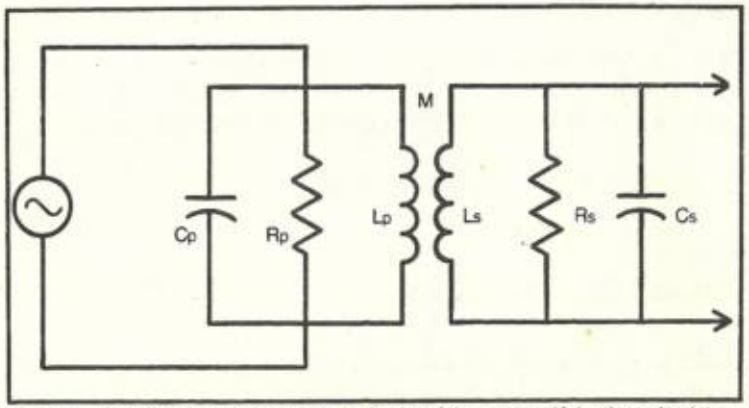


Fig. 8-8 Transformador com bobinas do primário e secundário sintonizadas.

esquema do circuito é tal que as bobinas $L_P$, $L_S$, estão muito afastadas (acopladas frouxamente) a resposta da corrente secundária será de pequeno valor e apresentará um único pico em fr (de forma semelhante ao circuito LCR visto anteriormente). Se o fator de acoplamento é elevado para um determinado valor crítico, dado através de

$$\text{K crítico} = \frac{1}{\sqrt{Q_P Q_S}} = \frac{1}{Q} \text{ se } Q_P = Q_S,$$

a resposta da corrente secundária aumenta até seu valor mais alto possível em fr, e acontece uma transferência máxima de potência FR do circuito primário para o secundário (Fig. 8-9).

Se K é posteriormente aumentado além do valor crítico, efeitos da impedância reflexa causam o fenômeno de pico-duplo de ressonância que se apresenta na curva de resposta da corrente secundária (Fig. 8-9). O circuito é capaz de ressonar em freqüências, $f_1$, $f_2$, como também em fr, e a curva de resposta tem uma largura de faixa ampla igual a $\sqrt{2}$ Kfr. A amplitude da largura de faixa é determinada principalmente pelos resistores $R_P$, $R_S$, que determinam os valores de $Q_P$ e $Q_S$.

**Resumindo**

Fator de acoplamento, $K = \frac{M}{\sqrt{L_P L_S}}$

Valor crítico de $K = \frac{1}{\sqrt{Q_P Q_S}} = \frac{1}{Q}$ se $Q_P = Q_S = Q$.

Com sintonia dupla (pico duplo), $f_2 - f_1 = Kfr$ e a largura de faixa = = 1,414 Kfr.

**Problema 1**

Um amplificador de FI de vídeo utiliza um acoplamento de transformador com as bobinas primária e secundária acopladas. Se o Q de ambos os circuitos, primário e secundário é 20, o valor crítico do fator de acoplamento é

A. 0,01 B. 0,02 C. 0,025 D. 0,04 E. 0,05

**Solução**

O valor crítico do fator de acoplamento é

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{20} = 0{,}05 \text{ . Alternativa E.}$$

**Problema 2**

No Problema 1, a freqüência intermediária é de 44 MHz. Se o fator de acoplamento é aumentado de 1,25 vezes o valor crítico, a largura de faixa é

A. 3,3 MHz B 3,6 MHz C. 3,7 MHz D. 3,9 MHz E. 4,0 MHz

**Solução**

Fator de acoplamento, $k = 1{,}25 \times 0{,}05 = 0{,}062\,5$

Largura de faixa = $1{,}414 \times 0{,}062\,5 \times 44$ MHz = 3,888 5, pela calculadora = 3,9 MHz, arredondados. Alternativa D.

**Problema 3**

O estágio amplificador de vídeo de um receptor de radar opera numa freqüência intermediária de 30 MHz e utiliza uma curva de resposta de

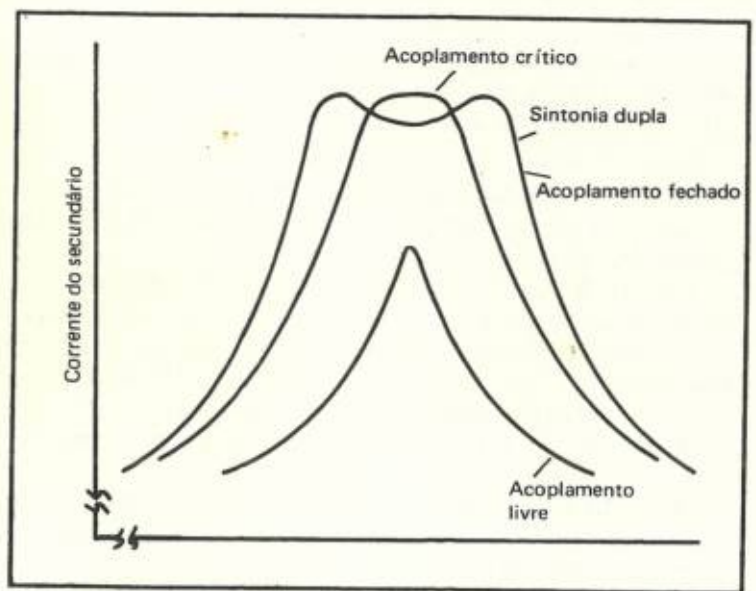


Fig. 8-9 Efeito de fatores de acoplamento em curvas de resposta.

sintonia dupla para conseguir uma largura de faixa de 4 MHz. Considerando-se que os circuitos primário e secundário são idênticos, e o fator de acoplamento é 1,3 vezes seu valor crítico, o Q de cada circuito é

A. 10 B. 12 C. 14 D. 16 E. 20

**Solução**

O valor do fator de acoplamento é

$$k = \frac{\text{Largura de faixa}}{1{,}414 \times fr} = \frac{4}{1{,}414 \times 30}$$

$$\text{Fator de acoplamento crítico} = \frac{k}{1{,}3} = \frac{4}{1{,}3 \times 1{,}414 \times 30}$$

O valor de Q para cada circuito é

$$\frac{1}{\text{Fator de acoplamento crítico}} = \frac{1{,}3 \times 1{,}414 \times 30}{4}$$

= 13,786 5, pela calculadora = 14, arredondados. Alternativa C.

## PROBLEMAS PRÁTICOS

1. Duas bobinas mutuamente acopladas têm uma auto-indutância de 150 $\mu$H e 250 $\mu$H. Se a indutância mútua entre as bobinas é de 20 $\mu$H, o coeficiente de acoplamento é
   A. 0,065 B. 0,039 C. 0,011 D. 0,327 E. 0,103
2. Duas bobinas mutuamente acopladas possuem auto-indutâncias de 75 $\mu$H e 125 $\mu$H. Se o fator de acoplamento é de 0,02, a indutância mútua entre as bobinas é
   A. 1,94 $\mu$H B. 2,5 $\mu$H C. 1,5 $\mu$H D. 188 $\mu$H E. 4.850 $\mu$H
3. No Problema 2, a corrente no indutor de 125 $\mu$H está decrescendo a uma taxa constante e alterações de 5 mA em um período de 1 microssegundo. Qual o valor da voltagem induzida no indutor de 75 $\mu$H devida ao acoplamento mútuo entre as bobinas?
   A. 9.700 $\mu$V B. 9,4 X $10^6$V C. 12.500 V D. 7.500 V E. 12,5 V
4. No Problema 2, uma corrente de 500 kHz, com valor RMS de 2 mA, está circulando no indutor de 75 $\mu$H. A voltagem induzida no indutor de 125 $\mu$H resultante do acoplamento mútuo é
   A. 12,2 mV B. 1,94 mV C. 0,75 V D. 4,71 V E. 1,25 V



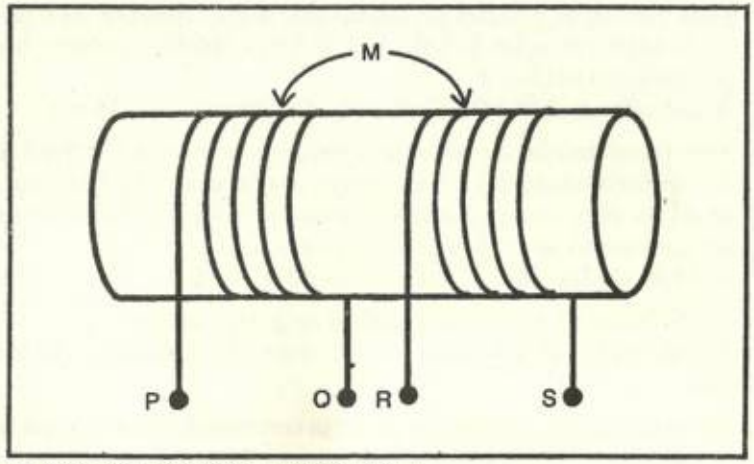



Fig. 8-10 Exercício sobre indutância mútua.

5. Na Fig. 8-10, o valor mais alto da indutância equivalente total será fornecido pela ligação de
   A. P com R e Q com S. B. P com S e Q com R. C. Q com S. D. P com R. E. Q com R.
6. Duas bobinas mutuamente acopladas são ligadas em série-aditiva. Se as auto-indutâncias são 150 mH, 225 mH e o fator de acoplamento é 0,65, indutância equivalente total é
   A. 136 mH B. 2,39 mH C. 614 mH D. 375 mH E. 494 mH
7. Um indutor de 65 mH e outro de 85 mH são ligados em série. Se o valor total de suas impedâncias é 200 mH, o coeficiente de acoplamento entre as bobinas é
   A. 0,04 B. 0,67 C. 0,76 D. 0,34 E. 0,425
8. A indutância total de duas reatoras em série é 1,5 H. Se cada reatora tem uma auto-indutância de 2,5 H, o coeficiente de acoplamento entre as bobinas é
   A. 0,7 B. 0,77 C. 0,4 D. 0,67 E. 0,6
9. Duas bobinas idênticas possuem um total de indutância de 750 mH quando ligadas em série-aditiva, e a indutância total de 550 mH quando ligadas em série-opositiva. O fator de acoplamento entre as bobinas é
   A. 0,733 B. 0,154 C. 0,267 D. 0,286 E. 0,423
10. Um indutor de 500 mH e outro de 350 mH são ligados em paralelo-aditiva. Se o coeficiente de acoplamento entre as bobinas é de 0,5, a indutância efetiva total da ligação é
    A. 103 mH B. 1 H C. 304 mH D. 206 mH E. 700 mH

11. Duas bobinas de 350 mH são ligadas em paralelo-opositiva. Se o fator de acoplamento entre as bobinas é de 0,4, a indutância efetiva total da ligação em paralelo é
A. 245 mH B. 210 mH C. 90 mH D. 105 mH E. 175 mH

12. Num transformador de potência, a voltagem primária é 120 V/60 Hz. A corrente secundária é 5 A e a relação de espiras é 1 : 10. Considerando-se um fator de acoplamento unitário e que o transformador tem um rendimento de 100%, a corrente primária é
A. 50 A B. 500 mA C. 50 mA D. 60 A E. 5 A

13. No Problema 12, a resistência total da carga secundária é
A. 240 ohms B. 2,4 ohms C. 42 ohms D. 420 ohms E. 0,42 ohm.

14. No Problema 12, a resistência de carga apresentada à fonte primária é
A. 240 ohms B. 2,4 ohms C. 42 ohms D. 420 ohms E. 0,42 Ω

15. No Problema 12, a potência no circuito primário é
A. 60 W B. 600 W C. 6 kW D. 60 kW E. 6 W

16. O estágio de saída de áudio de um receptor precisa de uma carga efetiva de 2,5 kΩ. Se a impedância do alto-falante é de 8 ohms, a relação de espiras necessária para o transformador equilibrador de saída é
A. 2,5 : 1 B. 8 : 1 C. 20 : 1 D. 17,7 : 1 E. 313 : 1

17. No Problema 16, há um fluxo constante de uma corrente contínua de 50 mA, na bobina primária. O valor da corrente secundária é
A. 3 mA B. 1,25 A C. 70,7 mA D. 885 mA E. Zero.

18. No Problema 16, a corrente primária consiste de 50 mA (RMS) C. A., sobreposta num nível de C. C. de 100 mA. Desprezando-se quaisquer efeitos de saturação, o valor RMS da voltagem secundária é
A. 7,0 V B. 11,3 V C. 11,3 mV D. 200 mV E. 100 mV

19. Um transformador de potência, que tenha seu rendimento avaliado em 100%, e um fator de rendimento unitário, tem um enrolamento primário de 2.500 espiras e um secundário de 500 espiras. Se a corrente secundária é 3,5 A, a corrente primária é
A. 7,8 A B. 17,5 A C. 700 mA D. 140 mA E. 1,57 A

20. No Problema 19, a resistência total à carga secundária é de 7,5 ohms. A voltagem primária é
A. 5,25 V B. 58,7 V C. 131 V D. 11,7 V E. 656 V

21. Uma voltagem de 110 V/60 Hz é aplicada ao primário de um transformador de potência que considera-se como tendo um rendimento de 100%. A corrente primária é 2 A e a secundária 4 A. A voltagem secundária é
A. 880 V B. 220 V C. 77,8 V D. 156 V E. 55 V



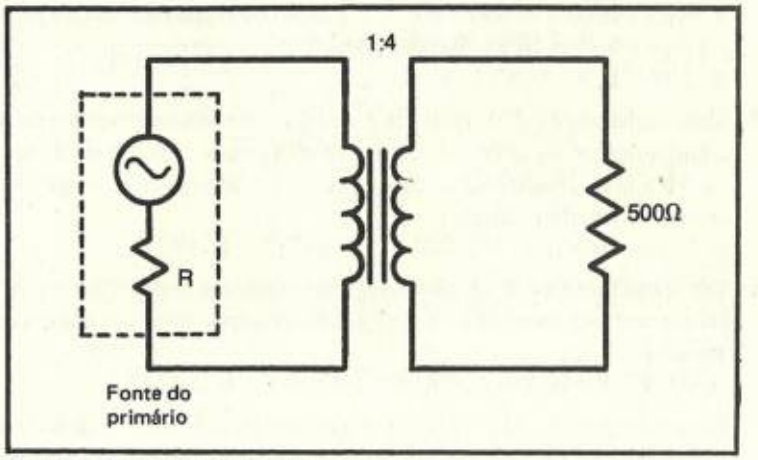



Fig. 8-11 Exercício sobre carga.

22. Uma voltagem de 110 V/60 Hz é aplicada ao primário de um transformador que considera-se como tendo um rendimento de 100%. A potência no circuito secundário é de 1,5 kW e a corrente secundária é de 3,5 A. A relação entre o número de espiras primárias e o de secundárias é
A. 15,2 B. 0,51 C. 0,257 D. 3,9 E. 1,97

23. Na Fig. 8-11, qual o valor de $r$ que irá permitir uma transferência máxima de potência à carga secundária de 500 ohms?
A. 2 kΩ B. 8 kΩ C. 125 Ω D. 550 Ω E. 31,25 Ω

24. A Fig. 8-12 representa um transformador de potência com uma bobina de derivação central. Se a corrente na metade inferior do secundário é

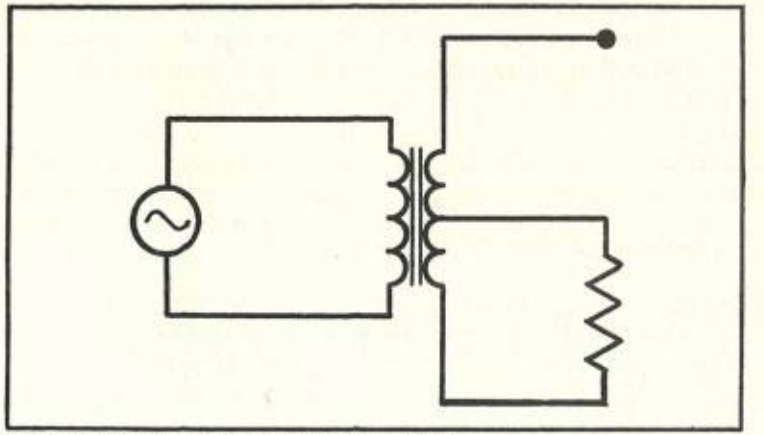


Fig. 8-12 Problema envolvendo razão de espiras.

2 A e a corrente primária é 6 A, a relação de espiras da bobina primária para a bobina secundária completa é
A. 1 : 9 B. 4 : 9 C. 1 : 6 D. 3 : 2 E. 2 : 3

25. Uma voltagem de 220 V/60 Hz é aplicada ao circuito primário de um transformador de potência. Se o transformador tem um rendimento de 90% e o circuito secundário dissipa 1,5 kW em uma carga de 80 ohms, a corrente primária é
A. 7,6 A B. 6,1 A C. 36,7 A D. 29,7 A E. 12,2 A

26. Um transformador de potência tem um rendimento de 92% e a potência no circuito secundário é de 2,5 kW. A perda total de potência do transformador é
A. 92 W B. 800 W C. 200 W D. 220 W E. 2,3 kW

27. Uma voltagem de 120 V/60 Hz é aplicada ao circuito primário de um transformador de potência. A corrente primária é de 3,5 A, a voltagem secundária é 55 V e o rendimento do transformador é de 90%. A corrente secundária é
A. 6,9 A B. 3,2 A C. 8,5 A D. 7,6 A E. 3,9 A

28. Um transformador tem os seguintes dados: voltagem primária, 220 V/60 Hz; corrente primária, 7,2 A; rendimento do transformador, 93%; resistência à carga secundária, 4,5 ohms. A voltagem secundária é
A. 205 V B. 25,9 V C. 82 V D. 85 V E. Há insuficiência de dados para resolver o problema.

29. Um transformador elevador de potência tem uma relação de voltagem de 2 para 25 com um rendimento de 90%. Se a corrente primária é 2,7 A, a potência dissipada numa carga secundária de 7,5 ohms é
A 8,5 kW B. 390 mW C. 350 mW D. 283 mW E. 6,9 mW

30. O estágio amplificador de vídeo opera numa freqüência intermediária de 25 MHz e usa uma sintonia dupla para atingir uma largura de faixa de 4 MHz. O valor que o fator de acoplamento deverá ter é de
A. 0,4 B. 0,08 C. 0,113 D. 0,16 E. 0,141 4

---

## SOLUÇÕES

1. O coeficiente do fator de acoplamento, k, é

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{20}{\sqrt{150 \times 250}} = \sqrt{\frac{20^2}{150 \times 250}}$$

$$= \sqrt{0{,}010\,6\ldots} = 0{,}103, \text{ arredondados. Alternativa E.}$$



2. Indutância mútua,

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} = 0{,}02\sqrt{75 \times 125}$$
$$= 0{,}02\sqrt{9\,375}$$
$$= 1{,}94\ \mu\text{H. Alternativa A.}$$

3. Se $I_1$ muda a uma taxa de 5 mA por microssegundo, então

$$e_2 = M \times \text{taxa de variação de } I_1$$
$$= M \times (I_1/t)$$
$$= \frac{1{,}94 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-3}}{10^{-6}}$$
$$= 9{,}7 \times 10^{-3}\,\text{V} = 9.700\ \mu\text{H. Alternativa A.}$$

4. $E_{IRMS} = 2\pi f M I_{IRMS}$
$= 2\pi \times 5 \times 10^5 \times 1{,}94 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-3}$
$= 121{,}89\ldots \times 10^{-4}$
$= 12{,}2$ mV, arredondados. Alternativa A.

5. A indutância equivalente total máxima é obtida com a ligação das bobinas em ligação em série-aditiva. Com o Q ligado a R, o maior valor da indutância equivalente total é obtido entre P e S. Alternativa E

6. Duas bobinas mutuamente acopladas são ligadas em série-aditiva, para permitir o maior valor para a indutância equivalente total (veja a solução do Problema 5). A indutância equivalente total é

$$L_T = L_1 + L_2 + 2M$$
$$= L_1 + L_2 + 2k\sqrt{L_1 L_2} = 150 + 225 + 2 + 0{,}65 \times \sqrt{L_1 L_2}$$
$$\sqrt{L_1 L_2} = \sqrt{150 \times 225} = \sqrt{33\,750} = 183{,}8 \text{ mH.}$$

Então $2k\sqrt{L_1 L_2} = 183{,}8 \times 0{,}65 \times 2 = 239$ arredondados e $L_T = 239 + 150 + 225 = 614$ mH. Alternativa C.

7. A questão em si é saber se os indutores mutuamente acoplados estão ligados em série-aditiva. Uma vez que 200 mH é maior que 65 mH + 85 mH = 150 mH, o circuito está ligado em *série-aditiva*. Portanto, 2 M = 200 − 150 = 50 mH, e M = 24 mH. O coeficiente de acoplamento, k, é dado por

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{25}{\sqrt{66 \times 85}} = 0{,}34 \text{ arredondados. Alternativa D.}$$

8. Se as duas reatoras são ligadas em série-aditiva, a indutância total seria maior que 2,5 H + 2,5 H. Não é este o caso, portanto as bobinas estão ligadas em série-opositiva. Então

$$L_T^- = 2L - 2M$$
$$1,5 = 5 - 2M$$
$$2M = 5 - 1,5 = 3,5$$
$$M = \frac{3,5}{2}$$
$$k = \frac{M}{L} = \frac{3,5/2}{2,5} = \frac{3,5}{5} = 0,7.$$ Alternativa A.

9. A fórmula aplicável é

$$k = \frac{L_T^+ - L_T^-}{L_T^+ + L_T^-} = \frac{750 - 550}{750 + 550} = 0,154,$$ arredondados. Alternativa B.

10. Para uma ligação paralelo-aditiva, a indutância equivalente total é

$$L_T^+ = \frac{L_1L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M} = \frac{L_1L_2 - k^2L_1L_2}{L_1 + L_2 - 2k\sqrt{L_1L_2}}$$

$$2k\sqrt{L_1L_2} = 2 \times 0,5 \times \sqrt{500 \times 350} = 418,33$$

Então $L_1 + L_2 - 2k\sqrt{L_1L_2} = 500 + 350 - 418,33 = 431,67$

$L_1L_2 - k^2L_1L_2 = 500 \times 350 - (0,5^2 \times 500 \times 350) = 131\,250$

Finalmente $L_T = \frac{131\,250}{431,67} = 304,05 \ldots = 304$ mH, arredondados.

Alternativa C.

11. Com os dois indutores iguais ligados em paralelo-opositiva, o total de indutância equivalente efetiva é dado por

$$L_T^- = \frac{L - M}{2} = \frac{L}{2}(1 - k)$$

$$= (1 - 0,4) \times \frac{350}{2} = \frac{0,6 \times 350}{2} = 105 \text{ mH},$$ arredondados.

Alternativa D.

12. Uma vez que $\frac{I_P}{I_S} = \frac{N_S}{N_P} = \frac{10}{1}$

$$I_P = 10I_S = 10 \times 5 = 50A$$ . Alternativa A.



13. Uma vez que $\frac{E_S}{E_P} = \frac{N_S}{N_S} = \frac{10}{1}$, $E_S = 10\ E_P = 10 \times 120 =$ $= 1.200$ V

e $R_S = E_S/I_S = \frac{1\,200V}{5A} = 240\Omega$

De forma alternativa, a carga resistiva efetiva apresentada à fonte é

$$\frac{E_P}{I_P} = \frac{120}{50} = R_S\left(\frac{N_P}{N_S}\right)^2$$

e portanto

$$R_S = \frac{120}{50} \times \left(\frac{N_S}{N_P}\right)^2 = \frac{120}{50} \times 10^2 = 240\Omega.$$ Alternativa A.

14. Conforme tratado na solução do Problema 13, a carga resistiva apresentada à fonte primária é

$$\frac{E_P}{I_P} = \frac{120}{50} = 2,4\Omega$$

De modo análogo, quando sabemos o valor de $R_S$, a resistência apresentada à fonte primária é

$$R_S\left(\frac{N_P}{N_S}\right)^2 = 240 \times \left(\frac{1}{10}\right)^2 = 2,4\Omega$$ . Alternativa B.

15. A potência no circuito primário é

$$E_PI_P = 120 \times 50 = 6\,000 \text{ W} = 6 \text{ kW}$$

Esta potência também pode ser determinada por

$$\frac{E_P^2}{\text{Resistência primária}} = \frac{120^2}{2,4} = \frac{14\,400}{2,4} = 6\,000W$$

Também, já que o transformador é considerado com um rendimento de 100%, a potência dissipada na resistência da carga secundária é igual à potência no circuito primário. Portanto,

$\frac{E_S^2}{R_S} = I_S^2R_S = 5^2 \times 240 = 6.000W = 6$ kW. Alternativa C.

16. Uma vez que $\left(\frac{Ns}{Np}\right)^2 = \frac{Rs}{\text{resistência da carga primária efetiva}} = \frac{8}{2500}$

$$\frac{Np}{Ns} = \sqrt{\frac{2500}{8}} = \sqrt{312,5}$$

$= 17,7$, arredondados. Alternativa D.

17. Para induzir a voltagem na bobina secundária, a corrente no circuito primário deve ser variada com respeito ao tempo. Portanto, tendo apenas uma corrente contínua constante circulando no primário, os valores da voltagem secundária e da corrente secundária são nulos. Alternativa E.

18. O fluxo de corrente contínua no circuito não terá nenhum efeito sobre o fluxo da corrente secundária. Portanto, apenas o fluxo de corrente alternada de 50 mA do circuito primário deve ser considerado. Logo,

$$\frac{Is}{Ip} = \frac{Np}{Ns}$$

$$Is = Ip \times \frac{Np}{Ns} = 50 \times 17,7 \text{ mA}$$

$Es = IsRs = 50 \times 10^{-3} \times 17,7 \times 8 = 7$ V, RMS, arrendondados. Alternativa A.

19. Corrente primária, $Ip = Is \times \frac{Ns}{Np}$

$$= 3,5 \times \frac{500}{2\,550} = 0,7A = 700 \text{ mA}.$$

Alternativa C.

20. Uma vez que $Es = IsRs = 3,5 \times 7,5$

$Ep = Es \times \frac{Np}{Ns} = 3,5 \times 7,5 \times \frac{2.500}{500} = 131$ V. Alternativa C.

21. Voltagem secundária, $Es = \frac{EpIp}{Is}$

$$= \frac{110 \times 2}{4} = 55V \text{ . Alternativa E.}$$

22. Uma vez que a potência secundária, $EsIs = 1.500$ W.

$$Es = \frac{1\,500}{Is} = \frac{1500}{3,5}$$



Então,

$$\frac{Np}{Ns} = \frac{Ep}{Es} = \frac{110}{1\,500/3,5} = \frac{110 \times 3,5}{1\,500} = 0,257, \text{ arredondados.}$$

Alternativa C.

23. A resistência de carga secundária é "refletida" para a primária como

$$Rs \times \left(\frac{Np}{Ns}\right)^2 = 500 \times (¼)^2 = \frac{500}{16} = 31,25\Omega$$

Portanto, para uma transferência máxima de potência, r = 31,25 ohms para que se obtenha um casamento. Alternativa E.

24. Para o meio-secundário e o circuito primário combinados

$$\frac{Np}{Ns} = \frac{Is}{Ip} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Portanto, para o secundário completo, a razão é

½ × ⅓ = 1/6 ou 1:6. Alternativa C.

25. Corrente primária, $Ip = \frac{EsIs}{Ep\eta} \times 100 = \frac{1\,500 \times 100}{220 \times 90} = 7,6A,$

arredondados. Alternativa A.

26. A perda de potência no transformador é

$\frac{100 - \eta}{\eta} \times$ potência secundária $= \frac{100 - 92}{92} \times 2,5 = \frac{8}{92} \times 2,5 =$

$= 0,22$ kW, arredondados. Alternativa D.

27. A corrente secundária $Is = \frac{EpIp\eta}{Es \times 100} = \frac{120 \times 3,5 \times 90}{55 \times 100}$

$= 6,9A$, arredondados. Alternativa A.

28. Por definição, o rendimento percentual ($\eta$) de um transformador é

$$\eta = \frac{\text{saída de potência do circuito secundário}}{\text{entrada de potência no circuito primário}} \times 100$$

Portanto, a potência secundária é dada por

$$\frac{Es^2}{Rs} = \frac{EpIp\eta}{100}$$

$$Es = \sqrt{\frac{EpIpRs\,\eta}{100}} = \sqrt{\frac{220 \times 7,25 \times 93 \times 4,5}{100}}$$

$= 82$ V, arredondados. Alternativa C.

29. Para um transformador que tenha eficiência menor que 100%,

$$\frac{I_S}{I_P} = \frac{N_P}{N_S} \times \frac{\eta}{100}$$

e

$$I_S = I_P \times \frac{N_P}{N_S} \times \frac{\eta}{100} = 2{,}7 \times \frac{2}{25} \times \frac{90}{100} = 0{,}1944\text{A}$$

A potência dissipada na carga secundária é por conseguinte $I_S^2 R_S$ = $(0{,}194\,4\ldots)^2 \times 7{,}5 = 0{,}283\ldots$ W = 283 mW, arredondados. Alternativa D.

30. Usando uma sintonia dupla como aquela usada num amplificador de vídeo FI. a largura de faixa obtida é 1,414 kfr. Portanto,

$$k = \frac{\text{largura de faixa}}{1{,}414\text{fr}} = \frac{4}{1{,}414 \times 25} = 0{,}113.$$ Alternativa C.



*Capítulo* **9**

# Sistemas de Alimentação

As equações matemáticas pertinentes aos sistemas de alimentação são relativamente simples e diretas. Entretanto o relacionamento dos valores de pico, inverso, RMS e voltagens e correntes médias, pode algumas vezes gerar certa dificuldade, a menos que a forma de retificação usada nos sistemas de alimentação específica seja compreendida.

Neste capítulo são estudados oito tipos diferentes de sistemas de alimentação e as expressões matemáticas de cada um deles são devidamente explanadas.

## CIRCUITO RETIFICADOR DE MEIA ONDA

Na Fig. 9-1, o capacitor C está incluído como um filtro de passagem de baixas freqüências, o qual reduz a ondulação da voltagem de saída a um nível aceitável. Sob condições de carga nula, C é carregado até o valor de pico da voltagem do secundário, de forma que a voltagem de saída C. C. entre X e Y é igual a 1,414 X Es, que não deve ser maior que a taxa de voltagem do capacitor. Se Y é aterrado, X terá um potencial positivo, mas se X está aterrado, o potencial de Y será negativo.

No pico de semiciclo negativo da voltagem do secundário, o valor mais alto da voltagem inversa (reversa) surge através do diodo, com o ânodo (placa) passando a negativo em relação ao cátodo. Sob condições de carga nula, o valor mais alto da voltagem reversa é igual a duas vezes o valor de pico da voltagem do secundário, ou 2,828 Es, o qual não deve exceder a taxa de voltagem inversa de pico (V.I.P.) do diodo.

Sob condições de carga, a corrente do diodo carrega o C rapidamente durante parte de um semiciclo da voltagem do secundário e quando a freqüência de corte do diodo, C, descarrega de forma relativamente lenta

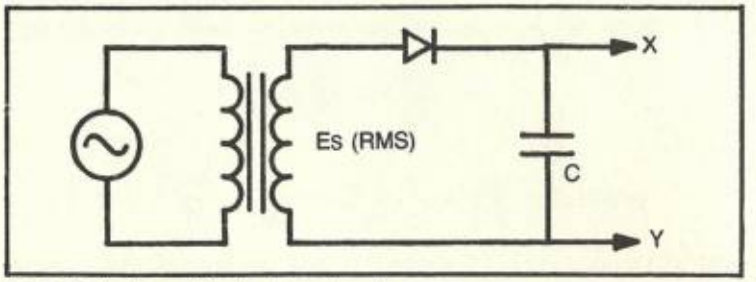



Fig. 9-1 Circuito retificador de meia onda.

através da carga (a constante de tempo do trajeto de carregamento da corrente do diodo é menor que aquele da descarga através da carga). A voltagem de saída da C. C. consiste de um nível semiconstante juntamente com uma componente da ondulação que possua uma forma de onda complexa, mas cuja freqüência fundamental é igual à freqüência da linha aplicada ao primário do transformador de força. O percentual de ondulação na voltagem de saída é

$$\frac{\text{Valor da RMS fundamental}}{\text{Voltagem de saída da C. C.}} \times 100\%$$

**Problema 1**

Na Fig. 9-2, o potencial no ponto X sob condições de circuito de carga aberto é

A. +660V B. +930V C. −930V D. +600V E. −660V

**Solução**

O valor da voltagem do secundário = 110 X 6 = 660 V. A direção do fluxo de elétrons através do diodo indica que X será portador de uma voltagem negativa à terra. Uma vez que a intensidade da voltagem em X é 660 X 1,414 = 930 V, arredondados, a resposta solicitada é −930 V. Alternativa C.

**Problema 2**

No Problema 1, a taxa de voltagem requerida para o capacitor C é

A. 600 V B. 700 V C. 800 V D. 900 V E. 1.000 V

**Solução**

Sob condições de circuito de carga aberto, a voltagem do capacitor C é 930 V (veja a solução do Problema 1). A taxa de voltagem do capacitor



deve por conseguinte exceder 930 V e conseqüentemente 1.000 V é uma resposta razoável. Alternativa E.

**Problema 3**

No Problema 1, o valor mais alto da voltagem inversa do diodo, sob condições de circuito de acarga aberto, é

A. 930 V B. 1.320 V C. 1.590 V D. 1.870 V E. 2.250 V

**Solução**

O valor mais alto da voltagem inversa é igual a duas vezes o valor de pico da voltagem de secundário, e é portanto igual a 2 X 1,414 X 6 X 110 = 1.870 V, arredondados. Alternativa D.

**Problema 4**

No Problema 1, considera-se que o circuito está operando em condições de carga. A freqüência da fundamental na voltagem de saída é

A. 30 Hz B. 60 Hz C. 120 Hz D. 90 Hz E. 150 Hz

**Solução**

A freqüência da fundamental é a mesma da freqüência da linha da voltagem aplicada ao enrolamento do primário e é portanto igual a 60 Hz. Alternativa B.

**Problema 5**

No Problema 4, a voltagem de saída da C. C., sob condições de carga, é de 800 V. Se o valor de pico-a-pico da fundamental é 10 V, a percentagem de ondulação é

A. 1,25% B. 0,63% C. 0,80% D. 0,44% E. 0,36%

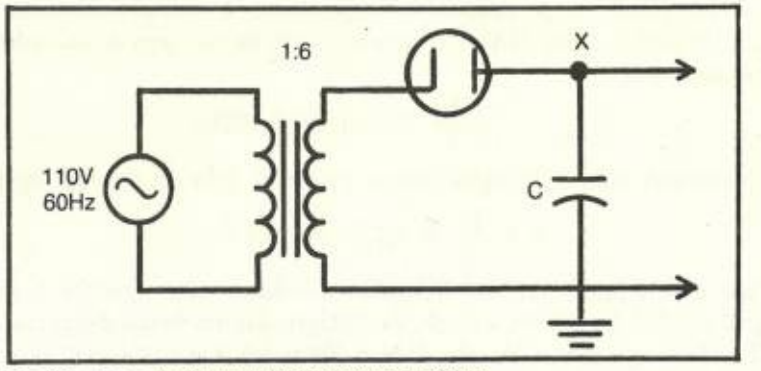



Fig. 9-2 Fonte de alimentação de meia onda típica.

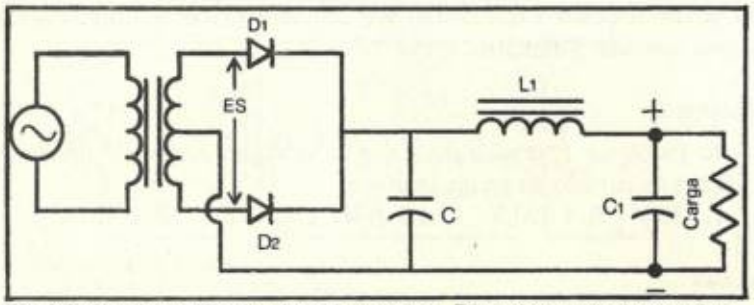


Fig. 9-3 Circuito retificador de onda completa. Filtro de entrada do capacitor.

**Solução**

O valor RMS da fundamental é $\frac{10}{2} \times 0{,}707 = 3{,}535$ V.

Percentagem de ondulação $= \frac{3{,}535}{800} \times 100 = 0{,}44\%$, arredondados. Alternativa D.

## CIRCUITO RETIFICADOR DE ONDA COMPLETA

No circuito retificador de onda completa da Fig. 9-3, o secundário do transformador de potência está com derivação central no ponto S e a voltagem retificada de C. C. surge entre S e a junção dos dois cátodos. Usando apenas metade da voltagem do secundário, os diodos D1 e D2 conduzem alternadamente de forma que o capacitor do filtro de entrada, C, é carregado duas vezes durante o transcorrer de cada ciclo da voltagem da fonte do primário. Em vista disso, a freqüência da fundamental que ocorre na voltagem de saída é igual a duas vezes a freqüência da linha. As componentes L1 e C1 permitem um filtro de baixa passagem para uma atenuação posterior da voltagem de ondulação. Comparado com o circuito de meia-onda, o retificador de onda completa pode proporcionar uma regulação melhor e uma percentagem de ondulação mais baixa.

Sob condições de circuito de carga aberto, a voltagem de saída de C. C. é igual ao valor de pico de um semiciclo da voltagem do secundário completa, ou

$$\frac{Es}{2} \times 1{,}414 = 0{,}707Es$$

O valor mais alto da voltagem inversa através de cada um dos diodos será

$$2 \times \frac{Es}{2} \times 1{,}414 = 1{,}414\ Es$$

Com uma carga ligada ao retificador, a voltagem do capacitor C será igual a 0,707 Es, menos a queda de voltagem através de um diodo (considerando-se que D1 e D2 são diodos idênticos), e o valor mais alto da voltagem inversa de cada diodo será 1,414 Es, menos a queda de voltagem



através de um diodo, ou 0,707 Es + a voltagem de C. C. através do C. Observe que cada diodo agirá como condutor durante apenas uma parte de um semiciclo da voltagem do secundário completa.

**Filtro de Entrada Indutiva**

Se existem variações consideráveis na carga, o filtro de entrada capacitiva proporcionará uma regulação deficiente e por esse motivo é preferível usar um filtro de entrada indutiva (Fig. 9-4).

Com esse tipo de filtro, podem-se usar os diodos a vapor de mercúrio devido à sua queda de voltagem baixa, e cada diodo age como condutor durante um semiciclo completo. Os resistores em série com os diodos podem ser necessários para limitar a corrente. O circuito não pode funcionar corretamente sob condições de circuito de carga aberto e, portanto, uma certa carga mínima é fornecida pelo resistor de drenagem, Rb, que também pode servir como trajeto de descarga para o capacitor do filtro, C.

Se retirarmos R1 de forma que a única carga seja fornecida pelo resistor de drenagem, a voltagem de saída de C. C. não pode exceder

$\frac{2}{\pi}$ X valor de pico de um semiciclo da voltagem do secundário

$$= \frac{2}{\pi} \times \frac{\sqrt{2}Es}{2} = \frac{\sqrt{2}Es}{\pi} = 0{,}45\ Es$$

Comparado com o filtro de entrada capacitiva, o filtro de entrada indutiva proporciona uma regulação melhor, mas a voltagem de saída de C. C. que poderá ser obtida é menor para uma dada voltagem do secundário e a percentagem de ondulação é maior.

**Problema 1**

Na Fig. 9-5, o potencial em X sob condições de carga nula (circuito aberto) é

A. +620 V B. +880 V C. -440 V D. 1.340 V E. -880 V

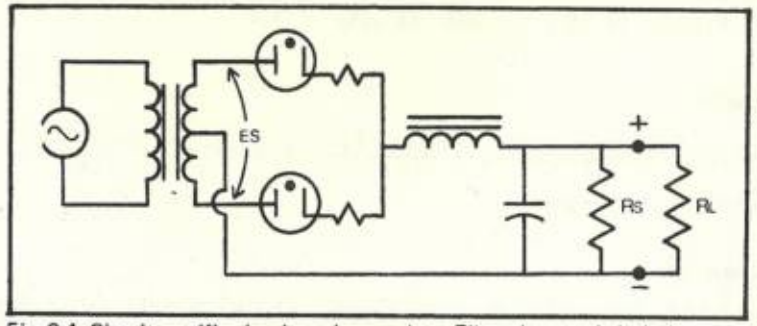


Fig. 9-4 Circuito retificador de onda completa. Filtro de entrada indutiva.

**Solução**

A válvula usada é um duplo diodo de duas placas separadas e um cátodo comum. A direção do fluxo de elétrons através da mesma indica que o potencial em X é positivo. Uma vez que a voltagem do secundário é 4 X 220 = 880 V RMS, a intensidade deste potencial é 0,707 X 880 = +620 V, arredondados. Alternativa A.

**Problema 2**

No Problema 1, a mais alta voltagem inversa em cada semiciclo do duplo diodo é

A. 620 V B. 880 V C. 440 V D. 1.240 V E. 1.760 V.

**Solução**

A voltagem inversa mais alta em cada metade do duplo diodo é

A. 1,414 Es = 1,414 X 880 = 1.240 V, arredondados. Alternativa D.

**Problema 3**

No Problema 1, uma carga é ligada através do capacitor C. A freqüência da fundamental que circula através da carga é

A. 30 Hz B. 60 Hz C. 90 Hz D. 120 Hz E. 180 Hz.

**Solução**

Em um circuito retificador de onda completa, a freqüência da fundamental é duas vezes a freqüência da linha da fonte do primário e é portanto 2 X 60 = 120 Hz. Alternativa D.

**Problema 4**

No Problema 1, a voltagem de saída da C. C. sob condições de carga total é de 500 V. Qual o valor da percentagem de regulação?

A. 1,8% B. 18% C. 24% D. 12% E. 6%

**Solução**

Percentual de regulação = $\left(\frac{E_{NL} - E_{FL}}{E_{FL}}\right) \times 100 = \frac{620 - 500}{500} \times 100 = 24\%$. Alternativa C.

**Problema 5**

Na Fig. 9-5, o filtro de entrada capacitora é substituído por um filtro de entrada indutiva com seu resistor de drenagem associado. Sob condições



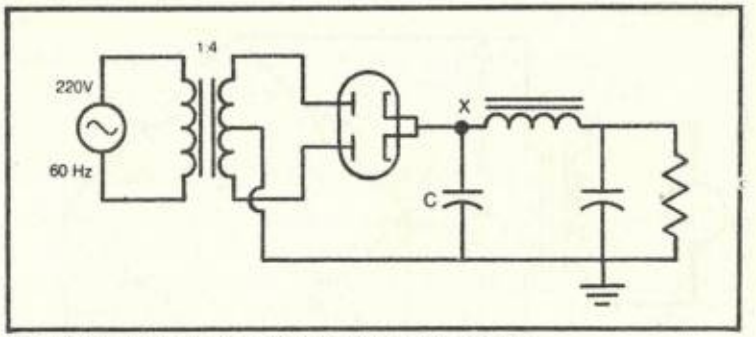



Fig. 9-5 Fonte de alimentação de onda completa típica.

de carga nula, a voltagem da corrente contínua de saída não pode exceder

A. 620 V B. 400 V C. 540 V D. 590 V E. 484 V

**Solução**

Quando um filtro de entrada indutiva funciona corretamente permitindo uma boa regulação, a voltagem de saída de C. C. sob condições de carga nula não pode exceder 0,45 Es = 0,45 X 880 = 400 V, arredondados. Alternativa B.

**Problema 6**

Na Fig. 9-5, a queda de voltagem de cada diodo sob condições de carga é 50 V. A voltagem inversa mais alta através de cada diodo é

A. 1 140V B. 1 190V C. 830V D. 1 090V E. 1 240V

**Solução**

A mais alta voltagem inversa em cada diodo é 1,414 Es - 50 = 880 X 1,414 – 50 = 1.190 V, arredondados. Alternativa B.

## CIRCUITO RETIFICADOR DE PONTE

Com referência à Fig. 9-6, o funcionamento desse circuito é semelhante ao do circuito retificador de onda completa tratado em conexão com a Fig. 9-3, anteriormente. Entretanto, o circuito de ponte retifica a voltagem do secundário durante uma parte de cada semiciclo. Os diodos, tais como o $D_1$ e o $D_3$, ou $D_2$ e $D_4$, nos ramos opostos da ponte, conduzem simultaneamente. A voltagem de saída entre X e Y sob condições de carga nula (circuito aberto é $\sqrt{2}$ Es = 1,414 Es, que é o valor de pico da voltagem do secundário completa. De forma análoga ao circuito retificador de onda completa, a freqüência da fundamental é duas vezes a freqüência da linha. As vantagens do circuito retificador de ponte sobre o circuito

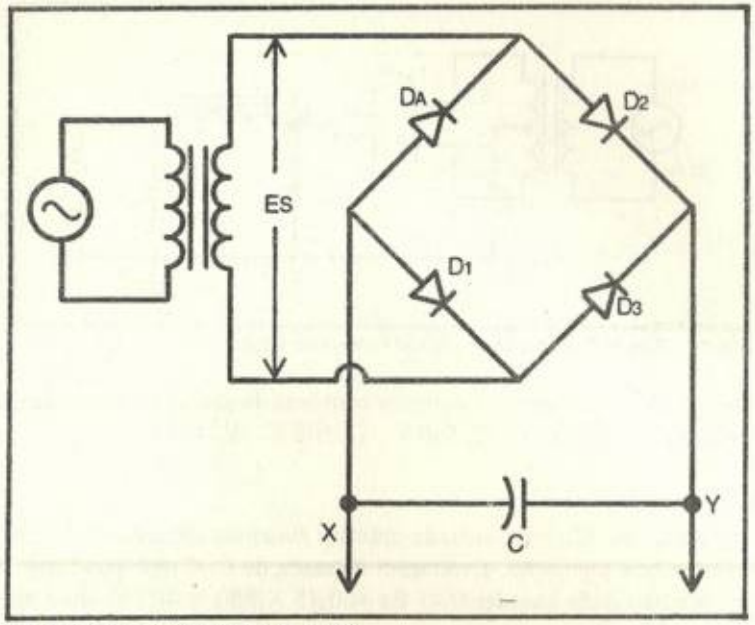


Fig. 9-6 Circuito retificador de ponte.

retificador de onda completa são a voltagem de saída de C. C. mais alta conseguida com a mesma relação entre espiras do transformador e a ausência de qualquer derivação central no enrolamento do secundário. Além disso, a voltagem inversa máxima através de cada diodo é menor que a do retificador de onda completa com a mesma voltagem da carga de C. C.

**Problema 1**

Na Fig. 9-6, a voltagem da fonte primária é 110 V/60 Hz e o transformador tem uma razão de elevação de 1 : 8. Se o Y está aterrado, o ponto X sob condições de circuito de carga aberto tem um potencial de

A. +440 V B. +620 V C. -880 V D. -620 V E. -1.240 V

**Solução**

A direção do fluxo de corrente indica que o ponto X tem um potencial negativo que sob condições de circuito aberto será

$-1{,}414\ Es = -1{,}414 \times 110 \times 8 = -1.240$ V, arredondados. Alternativa E.

**Problema 2**

Na Fig. 9-6, a freqüência da fundamental sob condições de carga é

A. 30 Hz B. 60 Hz C. 90 Hz D. 120 Hz E. 180 Hz



**Solução**

Uma vez que a freqüência da linha da fonte do primário é 60 Hz, a freqüência da fundamental será $2 \times 60 = 120$ Hz. Alternativa D.

## CIRCUITO DOBRADOR DE ONDA COMPLETA

Com referência à Fig. 9-7 e considerando-se condições de circuito de carga aberto, o diodo $D_1$ carregará $C_1$ ao valor de pico da voltagem do secundário, Es. O diodo $D_2$ irá carregar $C_2$ à mesma voltagem de forma que a voltagem C. C. de saída entre X e Y será $2 \times (1{,}414\ Es) = 2{,}828\ Es$ (a voltagem inversa mais alta através de cada diodo será também 2,828 Es). Sob condições de carga, $D_1$ e $D_2$ irão conduzir em semiciclos alternados de maneira que a freqüência da fundamental será duas vezes a freqüência da linha da fonte do primário.

Uma vez que os capacitores $C_1$ e $C_2$ estão ligados em série com relação à carga, este tipo de circuito dobrador não permite uma regulação satisfatória.

**Problema 1**

Na Fig. 9-7, a fonte de voltagem do primário é 220 V/60 Hz, e a elevação do transformador tem uma razão de 1 : 5. Considerando-se condições de circuito de carga aberto, a voltagem de saída de C. C. entre X e Y será

A. 1.560 V B. 2.200 V C. 2.650 V D. 2,95 kV E. 3,1 kV.

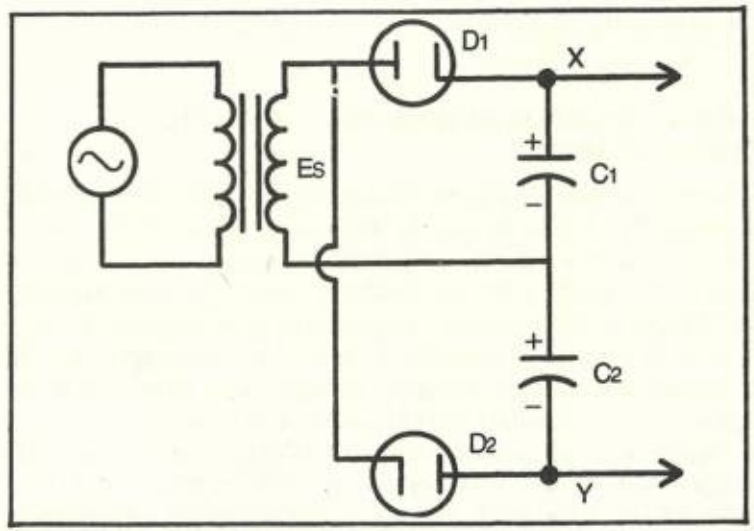


Fig. 9-7 Circuito dobrador de onda completa.

**Solução**

Voltagem do secundário = 220 X 5 = 1.100 V. A voltagem de saída entre X e Y é de 2 X $\sqrt{2}$ Es = 2,828 X 1.100 V = 3,1 kV, arredondados. Alternativa E.

**Problema 2**

No Problema 1, a voltagem inversa mais alta em cada diodo será
A. 1.560 V B. 2.200 V C. 2.650 V D. 2,95 kV E. 3,1 kV

**Solução**

A voltagem inversa mais alta através de cada diodo sob condições de circuito de carga aberto também é 2, 828 Es = 3,1 kV. Alternativa E.

**Problema 3**

Na Fig. 9-7, a freqüência da fundamental sob condições de carga será
A. 30 Hz B. 60 Hz C. 120 Hz D. 180 Hz E. 240 Hz

**Solução**

A freqüência da fundamental é duas vezes a freqüência da linha da fonte do primário e é portanto 2 X 60 Hz = 120 Hz. Alternativa C.

## CIRCUITO DOBRADOR DE MEIA-ONDA – CIRCUITO DOBRADOR CASCATA

Considerando-se na Fig. 9-8 condições de circuito de carga aberto, $D_1$ carrega $C_1$ ao valor de pico da voltagem do secundário Es. No outro semiciclo, a combinação da voltagem do secundário e da voltagem através de $C_1$ é aplicada a $D_2$, que conduz e carrega $C_2$ numa voltagem de 2 X 1,414 Es = 2,828 Es, que é também o valor da voltagem inversa mais alta em cada diodo. Sob condições de carga, $C_2$ só é carregado uma única vez durante cada ciclo da voltagem da fonte do primário, e, portanto, a freqüência da fundamental é igual à freqüência da linha.

Observe que apenas o capacitor $C_2$ está ligado à carga e, portanto, a regulagem deste circuito é melhor do que aquela do circuito dobrador de onda completa. Além disso, o princípio do retificador cascata pode ser estendido à criação de triplicadores, quadruplicadores, etc.



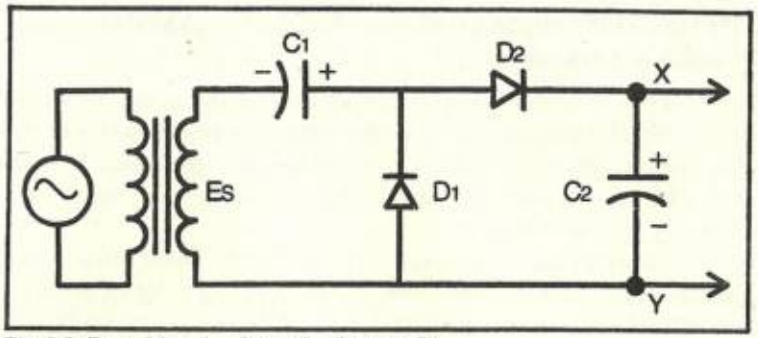



Fig. 9-8 Exercício sobre fonte de alimentação.

**Problema 1**

Na Fig. 9-8, a voltagem de fonte do primário é 110 V/60 Hz e a elevação do transformador tem uma razão de 1 : 8. A voltagem de saída entre X e Y sob condições de circuito de carga aberto é
A. 2,5 kV B. 1.250 V C. 880 V D. 1,76 kV E. 2,25 kV

**Solução**

Voltagem do secundário, Es = 110 X 8 = 880 V. A voltagem de saída sob condições de circuito de carga aberto é 2,828 Es = 2,828 X 880 = 2,5 kV, arredondados. Alternativa A.

**Problema 2**

No Problema 1, a voltagem inversa mais alta através de cada diodo é
A. 2,5 kV B. 1.250 V C. 830 V D. 1,76 kV E. 2,25 kV

**Solução**

A voltagem inversa mais alta através de cada diodo é também 2,828 Es = 2,5 kV. Alternativa A.

**Problema 3**

Sob condições de carga no Problema 1, a freqüência da fundamental na voltagem de saída é
A. 30 Hz B. 60 Hz C. 90 Hz D. 120 Hz E. 180 Hz

**Solução**

A freqüência da fundamental é igual à freqüência da linha e é portanto 60 Hz. Alternativa B.

## SISTEMAS TRIFÁSICOS DE ALIMENTAÇÃO – LIGAÇÕES ESTRELA E TRIÂNGULO

Um gerador trifásico de corrente alternada gera 3 voltagens separadas, as quais são de mesma grandeza porém defasadas de 120° entre si. As três voltagens podem ser usadas independentemente para alimentar várias cargas, mas há certas vantagens em se ligar as fases tanto em ligações estrela quanto em ligações triângulo.

Considerando que as cargas estão equilibradas (uma carga idêntica é aplicada a cada uma das voltagens de fase $V_{P1}$, $V_{P2}$, $V_{P3}$), as correntes também terão as mesmas grandezas e serão defasadas em 120°. A soma destas correntes, conforme o trajeto das linhas assinaladas 1, 2, e 3 na Fig. 9-9, será nula e portanto as linhas podem ser substituídas por uma

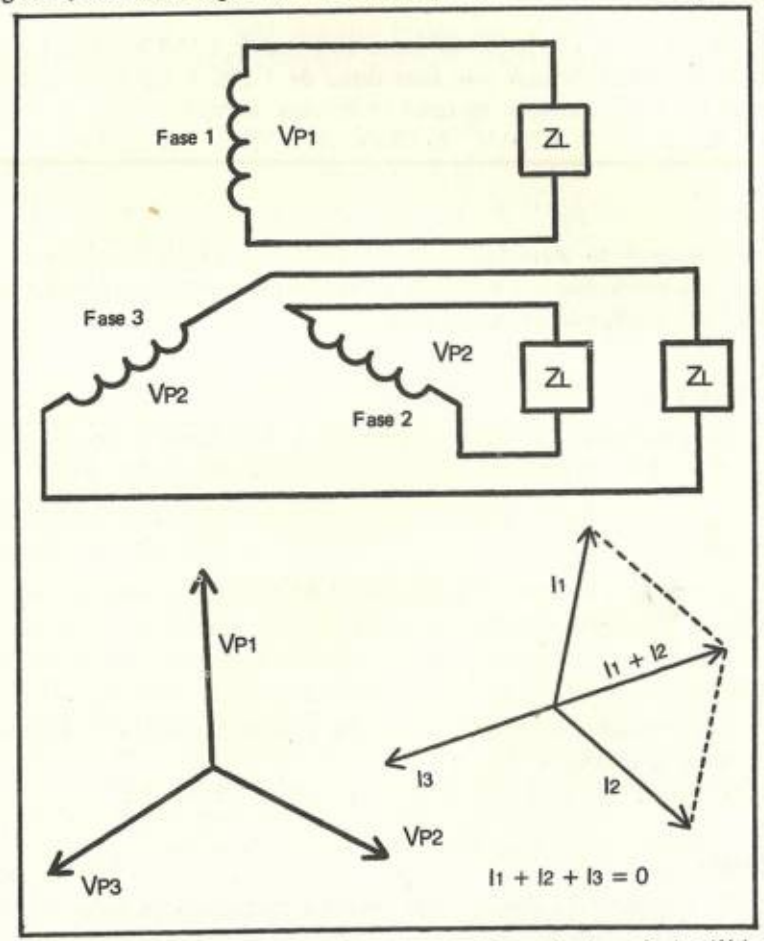



Fig. 9-9 Ligação estrela do secundário de um transformador de potência trifásico.



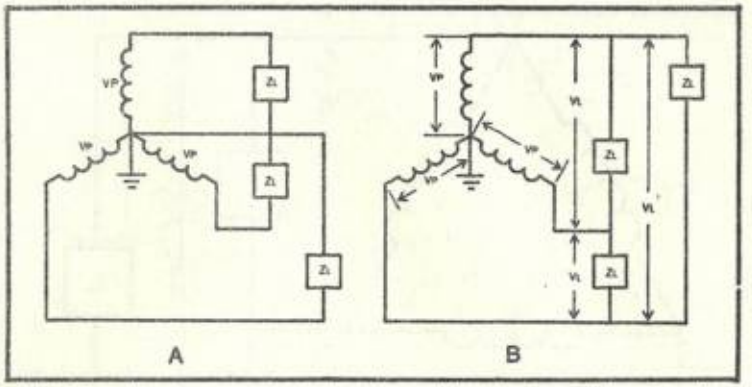



Fig. 9-10 Ligações da carga em estrela ao secundário, de um transformador de potência trifásico.

linha portadora de corrente fraca (sistema de 4 fios) ou por um ponto aterrado comum; isto constitui a ligação estrela, como demonstrado na Fig. 9-10 (a).

Quanto à aplicação de cargas equilibradas às voltagens, cargas em equilíbrio adicionais podem ser ligadas entre as linhas, como é mostrado na Fig. 9-10(b). Pode-se demonstrar que a voltagem da linha, $V_1$, é $\sqrt{3} \times$ a voltagem de fase, $V_P = 1{,}732\ V_P$, e a corrente da linha, $I_L$ = corrente de fase $I_P$. Por exemplo, as voltagens de fase de 230 V fornecerão uma voltagem de linha de $230 \times 1{,}732 \approx 400$ V. Uma vez que $V_L = 1{,}732\ V_P$,

$$V_P = \frac{V_L}{1{,}732} = 0{,}577\ V_L$$

As expressões equivalentes para a ligação triângulo da Fig. 9-11 são:

Voltagem da linha, $V_L$ = voltagem de fase, $V_P$

Corrente da linha, $I_L = \sqrt{3} \times$ corrente de fase, $I_P = 1{,}732 \times I_P$

e

$$I_P = \frac{I_L}{1{,}732} = 0{,}577 I_L$$

Os transformadores trifásicos podem ter seus enrolamentos primário e secundário ligados tanto em ligação estrela quanto em triângulo (Fig. 9-12).

**Problema 1**

Na Fig. 9-12, considera-se que as cargas do secundário estão equilibradas. A voltagem de fase do primário é 220 V/60 Hz e cada fase tem uma razão de elevação do transformador de 1 : 8. A voltagem de linha do secundário é

A. 2.950 V  B. 1,02 kV  C. 1,76 kV  D. 2,49 kV  E. 3,05 kV

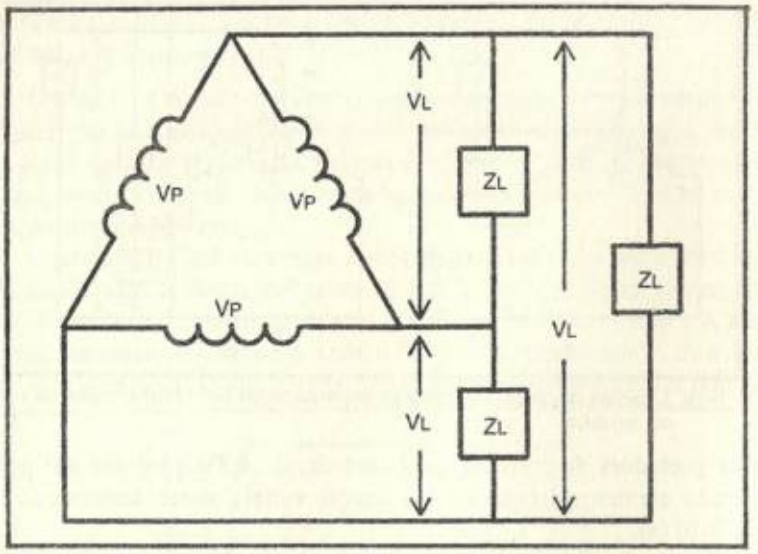



Fig. 9-11 Cargas ligadas em triângulo ao secundário, de um transformador de potência trifásico.

**Solução**

Voltagem de fase do secundário, $V_P = 220 \times 8 = 1.760$ V. A voltagem da linha do secundário, $V_L$, é $\sqrt{3}\, V_P = 1{,}732 \times 1.760$ V $= 3{,}05$ kV, arredondados. Alternativa E.

**Problema 2**

No Problema 1, a corrente da linha do primário é 12 A. A corrente em cada um dos enrolamentos de fase do primário é

A. 19,3 A B. 8,4 A C. 6,9 A D. 17 A E. 20,7 A

**Solução**

Corrente de fase do primário, $I_P = 0{,}577\ I_L = 6{,}9$ A, arredondados. Alternativa C.

## CIRCUITO RETIFICADOR DE MEIA-ONDA TRIFÁSICO

Na Fig. 9-13, cada uma das voltagens de fase do secundário é retificada em meia-onda por um dos diodos. O capacitor C é então carregado por cada um dos diodos, os quais portam a corrente alternadamente. Sob condições de circuito de carga aberto, a voltagem de saída através de C será igual ao valor de pico das voltagens de fase do secundário, Es, e a voltagem inversa mais alta sob condições de carga de cada diodo será de $2 \times 1{,}414$ Es $= 2{,}828$ Es. O capacitor C será recarregado três vezes durante cada



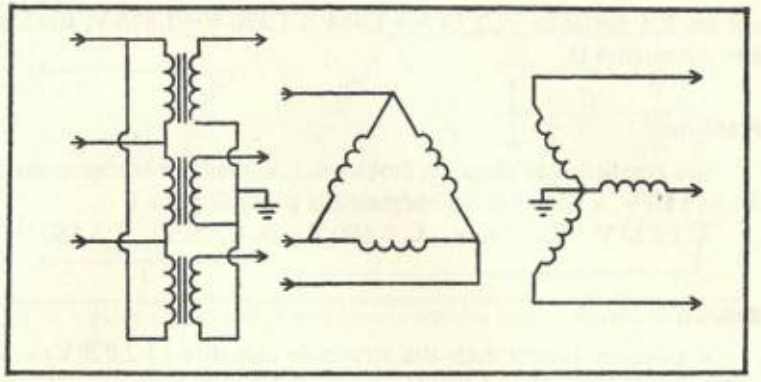


Fig. 9-12 Transformador trifásico apresentando primário ligado em triângulo enquanto o secundário está ligado em estrela triângulo.

ciclo da voltagem de fase do primário, criando uma voltagem de ondulação menor do que aquela referente ao retificador de onda completa ou ao retificador de ponte. A freqüência da fundamental será três vezes a freqüência da linha e esta freqüência de onda mais alta é uma vantagem considerável na retificação trifásica, uma vez que permite o uso de componentes de filtro de valor menor.

**Problema 1**

Na Fig. 9-13, a voltagem de linha do primário é 220 V/60 Hz e cada fase tem uma razão de elevação do transformador de 1 : 6. Sob condições de circuito de carga aberto, o potencial em X é

A. −3,2 kV B. +1.320 V C. −2.290 V D. +1.870 V
E. +2,20 kV

**Solução**

Voltagem de fase do secundário $= 220 \times 6 = 1.320$ V. A direção do fluxo de corrente indica que o potencial no ponto X é positivo. O poten-

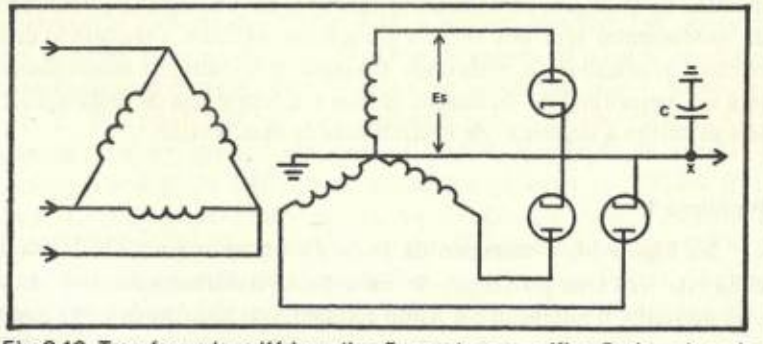



Fig. 9-13 Transformador trifásico e ligação estrela com retificação de meia-onda.

cial em X é portanto $+\sqrt{2}\,Es = +1{,}414 \times 1.320 = +1.870$ V, arredondados. Alternativa D.

**Problema 2**

Sob condições de carga no Problema 1, a queda de voltagem em cada diodo é 50 V. A voltagem inversa mais alta em cada diodo é

A. 1.820 V B. 3.730 V C. 3.680 V D. 1.720 V E. 3.580 V

**Solução**

A voltagem inversa mais alta através de cada diodo é 2,828 Es – 50 = = 2,828 X 1.320 - 50 = 3.680 V, arredondados. Alternativa C.

**Problema 3**

No Problema 2, a freqüência da fundamental na voltagem de saída de C. C. é

A. 20 Hz B. 60 Hz C. 90 Hz D. 120 Hz E. 180 Hz

**Solução**

A freqüência da fundamental é 3 X a freqüência da linha e é portanto 3 X 60 = 180 Hz. Alternativa E.

## CIRCUITO RETIFICADOR DE ONDA COMPLETA TRIFÁSICO

Na Fig. 9-14, cada uma das voltagens da linha do secundário tem retificação de onda completa através de quatro diodos, agindo numa ligação de ponte. Sob condições de circuito de carga aberto, C será carregado até o valor de pico de Es e portanto a voltagem de saída entre X e Y será $\sqrt{2}\,Es = 1{,}414\ Es$. Sob condições de carga, C será recarregado seis vezes durante cada ciclo da voltagem da linha do primário, e, por conseguinte, a freqüência da fundamental será seis vezes a freqüência da linha. Comparado com o circuito retificador de meia-onda trifásico, o circuito de onda completa terá um percentual de ondulação menor e a freqüência de ondulação mais alta permitirá a utilização de retificadores de menor valor.

**Problema 1**

Na Fig. 9-14, a voltagem da linha do primário é de 220 V/60 Hz e cada fase tem uma proporção de elevação do transformador de 1 : 5. Se Y está aterrado, o potencial em X sob condições de circuito de carga aberto é

A. + 1 560V B. +2,7 kVC. –1 905V D. –2,7 kV E. –1 560V



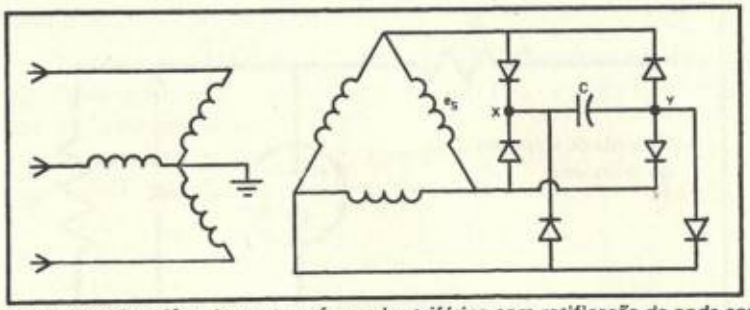



Fig. 9-14 Ligação triângulo em transformador trifásico com retificação de onda completa.

**Solução**

Voltagem do secundário, Es = 220 X 5 = 1.100 V. A direção do fluxo de corrente indica que o potencial em X é positivo e é portanto igual a +1,414 Es = +1,414 X 1.100 = +1.560 V. Alternativa A.

**Problema 2**

No Problema 1, a freqüência da fundamental sob condições de carga é

A. 60 Hz B. 120 Hz C. 180 Hz D. 240 Hz E. 360 Hz

**Solução**

A freqüência da fundamental é seis vezes a freqüência da linha e é por conseguinte 6 X 60 = 360 Hz. Alternativa E.

## VÁLVULA REGULADORA (VR) DE VOLTAGEM

A válvula reguladora (VR) de voltagem (Fig. 9-15) é usada em circuitos de baixa corrente para estabilizar a voltagem de carga, $V_L$, contra variações tanto na voltagem da C. C. como no valor da carga, $R_L$. Uma característica é mostrada na Fig. 9-15, e pode-se concluir dela que sobre uma faixa de corrente de 5 a 30 mA, a voltagem da válvula permanece razoavelmente constante. Esta funciona em conjunção com o resistor em série, R, de forma que, se, por exemplo, a entrada de voltagem C. C. aumenta 20 V, $V_L$ aumentaria menos que 0,5 V. A variação da corrente da válvula poderia então causar uma queda dos restantes 19,5 V, em R. De forma semelhante, se o valor de $R_L$ for dividido por dois, a corrente de carga poderia quase duplicar de valor, mas $V_L$ cairia menos que 0,5 V, de forma que a diminuição da amperagem da corrente na válvula quase compensaria o aumento da corrente de carga. A corrente total através de R permaneceria virtualmente a mesma.

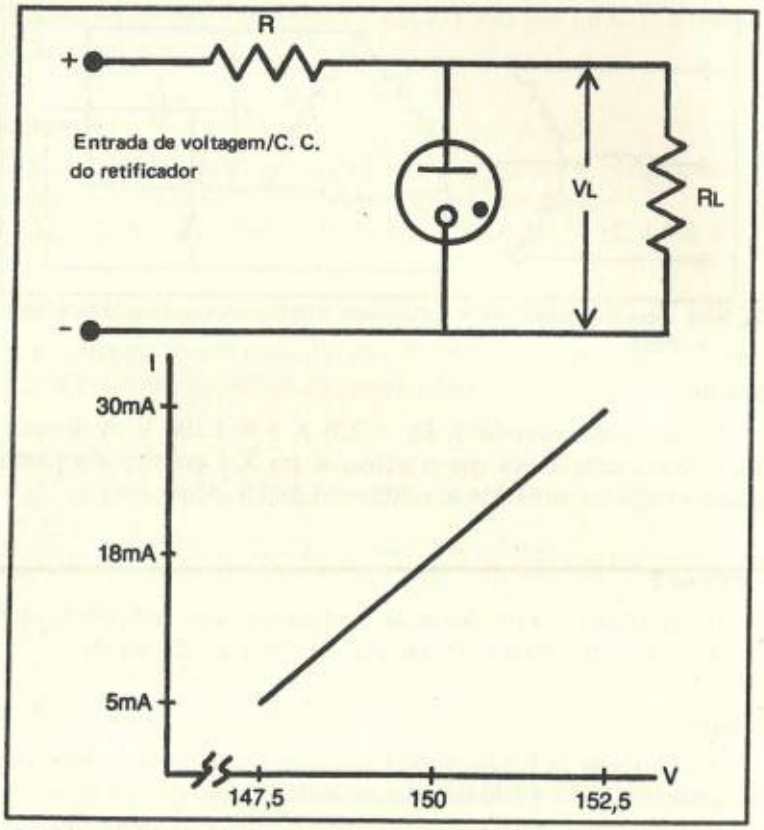



Fig. 9-15 A voltagem estabiliza um circuito do regulador em série.

**Problema 1**

Na Fig. 9-15, o valor estabilizado de $V_L$ é 150 V e $R_L = 100\ k\Omega$. Se a entrada da voltagem de C. C. é 400 V, o valor do resistor em série, R, é

A. 10 kΩ B. 12 kΩ C. 13 kΩ D. 15 kΩ E. 18 kΩ

**Solução**

Em 150 V, a corrente da válvula é de 18 mA (refere-se à característica da válvula na Fig. 9-15). A corrente de carga é $\frac{150\ V}{100\ k\Omega} = 1{,}5\ mA$. A corrente total através de R é 18 + 1,5 = 19,5 mA. A queda de voltagem através de R é 400 - 150 = 250 V. Portanto $R = \frac{250\ V}{19{,}5\ mA} = 13\ k\Omega$, arredondados. Alternativa C.



**Problema 2**

No Problema 1, o valor de $R_L$ cai para 50 kΩ. Considerando-se que a entrada de voltagem de C. C. permanece em 400 V, a variação aproximada da corrente da válvula será

A. Um aumento de 3 mA. B. Um aumento de 1,5 mA. C. Uma queda de 3 mA. D. Uma queda de 1,5 mA. E. Um aumento de 0,75 mA.

**Solução**

A corrente de carga resultante é aproximadamente

$$\frac{150V}{50\ k\Omega} = 3\ mA$$

que representa um aumento da corrente de carga de 3,0 - 1,5 = 1,5 mA. Uma vez que a variação da corrente da válvula deve quase compensar a variação da corrente de carga, esta deve sofrer uma queda de 1,5 mA, aproximadamente. Alternativa D.

## PROBLEMAS PRÁTICOS

1. Na Fig. 9-16, o potencial em X sob condições de circuito de carga aberto é
   A. +55 V B. -55 V C. -1.240 V D. +880 V E. +77,8 V
2. No circuito retificador do Problema 1, qual a taxa de voltagem mínima requerida para o capacitor?
   A. 25 V B. 75 V C. 78 V D. 50 V E. 10 V
3. Qual deve ser a taxa mínima da voltagem inversa do diodo no Problema 1?
   A. 110 V B. 220 V C. 2.500 V D. 880 V E. 156 V
4. Na Fig. 9-17, o potencial em X sob condições de circuito de carga aberto é
   A. +31 V B. -390 V C. -778 V D. +778 V E. +390 V

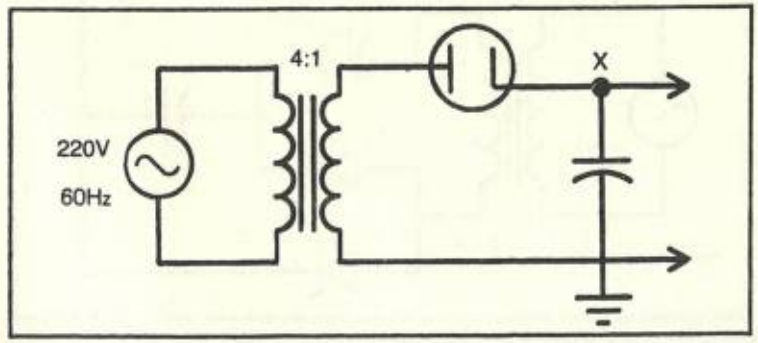



Fig. 9-16 Fonte de alimentação de meia-onda. Qual a voltagem entre X e o terra?

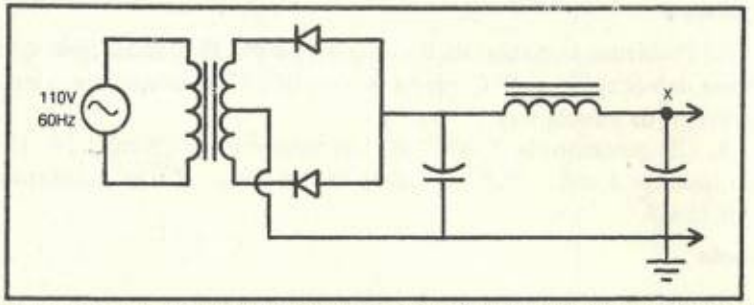



Fig. 9-17 Fonte de alimentação de onda completa. Qual a voltagem entre X e o terra?

5. A voltagem inversa mais alta através de cada diodo no Problema 4 será
A. 780 V B. 62 V C. 1.560 V D. 390 V E. 124 V

6. Se uma carga é ligada entre o ponto X e aterrada no circuito do Problema 4, qual será a freqüência da fundamental?
A. 120 Hz B. 60 Hz C. 180 Hz D. 360 Hz E. 720 Hz

7. Na Fig. 9-18, quais as variações necessárias para que o circuito funcione adequadamente?
A. Reversão de $D_1$ B. Reversão de $D_2$ C. Reversão de $D_1$ e $D_3$
D. Reversão de $D_2$ e $D_4$ E. Reversão de $D_2$ e $D_3$

8. No circuito da Fig. 9-18, qual seria o efeito da reversão de $D_2$ e $D_4$?
A. A polaridade seria invertida. B. O circuito não funcionaria adequadamente. C. Haveria um curto-circuito no secundário do transformador. D. Uma derivação central deve ser acrescentada ao secundário do transformador. E. A freqüência da fundamental poderia ser de 180 Hz.

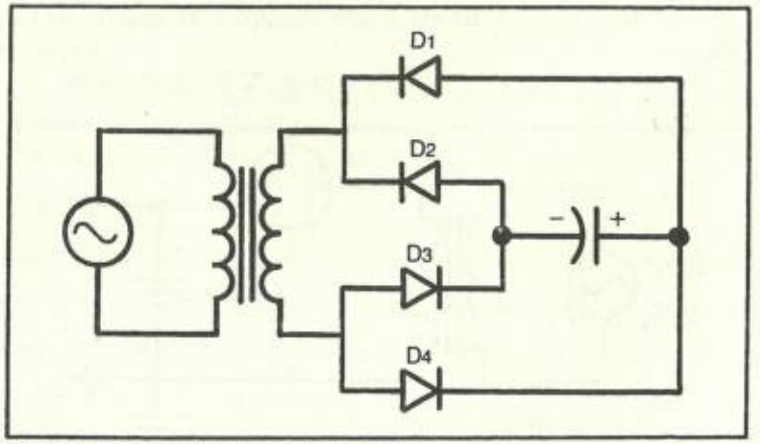



Fig. 9-18 O que está errado neste circuito?



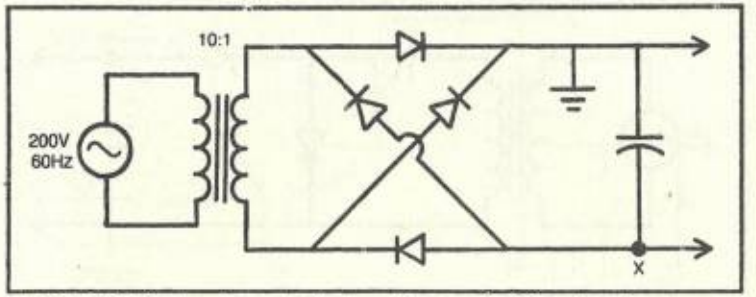



Fig. 9-19 Retificador de ponte. Qual a voltagem entre X e o terra?

9. Sob condições de circuito de carga aberto, o potencial do ponto X, na Fig. 9-19, é
A. +15,5 V B. −3.100 V C. −15,5 V D. −31 V E. +31 V

10. Sob condições de circuito de carga aberto, o potencial no ponto X na Fig. 9-20 é
A. +1 560V B. −6 200V C. −1 560V D. −2 200V E. +6 200V

11. No Problema 10, qual será a máxima voltagem inversa em cada diodo sob condições de circuito de carga aberto?
A. 6.200 V B. 1.560 V C. 2.200 V D. 248 V E. 440 V

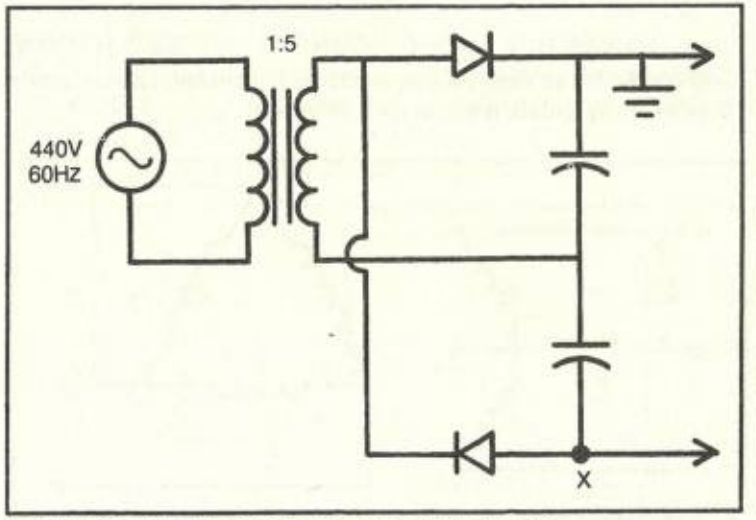



Fig. 9-20 Circuito dobrador de voltagem de onda completa.

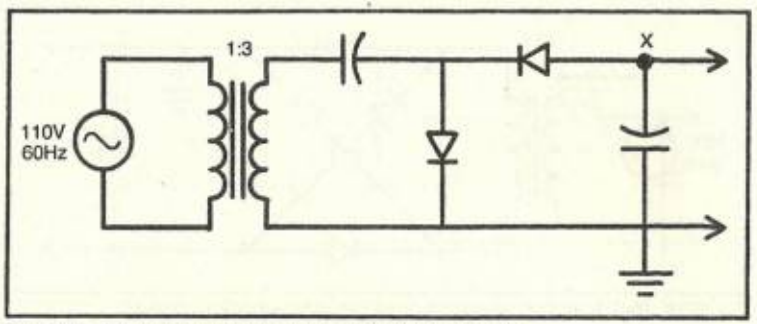



Fig. 9-21 Circuito dobrador de voltagem de meia-onda.

12. Sob condições de circuito de carga aberto, na Fig. 9-21, o potencial no ponto X é

A. −104V B. +104V C. +467V D. −467V E. −933V

13. A freqüência da fundamental do circuito da Fig. 9-21, sob condições de carga, é

A. 60 Hz B. 360 Hz C. 180 Hz D. 60 Hz E. 120 Hz

14. Na Fig. 9-22, considera-se que as cargas do secundário estão equilibradas. O valor RMS de V é

A. 201V B. 606V C. 1 410V D. 4 240V E. 2 450V

15. No Problema 14, a corrente da linha do primário é de 8,5 A. A corrente da linha do secundário é

A. 1,2A B.2,1A C. 8,5A D. 3,6A E. 103A

16. Na Fig. 9-23, o potencial no ponto X sob condições de circuito de carga aberto é

A. +2 200V B. +5 400V C. +3 100V D. −5 400V E. −3 100V

17. Sob condições de carga, a freqüência da fundamental do circuito retificador de meia-onda trifásico do Problema 16 é

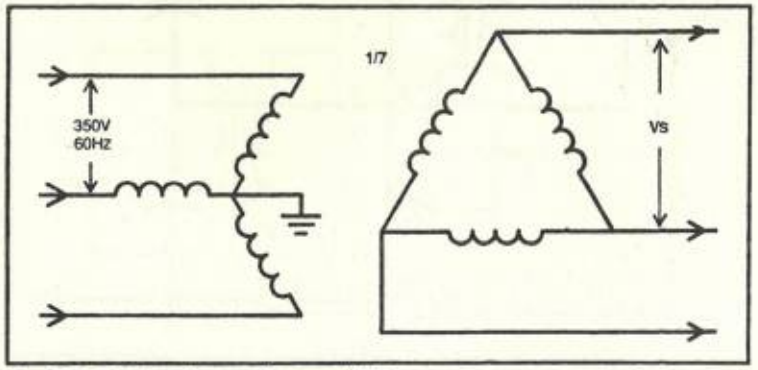



Fig. 9-22 Qual a voltagem do secundário?



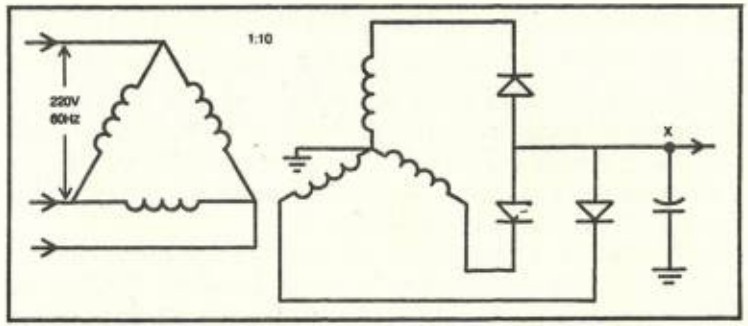



Fig. 9-23 Fonte de alimentação de meia-onda com ligação em estrela.

A. 60 Hz B. 120 Hz C. 360 Hz D. 30 Hz E. 180 Hz

18. Na Fig. 9-24, o potencial no ponto X sob condições de circuito de carga aberto é

A. −5 600V B+207V C. −3 200V D. −1 870V E. +3 200V

19. Qual é a freqüência da fundamental quando o retificador do Problema 18 está carregado?

A. 720 Hz B. 360 Hz C. 180 Hz D. 120 Hz E. 60 Hz

20. No circuito regulador de voltagem mostrado na Fig. 9-15, a resistência de carga, $R_L$, é duplicada. Qual das respostas seguintes descreve melhor as variações que ocorrem no circuito? (Nota: Todas as respostas são apenas aproximadas.)

A. Ocorrerá uma queda de 50% na corrente de carga; a corrente de válvula terá uma queda de 50%.

B. $V_L$ sofrerá ligeiro decréscimo. A corrente de válvula duplicará.

C. $V_L$ terá um pequeno aumento; a corrente de válvula vai duplicar.

D. $V_L$ terá um pequeno aumento; a corrente de válvula vai sofrer um decréscimo de 50%.

E. Nenhuma das respostas acima é verdadeira.

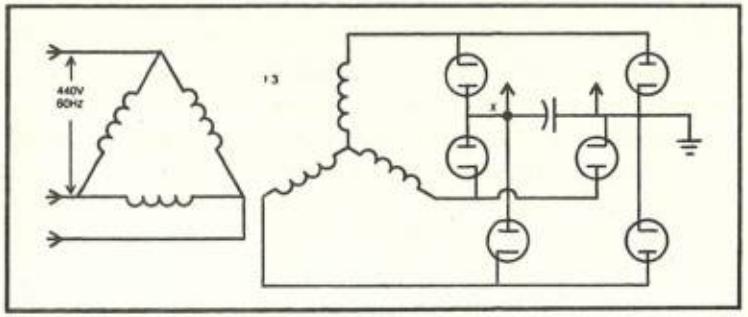



Fig. 9-24 Fonte de alimentação de onda completa com ligação em estrela.

## SOLUÇÕES

1. A direção do fluxo de corrente através do diodo fará com que o potencial no ponto X seja positivo com respeito ao terra. O valor RMS da voltagem do secundário será 220 X 0,25 = 55 V. Já que a carga do capacitor alcançará o valor de pico da voltagem do secundário sob condições de carga nula, o potencial no ponto X será +1,414 X 55 = = +77,8 V, arredondados. Alternativa E.
2. No Problema 1, a taxa mínima de voltagem exigida do capacitor deve exceder o potencial de circuito aberto no ponto X, o qual é de +77,8 V. Só uma das respostas é adequada ao problema. Alternativa C.
3. O valor mais alto da voltagem inversa é duas vezes o valor de pico da voltagem do secundário e, por conseguinte é, 2 X 1,414 X 55 = 156 V. Alternativa E.
4. Cada diodo pode conduzir apenas quando a voltagem instantânea do secundário aplicada ao diodo, é negativa com relação ao terra, e portanto o potencial no ponto X também deve ser negativo. A voltagem total RMS do secundário, Es, é 110 X 5 = 550 V e, por conseguinte, o potencial no ponto X é -0,707 X Es = -390 V, arredondados. Alternativa B.
5. A voltagem inversa máxima nos diodos ocorrerá sob condições de carga nula e terá um valor duas vezes maior do que o valor da diferença de potencial do circuito aberto, ou 2 X 390 = 780 V. Alternativa A.
6. Um retificador de onda completa fornece uma saída cuja freqüência fundamental é duas vezes o valor da fonte do primário, e é portanto 2 X 60 = 120 Hz. Alternativa A.
7. No circuito retificador de ponte da Fig. 9-18, $D_2$ e $D_4$ estão ligados *adequadamente*. Os diodos $D_1$ e $D_3$ por sua vez estão ligados *de forma errada* para obterem as polaridades da tensão mostradas. Portanto, $D_1$ e $D_3$ devem ser invertidos. Alternativa C.
8. Quando os diodos $D_2$ e $D_4$ estão ligados inversamente no circuito da Fig. 9-18, obtém-se uma ligação correta do circuito retificador de ponte. Contudo, a polaridade da voltagem, como é mostrado na Fig. 9-18, inverte-se de maneira que o terminal positivo nesse caso estará à esquerda e o negativo à direita. Alternativa A.
9. Sob condições de circuito aberto (carga nula), o capacitor carrega-se até o valor de pico da voltagem total do secundário. Com os diodos também ligados como na Fig. 9-19, o potencial no ponto X é negativo com relação ao terra e seu valor é

   $-\sqrt{2}\,Es = 1{,}414 \times 220 \times \frac{1}{10} = -31$ V, arredondados. Alternativa D.



10. Com os diodos ligados conforme demonstrado na Fig. 9-20, o potencial no ponto X é negativo. Sob condições de circuito de carga nula, o potencial no ponto X será duas vezes o valor de pico da voltagem do secundário do transformador e seu valor será portanto
    -2 X 1,414 X Es = -2 X 1,414 X 440 X 5 = -6.200 V, arredondados. Alternativa B.

11. Sob condições de carga nula (circuito aberto), a voltagem inversa de pico que ocorre através de cada diodo será duas vezes a voltagem que circulará no capacitor. Esta tem a mesma grandeza do potencial no ponto X, de forma que a voltagem inversa de pico em cada diodo é 2 X 1,414 X Es = 2 X 1,414 X 440 X 5 = 6.200 V, arredondados. Alternativa A.

12. Sob condições de circuito aberto a voltagem de saída de um circuito dobrador de meia-onda é duas vezes o valor de pico da voltagem do secundário do transformador. Para o circuito da Fig. 9-21, o potencial no ponto X é negativo e seu valor é
    -2 X 1,414 X 110 X 3 = -933 V, arredondados. Alternativa E.

13. Uma vez que o capacitor ligado aos terminais de saída do dobrador de meia-onda só é carregado uma vez durante cada ciclo da fonte do primário, a fundamental tem a mesma freqüência da fonte. Na Fig. 9-21, ambas as freqüências são de 60 Hz. Alternativa D.

14. Na Fig. 9-22, os enrolamentos do primário estão ligados em estrela. Portanto a voltagem de fase do primário é de 0,577 X a voltagem da linha. Os enrolamentos do secundário estão em ligação triângulo, de forma que a voltagem da linha, Vs, é igual à voltagem de fase, e seu valor é 0,577 X 350 X 7 = -1.410 V, arredondados. Alternativa C.

15. Com os enrolamentos do primário ligados em estrela, as correntes da linha e de fase são iguais. Devido a razão de elevação das espiras ser de 7 : 1, cada uma das correntes de fase nos enrolamentos do secundário, ligados em triângulo, é 8,5 X (1/7)A. Cada uma das correntes da linha do secundário é

    $\sqrt{3}$ X corrente de fase $= \sqrt{3} \times 8{,}5 \times (1/7)$
    $= 1{,}732 \times 8{,}5 \times (1/7)$
    $= 2{,}1$ A, arredondados. Alternativa B.

16. No transformador da Fig. 9-23, cada uma das voltagens de fase do secundário é igual à voltagem de fase do primário multiplicada pela razão de elevação das espiras. O potencial do circuito aberto no ponto X é negativo e igual ao valor de pico da voltagem de fase do secun-

dário. Portanto a grandeza do potencial em X é

$-1{,}414 \times Es = -1{,}414 \times 220 \times 10 = -3.100$ V. Alternativa E.

17. A freqüência fundamental para um retificador de meia-onda trifásico é três vezes a freqüência da fonte do primário e seu valor é, por conseguinte,

$$3 \times 60 = 180 \text{ Hz}.$$ Alternativa E.

18. Com a ligação do retificador de onda completa trifásico da Fig. 9-24, o potencial no ponto X é negativo com respeito ao terra. O capacitor carregará ao valor de pico da voltagem da linha do secundário com carga nula e portanto o potencial em X é

$-1{,}414 \times 440 \times 3 \times \sqrt{3} = -3.200$ V, arredondados. Alternativa C.

19. Um circuito retificador de onda completa trifásico tem uma fundamental cuja freqüência é *seis* vezes a freqüência da fonte e portanto tem um valor de

$$6 \times 60 = 360 \text{ Hz}.$$ Alternativa B.

20. Quando a resistência de carga é dobrada, a corrente de carga sofre uma queda de aproximadamente 50% em seu valor anterior, a voltagem de carga ascende ligeiramente e a elevação da corrente de válvula é quase igual à queda da corrente de carga. Alternativa E.



*Capítulo* **10**

# Amplificadores de Válvula

Embora o uso de válvulas tenha diminuído drasticamente desde o advento do circuito integrado, é importante ainda conhecer seus princípios básicos de funcionamento. Os cálculos matemáticos do projeto e aplicações das válvulas a vácuo são típicos de muitos outros dispositivos não-lineares, incluindo transístores. A habilidade de compreender e interpretar funções de transferência e representar curvas características é igualmente importante no uso de válvulas a vácuo da mesma maneira que para muitos outros dispositivos eletrônicos.

As válvulas a vácuo são ainda usadas hoje em dia em transmissores de alta potência, e, nesta e em outras aplicações que demandam grande dissipação de energia, continuarão a ser usadas por longo tempo ainda.

## PARÂMETROS CARACTERÍSTICOS DE TRÍODO ESTÁTICO

A Fig. 10-1 mostra uma pequena área da característica de placa de um tríodo estático; o centro dessa área é o ponto de funcionamento, Q. A palavra "estático" significa que as curvas características foram obtidas sob condições controladas em laboratório, ao invés de funcionamento real, como, por exemplo, as que ocorrem em um circuito amplificador.

Se a voltagem de placa, Ec, é mantida constante, uma pequena variação na voltagem de placa, $\Delta e_b$, será seguida de pequena variação na corrente de placa, $\Delta i_b$. A resistência de placa de C. A. do tríodo, $r_p$, ou impedância de placa, é a medida do controle exercido pela voltagem de placa sobre a corrente de placa e pode ser expresso da seguinte forma:

$$\text{Resistência de placa de C. A., } r_p = \frac{\Delta e_b}{\Delta i_b}$$

O valor de $r_p$ é tipicamente da ordem de quilohms e pode ser obtido através da recíproca da inclinação característica de placa do ponto Q. Contudo, não é um valor constante para um tríodo especificamente, já que seu valor depende do ponto de funcionamento escolhido.

A resistência de placa de C. C., $R_P = E_b/I_b$, cujo valor também depende das condições de operação, é representada pelo ponto Q.

Se a voltagem de placa, $E_b$, é mantida constante, uma pequena variação na voltagem da grade de controle, $\Delta e_c$, vai produzir conseqüentemente uma pequena variação na corrente de placa, $\Delta i_b$. O mútuo tríodo ou transcondutância é a medida do controle exercido pela voltagem de grade sobre a corrente de placa e pode ser assim definido:

$$\text{Transcondutância, } g_m = \frac{\Delta i_b}{\Delta e_c}$$

A unidade básica da condutância é o mho e os valores de gm são tipicamente da ordem de alguns mil micromhos. Este valor pode ser conseguido pela inclinação no mesmo ponto, Q, da característica (mútua) de transferência estática. Também como rp, gm não é uma constante para um tríodo em particular, mas depende da escolha do ponto de funcionamento.

Para manter a corrente de placa, $I_b$, constante, uma ligeira variação na voltagem de placa, $\Delta e_b$, pode ser compensada por uma pequena variação oposta, na voltagem da grade de controle, $\Delta e_c$. O fator de amplificação do tríodo, $\mu$, executa uma comparação entre os controles que a voltagem de placa e a voltagem de grade exercem sobre a corrente de placa, e pode ser assim definido:

$$\text{Fator de amplificação, } \mu = \frac{\Delta e_b}{\Delta e_c}$$

O valor de $\mu$ é originariamente determinado pela geometria do tríodo e não possui unidades. Dentro dos tipos de tríodos que são produzidos em escala comercial, os valores do fator de amplificação oscilam dentro de uma faixa de 2 a 100, de maneira que as válvulas podem ser classificadas como tríodos de baixo-$\mu$ (usado principalmente para amplificação de potência), médio-$\mu$ e alto-$\mu$ (usados para elevação da voltagem).

Se os parâmetros, $\mu$, rp, gm, são todos obtidos no mesmo ponto de operação, Q, temos:

$$\mu = \frac{\Delta e_b}{\Delta e_c} = \frac{\Delta e_b}{\Delta i_b} \times \frac{\Delta i_b}{\Delta e_c} = r_p g_m$$

Por exemplo, se $r_p = 10\ k\Omega$ e gm = 2.000 micromhos, então $\mu = r_p g_m = 10 \times 10^3 \times 2.000 \times 10^{-6} = 20$ [um tríodo com fator médio de amplificação ($\mu$)].



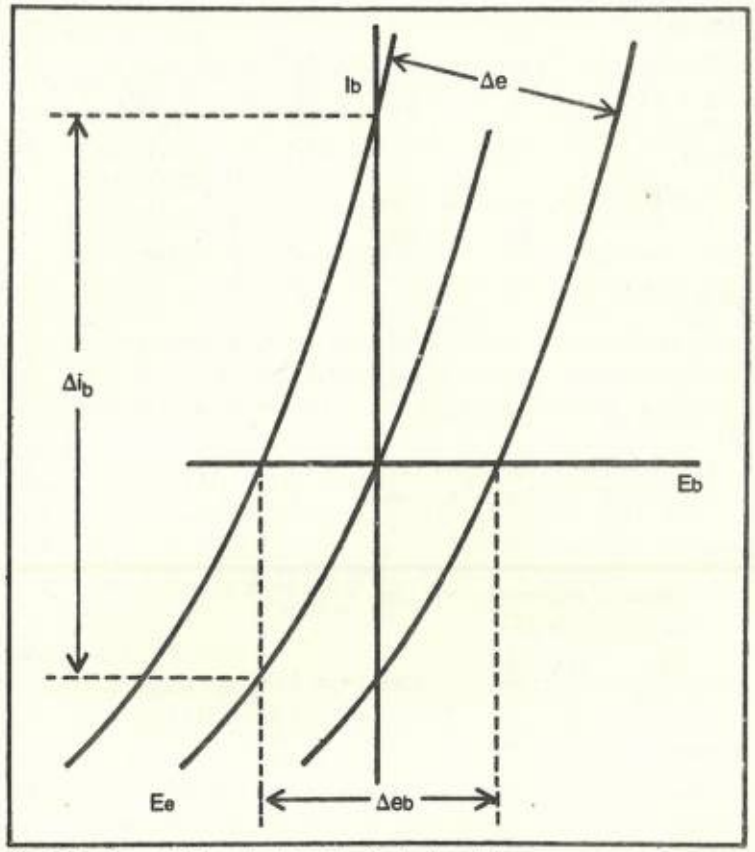



Fig. 10-1 Características de placa de válvula de tríodo.

**Problema 1**

O ponto de funcionamento de um tríodo é definido através da expressão $E_b = +250$ V, $I_b = 10$ mA, $E_c = -4$V. Quando ocorre uma variação da voltagem de placa, de 240 V para 260 V, enquanto a voltagem de grade é mantida em -4 V, a corrente de placa varia de 9,4 mA a 10,6 mA. A resistência de placa de C. A. do tríodo é

A. 8,3 kΩ B. 6 kΩ C. 12 kΩ D. 16,7 kΩ E. 25 kΩ

**Solução**

Variação da voltagem de placa, $\Delta eb = 260 - 240 = 20$ V. A variação corresponde na corrente de placa, $\Delta ib$, é $10,6 - 9,4 = 1,2$ mA.

Resistência de placa de C. A., $r_p = \frac{\Delta e_b}{\Delta i_b} = \frac{20\ V}{1,2\ mA} = 16,7\ k\Omega$. Alternativa D.

**Problema 2**

No Problema 1, a resistência de placa de C. C. do tríodo é
A. 8,3 kΩ B. 6 kΩ C. 12 kΩ D. 16,7 kΩ E. 25Ω

**Solução**

A resistência de placa C. C. é dada por:

$$R_P = \frac{E_b}{I_b} = \frac{250\ V}{10\ mA} = 25\ k\Omega$$ . Alternativa E.

**Problema 3**

No Problema 1, a voltagem de placa é mantida constante em +250 V. Quando a voltagem da grade de controle é variada de -3,8 V para -4,2 V a variação da corrente de placa é de 0,8 mA. A transcondutância do tríodo é de:

A. 0,2 milimho B. 5.000 micromhos C. 0,05 micromhos D. 500 micromhos E. 2.000 micromhos

**Solução**

Variação da tensão de grade, $\Delta e_c = 4{,}2 - 3{,}8 = 0{,}4$ V.
A transcondutância é

$$g_m = \frac{\Delta i_b}{\Delta e_c} = \frac{0{,}8\ mA}{0{,}4\ V} = 2 \text{ milimhos} = 2\,000 \text{ micromhos.}$$

Alternativa E.

**Problema 4**

Utilizando as soluções dos Problemas 1 e 3, o fator de amplificação do tríodo no ponto de funcionamento especificado no Problema 1 é
A. 17 B. 20 C. 8 D. 33 E. 12

**Solução**

Fator de amplificação, $\mu = r_p g_m = 16{,}7 \times 10^3 \times 2.000 \times 10^{-6} = 33$, arredondados. Alternativa D.

**Problema 5**

No Problema 1, a voltagem da grade de controle é variada de -4 V para −3,6 V. Para que valor deve ser variada a voltagem de placa, de maneira a restabelecer a corrente de placa ao nível de 10 mA?
A. 236,6 V B. 243,3 V C. 239,8 V D. 256,7 V E. 263,5 V

**Solução**

Devido a voltagem da grade de controle ter se tornado negativa, houve um aumento no valor da corrente de placa e portanto a voltagem de placa deve ser diminuída de forma a restabelecer o valor original da corrente de placa.



Variação de voltagem requerida, $\Delta e_b = \mu \times \Delta e_c = 33{,}4 \times 0{,}4 = 13{,}4$ V, arredondados.

Valor resultante da voltagem de placa = 250 -13,4 = 236,6 V. Alternativa A.

## AMPLIFICADORES DE POTÊNCIA E VOLTAGEM DE ÁUDIO DE TRÍODO

Nesta seção, usaremos letras maiúsculas para indicar valores com ausência de sinais (constante e imóvel ou C.C.) da voltagem de placa, corrente de placa e tensão de grade, enquanto que as letras minúsculas representarão seus níveis de sinal instantâneos. Para simplificar, deveremos considerar que a entrada de sinal de áudio é uma única onda senoidal cujo equivalente sonoro é uma tonalidade distinta.

Para manter a distorção em um nível mínimo, um amplificador de audiofreqüência de estágio simples (AF) deve ser de Classe A, o que exige que haja um fluxo contínuo da corrente de placa e que a corrente da grade de controle não circule totalmente. Isso é expresso às vezes, dizendo-se que o ângulo de fluxo da corrente de placa é de 360° (o fluxo da corrente de placa através de um ciclo completo do sinal de entrada de áudio) ao passo que o ângulo de fluxo da corrente de grade de controle é de 0°.

**Condições de Imobilidade**

Uma vez que não há fluxo algum de corrente de placa, a corrente no circuito catódico deve ser igual à do circuito de placa, para que as correntes em $R_K$ e $R_L$ sejam iguais (Fig. 10-2/a).

Para um funcionamento de Classe A, o tríodo é freqüentemente polarizado no centro da área aproximadamente linear (reta) da característica de transferência. Isso requer que a polarização seja ajustada aproximadamente entre zero e o ponto de corte, o qual representa o valor dos volts da grade negativa, o que é suficiente para evitar o fluxo da corrente de placa. O valor desta polarização de corte é $-\frac{E_{bb}}{\mu}$ volts, onde $E_{bb}$ é voltagem de alimentação da placa, e portanto a polarização para Classe A é de aproximadamente $-E_{bb}/2\mu$ volts.

Os pontos de polarização para outras classes de funcionamento são apresentados na Fig. 10-2 (b), e seus valores relacionados são:

Classe AB: $-\frac{0{,}75\ E_{bb}}{\mu}$ volts

Classe B. $-\frac{-E_{bb}}{\mu}$ volts (aproximadamente)

Classe C: Entre $\frac{2\ E_{bb}}{\mu}$ e $\frac{-4\ E_{bb}}{\mu}$ volts

A polarização catódica é usada freqüentemente para permitir um funcionamento Classe A. O nível médio de C. C. da corrente de placa

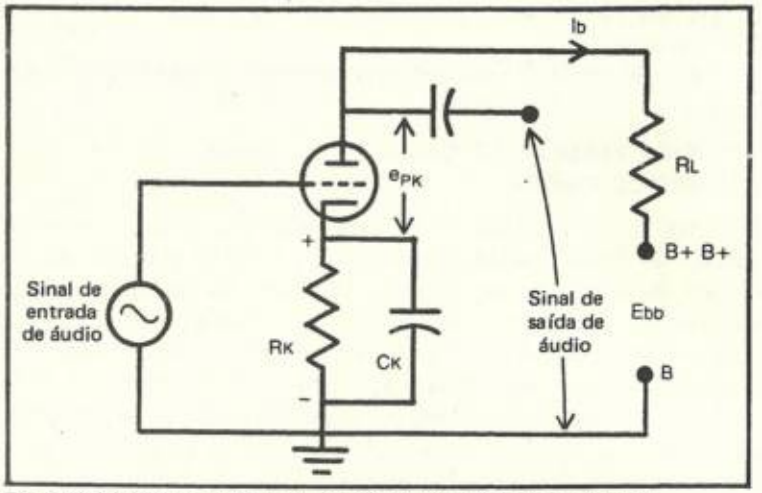



Fig. 10-2 (a) Válvula a vácuo de um circuito amplificador de Classe A.

circula através de $R_K$ e origina uma queda de voltagem que é igual ao valor de polarização exigido. Com referência à Fig. 10-2(a), temos:

Potencial catódico, $E_K = + I_b R_K$

Valor de polarização Classe A = $-I_b R_K$

Voltagem entre placa e terra, $E_b = E_{bb} - I_b R_L$

Voltagem entre placa e cátodo, $E_{PK} = E_b - I_b R_K = E_{bb} - I_b (R_L + R_K)$

Dissipação de potência na placa = $E_{PK} I_b = E_b I_b - I_b^2 R_K = E_{bb} I_b - I_b^2 (R_L + R_K)$

Potência absorvida na placa (C. C. da fonte de B+) = $E_{bb} I_b$.

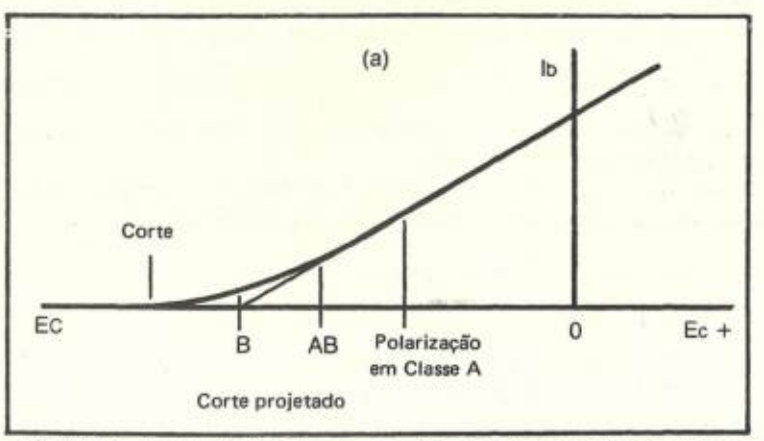



Fig. 10-2 (b) Pontos de polarização para operações de tríodo em Classe A, Classe AB e Classe B.



**Condições de Sinal**

Sob condições de sinal, os níveis médios da voltagem de placa, corrente de placa e voltagem de grade são aproximadamente os mesmos, de acordo com os valores sob condições de imobilidade.

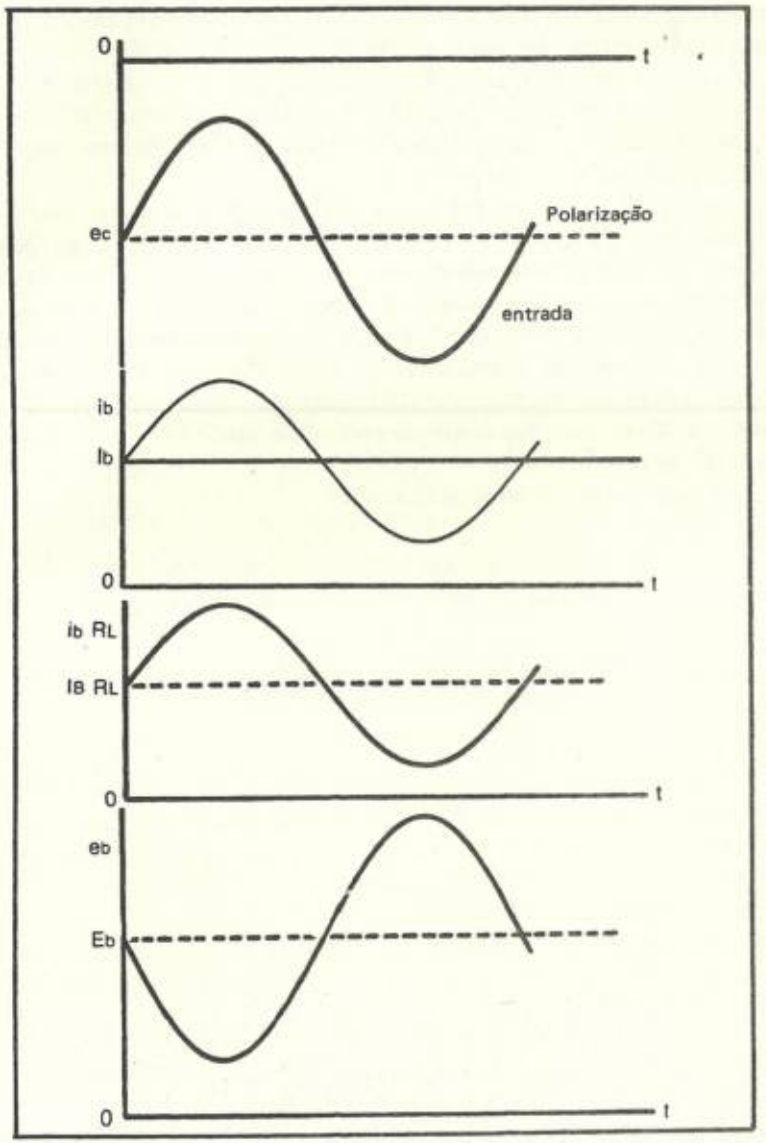



Fig. 10-3 Relacionamento entre a voltagem do sinal, corrente de placa e voltagem de placa de um tríodo operando em Classe A.

A voltagem senoidal de áudio é aplicada em série com a polarização entre a grade de controle e o cátodo, ocasionando uma corrente contínua flutuante na placa cuja componente do sinal está em fase com a voltagem do sinal na grade de controle. A voltagem de placa também apresenta uma corrente contínua flutuante senoidal com uma componente de C. A. que representa o sinal de saída do áudio. Como podemos observar na Fig. 10-3 este sinal está 180° defasado em relação ao sinal de entrada na grade. Se a polarização catódica é usada sem a inclusão de $C_K$, a voltagem do sinal no cátodo está em fase com o sinal de entrada na grade de controle e com a corrente de placa, mas está com uma defasagem de 180° em relação à voltagem de sinal entre a placa e o terra.

Se o valor de pico de entrada de sinal de áudio ultrapassa o nível de polarização, a grade pode tornar-se positiva com relação ao cátodo durante parte do ciclo da voltagem da grade. Isso pode causar um fluxo de corrente de grade gerando em conseqüência uma distorção do sinal de saída. Portanto sob condições Classe A, o valor RMS máximo do sinal de entrada é 0,707 X o valor de polarização. Isso se considerarmos que o ponto de polarização foi corretamente escolhido para não causar uma queda na voltagem de grade para um ponto de corte onde mais tarde poderá ocorrer uma distorção.

O ganho de tensão do amplificador é:

$$A = \frac{\text{Valor RMS da tensão de saída do sinal de áudio (e s)}}{\text{Valor RMS da tensão de entrada do sinal de áudio (e en)}}$$

$$= \frac{\text{Valor RMS de } e_b \text{ (ou valor de pico-a-pico)}}{\text{Valor RMS de } e_c \text{ (ou pico-a-pico)}} = \frac{\mu R_L}{r_p + R_L}$$

A expressão acima para o ganho de tensão está relacionada ao circuito equivalente apresentado na Fig. 10-4. O sinal negativo do $-\mu$ e en indica que há uma defasagem de 180° entre o sinal da grade de entrada e o sinal de placa de saída. A resistência de placa de C. A., $r_p$, pode ser considerada como a resistência interna do gerador equivalente. Se o circuito da Fig. 10-2 e o amplificador seguinte estão acoplados em RC, o resistor de descarga de grade, $R_g$, do estágio seguinte está efetivamente em paralelo com $R_L$ e deve-se considerá-lo ao calcular-se o ganho de tensão. Uma outra expressão para o ganho de tensão é $g_m R$, onde R é a resistência equivalente total de $r_p$, $R_L$ e $R_g$ em paralelo. Note que o valor do ganho de tensão não pode igualar ou ultrapassar o fator de amplificação, $\mu$, se é usado um resistor como a carga anódica. Quanto mais alto for o valor de $R_L$ tanto mais o ganho de tensão se aproximará do valor de $\mu$.



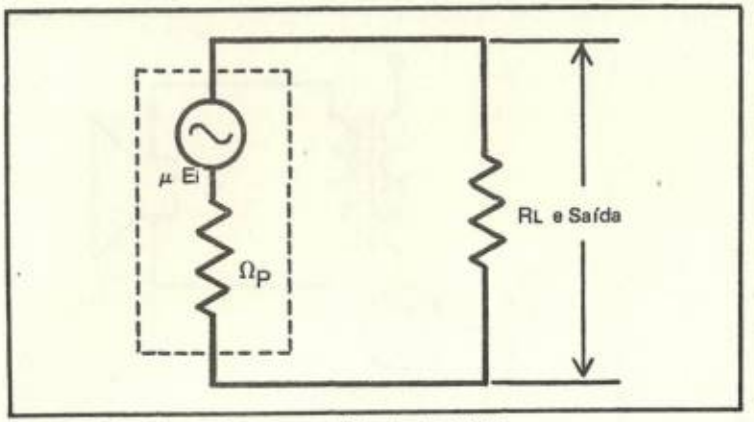



Fig. 10-4 Circuito equivalente amplificador de tríodo.

A potência de saída do sinal será determinada pelos componentes do amplificador, voltagem e corrente de placa.

A potencia de saída do sinal

$$= \frac{\text{(Valor de pico-a-pico de } e_b) \times \text{(Valor de pico-a-pico de } i_b)}{8}$$

$$= \text{(Valor RMS de } e_b) \times \text{(Valor RMS de } i_b)$$

$$= \text{(Valor RMS de } i_b)^2 \times R_L$$

$$= \frac{\text{(Valor RMS de } e_b)^2}{R_L}$$

O rendimento anódico compara-se à potência de saída do sinal com a potência de entrada anódica de C. C., e é dado por:

$$\text{Rendimento anódico} = \frac{\text{Potência de saída do sinal}}{\text{Potência de entrada anódica de C. C.}} \times 100\%$$

**Capacitor catódico, $C_K$**

O resistor de polarização catódica é comum aos circuitos cátodo-grade e ânodo-grade. Sem a presença de $C_K$, a componente do sinal da corrente de placa poderia desenvolver uma voltagem de sinal através de $R_K$. Esta poderia estar 180° defasada em relação ao sinal de entrada de áudio e representaria então uma realimentação negativa ou degenerativa. Seu efeito seria reduzir o ganho de voltagem da amplificação. Para evitar isso, $C_K$ (capacitor catódico) é um capacitor de derivação ou desacoplamento que oferece uma baixa reatância (comparada com o valor de $R_K$) às freqüências existentes no sinal de áudio. Tomando a música como um exemplo, sua faixa de freqüência irá estender-se de 100 Hz a muitos kHz. O proce-

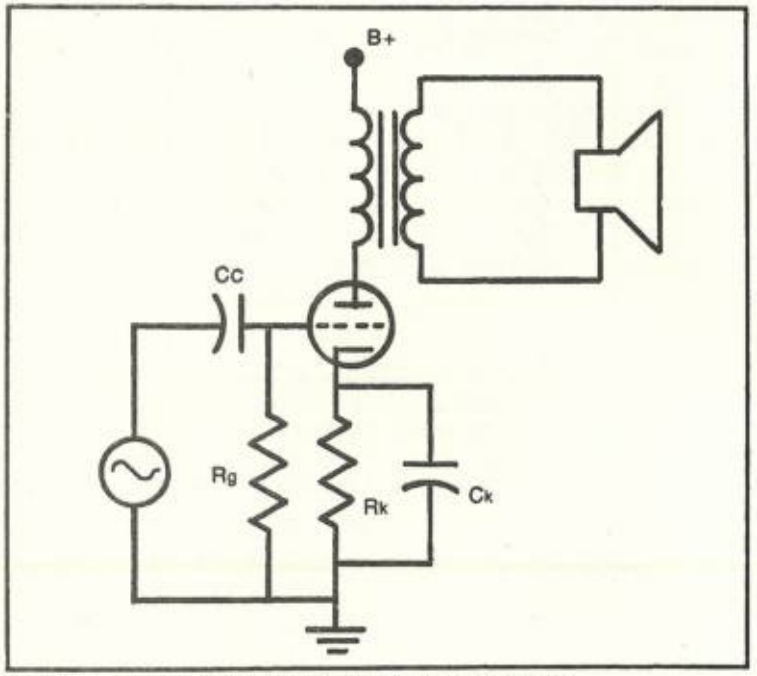


Fig. 10-5 Circuito amplificador de potência de tríodo típico.

dimento correto é fazer com que a reatância de $C_K$ não ultrapasse 1/10 do valor de $R_K$ na freqüência mais baixa a ser derivada. Nestes termos, a fórmula de $C_K$ é:

$$C_K = \frac{1{,}59 \times 10^6}{f\,R_K} \text{ microfarads}$$

onde $R_K$ é o valor do resistor catódico, em ohms, e f é a freqüência mais baixa a ser derivada em Hz. Para amplificadores de áudio, os valores de $C_K$ são, normalmente, de muitos microfarads, enquanto que, para amplificadores de RF, $C_K$ é 0,01 $\mu$F ou menos. Deve-se salientar que o funcionamento em condições Classe A também é necessário em estágios de recepção, tais como a radiofreqüência e amplificadores de voltagem de freqüência intermediária; tais estágios utilizam normalmente polarização catódica a fim de permitir as condições de imobilidade requeridas.

### Amplificadores de Potência de Áudio de Tríodo

A Fig. 10-5 representa um amplificador de potência de áudio de tríodo, o qual está sendo usado como estágio de saída de um receptor. Os requisitos Classe A são os mesmos para os amplificadores de voltagem já



estudados, mas a válvula poderia ter, provavelmente, um $\mu$ de valor baixo, um $r_p$ também baixo e um $g_m$ alto desde que um tríodo tivesse capacidade de conduzir uma voltagem do sinal de entrada de valor alto e também produzir uma alta potência de saída de áudio. Sob condições ideais de máxima potência de saída de áudio com uma distorção mínima, o valor requerido para a carga anódica é de 2 $r_p$. Uma vez que o enrolamento indutor do transformador de adaptação poderia ter uma baixa resistência, o nível médio de C. C. da voltagem de placa-ao-terra seria virtualmente igual ao valor da fonte B+.

### Problema 1

Sob condições de imobilidade no circuito da Fig. 10-6, a corrente de placa é de 8 mA. A voltagem de placa-ao-terra é:

A. 120 V B. 124,6 V C. 130 V D. 5,44 V E. 250 V

### Solução

Queda de voltagem do resistor de carga anódica = $I_bR_L$ = 8 mA X 15 k$\Omega$ = 120 V. Voltagem de placa-ao-terra, $E_b = E_{bb} - I_bR_L$ = 250 - 120 = 130 V. Alternativa C.

### Problema 2

No Problema 1, o valor da polarização catódica é

A. 5,4 V B. 2,7 V C. 10,8 V D. 4,1 V E. 124,6 V

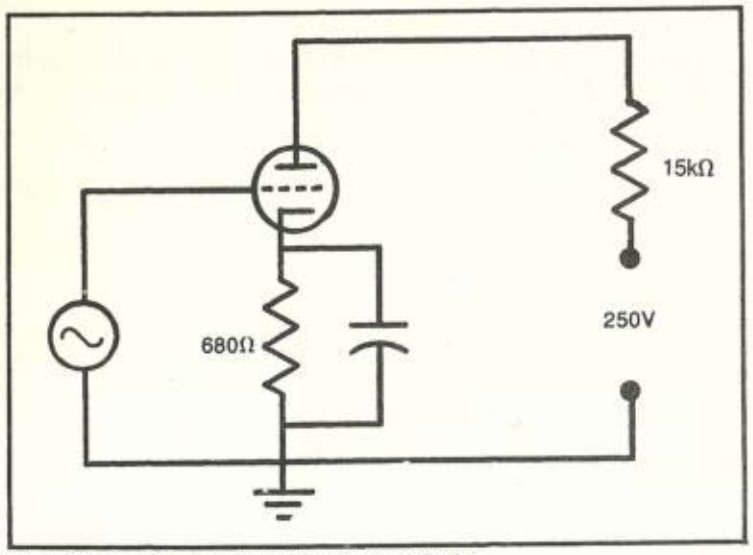


Fig. 10-6 Circuito amplificador de sinais de áudio.

**Solução**

Valor da polarização catódica = $I_bR_K = 8 \times 10^{-3} \times 680 = 5{,}4$ V, arredondados. Alternativa A.

**Problema 3**

No Problema 1, a voltagem de placa-ao-terra é:
A. 120 V B. 124,6 V C. 130 V D. 10,8 V E. 250 V

**Solução**

Voltagem de placa-ao-terra, $E_pK = E_b - I_bR_K = 130 - 5{,}4 =$ $= 124,6$ V. Alternativa B.

**Problema 4**

No Problema 1, a dissipação de placa é:
A. 1.040 mW B. 960 mW C. 2,0 mW D. 0,98 W E. 1,0 W

**Solução**

Dissipação de placa = (voltagem de placa-ao-terra) × $I_b$ = 124,6 V × 8 mA = 996,8 mW = 1,0 W, arredondados. Alternativa E.

**Problema 5**

No Problema 1, a potência de entrada de C. C. é
A. 1.040 mW B. 960 mW C. 2,0 W D. 0,98 W E. 1,0 W

**Solução**

A potência de entrada de C. C. (potência de entrada de placa) da fonte B+ = $E_{bb} \times I_b$ = 250 V × 8 mA = 2.000 mW = 2 W. Alternativa C.

**Problema 6**

No Problema 1, o fator de amplificação da válvula é 18. O valor da polarização de corte é
A. -5,4 V B. -10,8 V C. +10,8 V D. -16,2 V E. -13,9 V

**Solução**

Valor da polarização de corte = $\frac{-E_{bb}}{\mu} = -\frac{250}{18} = -13{,}9$V, arredondados. Alternativa E.

**Problema 7**

No Problema 1, considera-se que o sinal de entrada de áudio é uma onda senoidal simples. O máximo valor permissível RMS para o sinal é
A. 3,8 V B. 5,4 V C. 13,9 V D. 9,9 V E. 2,7 V



**Solução**

O valor da polarização catódica é −5,4 V (veja a solução do Problema 3), que é menor que o valor de -13,9 V, da polarização de corte. Portanto, o mais alto valor RMS permissível para o sinal de entrada é
0,707 × 5,4 = 3,8 V, arredondados. Alternativa A.

**Problema 8**

No Problema 1, a resistência de placa de C. A. do tríodo é de 10 kΩ. O ganho de voltagem do amplificador é
A. 18 B. 15 C. 13,3 D. 12 E. 10,8

**Solução**

Ganho de tensão = $\frac{\mu R_L}{r_p + R_L} = \frac{18 \times 15\ k\Omega}{10\ k\Omega + 15\ k\Omega} = \frac{18 \times 15}{25}$

= 10,8. Alternativa E.

**Problema 9**

No Problema 8, o amplificador de áudio está agora acoplado ao estágio seguinte. Se o estágio seguinte de amplificação usa um resistor de descarga de grade de 270 kΩ, o ganho de potencial resultante do primeiro estágio é
A. 10,8 B. 10,7 C. 10,6 D. 10,5 E. 10,4

**Solução**

A carga de placa eficaz, no primeiro estágio, consiste do resistor de carga de placa e do resistor de descarga de grade de 270 kΩ em paralelo.

Resistência total de carga na placa = $\frac{15 \times 270}{15 + 270} = \frac{15 \times 270}{285}$

= 14,2 kΩ, arredondados.

Ganho de potencial resultante = $\frac{18 \times 14{,}2}{10 + 14{,}2} = \frac{18 \times 14{,}2}{24{,}2} = 10{,}6$

Ou, de forma alternativa,

$$g_m = \frac{\mu}{r_p} = \frac{18}{10\ k\Omega} = 1{,}8 \text{ milimhos} = 1.800 \text{ micromhos.}$$

A resistência equivalente de carga total, R, consiste de $r_p$ (10 kΩ), $R_L$ (15 kΩ) e $R_g$ (270 kΩ) em paralelo. Uma vez que a resistência de $R_L$ e $R_g$ em paralelo é 14,2 kΩ, temos que

$$R = \frac{10 \times 14{,}2}{10 + 14{,}2} = 5{,}87\ k\Omega, \text{ arredondados.}$$

Ganho resultante de potencial = $g_m R = 1{,}8 \times 10^{-3} \times 5{,}87 \times 10^3 =$ 10,6, arredondados. Alternativa C.

**Problema 10**

O circuito da Fig. 10-6 é usado para amplificar sinais de áudio dentro de uma faixa de 50 Hz a 15 kHz. O valor requerido de $C_K$ é:

A 24 $\mu$F B. 47 $\mu$F C. 12 $\mu$F D. 2,4 $\mu$F E. 4,8 $\mu$F

**Solução**

A reatância de $C_K$ deve ser igual a um décimo do valor de $R_K$ na freqüência mais baixa de 50 Hz. O valor exigido para Ck é:

$$\frac{1{,}59 \times 10^6}{fR_K} = \frac{1{,}59 \times 10^6}{50 \times 680} = 47\ \mu F,$$ arredondados. Alternativa B.

O valor que também poderia ser usado, seria 50 $\mu$F, com uma taxa nominal de 10 V.

**Problema 11**

A entrada de sinal de áudio do circuito da Fig. 10-6 é uma onda senoidal com valor RMS de 2,5 V. Considerando-se os valores de $\mu$ e $r_p$ nos Problemas 6 e 8, a oscilação da voltagem de pico-a-pico na placa é de

A. 76 V B. 27 V C. 38 V D. 62 V E. 30 V

**Solução**

O ganho de voltagem do amplificador é 10,8 (pela solução do Problema 8) e portanto o valor RMS do sinal de saída de áudio é de $2{,}5 \times 10{,}8 =$ 27 V. A oscilação da voltagem na placa é $27 \times 2{,}828 = 76{,}4$ V = 76 V, arredondados. Alternativa A.

**Problema 12**

No Problema 11, a oscilação de pico-a-pico da corrente de placa é

A 1,8 mA B. 3,2 mA C. 5,1 mA D. 4,7 mA E. 2,6 mA

**Solução**

A oscilação de pico-a-pico da corrente de placa é expressa da seguinte forma:

$$\frac{\text{Oscilação de pico-a-pico na voltagem de placa}}{R_L} = \frac{76{,}4\ V}{15\ k\Omega}$$

= 5,1 mA, arredondados. Alternativa C.



**Problema 13**

No Problema 11, a potência de saída do sinal é:

A. 390 mW B. 194 mW C. 97 mW D. 49 mW E. 24 mW

**Solução**

Potência de saída do sinal =

$$\frac{(\text{Oscilação de pico-a-pico em } e_b) \times (\text{Oscilação de pico-a-pico em } i_b)}{8}$$

$$= \frac{76{,}4\ V \times 5{,}1\ mA}{8} = 49\ mW,$$ arredondados.

Usando a solução do Problema 11, a potência de saída do sinal pode ser determinada de forma alternativa através do seguinte cálculo:

$$\frac{(\text{Valor RMS de } e_b)^2}{R_L} = \frac{27^2}{15\ k\Omega} = 49\ mW,$$ arredondados. Alternativa D.

**Problema 14**

No Problema 10, o rendimento de placa é:

A 9,8% B 19% C. 39% D. 2,4% E. 4,9%

**Solução**

Empregando as soluções dos Problemas 5 e 13,

$$\text{Rendimento anódico} = \frac{\text{Potência de saída do sinal}}{\text{Potência de C.C. absorvida na placa}} \times 100\% =$$

$$= \frac{49\ mW}{1{,}0\ W} \times 100 = 4{,}9\%,$$ arredondados. Alternativa E.

Observe que o rendimento de placa de um amplificador de voltagem de Classe A é sempre extremamente baixo, uma vez que, neste tipo de estágio, o mais importante requisito é um ganho de potencial com mínimo de distorção ao invés de um potencial de saída de sinal de áudio elevado.

**Problema 15**

Um amplificador de voltagem de áudio de tríodo possui característica dinâmica de transferência que é aproximadamente linear entre as voltagens da grade de controle, de -0,5 V, e -9,5 V. Um funcionamento médio de Classe A iria exigir uma polarização da grade de controle de:

A. -0,5 V B. -4,5 V C. -5,0 V D. -5,5 V E. -9,5 V

**Solução**

A polarização requerida na grade de controle é

$$\frac{(-0{,}5) + (-9{,}5)}{2} = -5{,}0\text{V}.$$ Alternativa C.

**Problema 16**

No Problema 15, o sinal de áudio de entrada é uma onda senoidal de 1.000 Hz. O valor RMS máximo permissível para esta onda senoidal é

A. 4,5 V B. 3,5 V C. 5,0 V D. 3,2 V E. 2,25 V

**Solução**

O valor de pico do sinal de áudio não pode ultrapassar

$$\frac{(-0,5) - (-9,5)}{2} = 4.5V.$$

Valor RMS máximo = 4,5 X 0,707 = 3,2 V, arredondados. Alternativa D.

**Problema 17**

O estágio de saída da potência de áudio de um receptor utiliza um tríodo cuja resistência de placa de C. A. é de 1,2 kΩ. Se a impedância do alto-falante é de 4 ohms, as condições ideais de funcionamento são conseguidas através de um transformador adaptador que possui uma razão de espiras de:

A. 600 : 1 B. 300 : 1 C. 17 : 1 D. 24 : 1 E. 12 : 1

**Solução**

Para a obtenção de condições ideais de funcionamento é preciso casar a impedância do alto-falante de 4 ohms com duas vezes o valor de $r_P$, ou 2,4 kΩ. A razão de espiras é:

$$\frac{N_P}{N_s} = \sqrt{\frac{Z_P}{Z_s}} = \sqrt{\frac{2\,400}{4}} = \sqrt{600} = 24{:}1, \text{ arredondados.}$$

Alternativa D.

**Problema 18**

Para finalidades de teste aplica-se uma onda senoidal de 1.000 Hz à grade de controle do amplificador de potência de tríodo na Fig. 10-5. Se o valor RMS da oscilação da voltagem de placa é de 80 V e a fonte B+ é 250 V, a máxima voltagem instantânea de placa é aproximadamente de:

A. 250 V B. 113 V C. 226 V D. 330 V E. 363 V

**Solução**

O valor de pico de oscilação da voltagem de placa é de 80 X 1,414 = 113 V, arredondados. O nível médio de voltagem de C. C. na placa é aproximadamente igual ao valor de B+, o qual é 250 V. A máxima voltagem instantânea de placa é 250 + 113 = 363 V. Alternativa E.



## REALIMENTAÇÃO NEGATIVA EM AMPLIFICADORES DE ÁUDIO

A introdução de uma realimentação negativa em um amplificador de áudio exige que uma fração, $\beta$, do sinal de saída, seja realimentada em oposição ao sinal de entrada. Apesar da desvantagem que ocorre com a redução do ganho de amplificação, a realimentação negativa ou degenerativa apresenta as seguintes propriedades:

1. Estabilização de ganho de voltagem do amplificador evitando variações nos parâmetros do dispositivo ativo (válvula ou transístor).
2. Redução na distorção de amplitude causada pela não-linearidade das características da válvula ou transístor.
3. Redução da freqüência e da distorção de fase, produzida pelas capacitâncias intereletródica, parasita e de junção.
4. Redução do ruído.
5. Variações nas impedâncias do estágio de entrada e de saída.

Observe que as características 2, 3 e 4 referem-se à distorção e ao ruído que se originam dentro do próprio estágio. A realimentação negativa não tem nenhum efeito sobre distorções e ruídos criados em estágio anterior.

### Ganho de Voltagem com Realimentação Negativa

No esquema da Fig. 10-7, o sinal aplicado entre a grade e o cátodo é a soma do sinal de entrada de áudio entre a grade e o terra, $V_i$, e a voltagem de realimentação negativa, $-\beta V_o$. Portanto,

Sinal entre grade e cátodo = $V_i - \beta V_o$

Sinal de saída de áudio, $V_o$ = A X (sinal entre grade e cátodo) = A ($V_i - \beta V_o$)

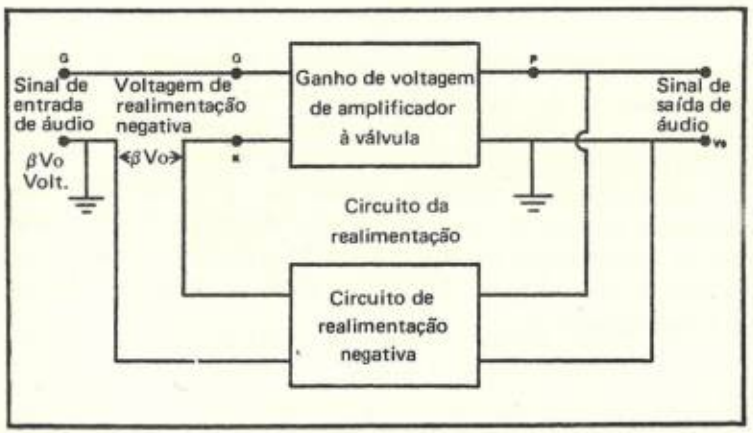



Fig. 10-7 Diagrama de conjunto de um amplificador com realimentação negativa.

Ganho do amplificador com a realimentação negativa, $A' = \frac{V_o}{V_i} = \frac{A}{1 + A\beta}$

Se $A\beta$ tem valor consideravelmente maior que 1, o A' tenderá a ter um valor de $\frac{A}{A\beta} = \frac{1}{\beta}$, que é independente de A. Conseqüentemente, o A' será ligeiramente afetado por quaisquer variações que possam ocorrer nos parâmetros da válvula ou transístor.

Uma vez que $A' = \frac{A}{1 + A\beta}$, $A = \frac{A}{1 - A'\beta}$ e $\beta = \frac{1}{A'} - \frac{1}{A} = \frac{A - A'}{A\,A'}$

O fator de realimentação, $\beta$, também pode ser expresso por meio de uma fração ou percentagem.

Os dois circuitos básicos de realimentação negativa são apresentados na Fig. 10-8. A Fig. 10-8 (a) representa uma realimentação de negativa voltagem na qual a tensão do sinal de saída de áudio, $V_o$, divide-se entre $R_1$ e $R_2$ (C é apenas um condensador de bloqueio de C. C.). A voltagem, $-\beta V_o$, que se desenvolve através de $R_1$, é aplicada como uma realimentação negativa ao sinal de entrada, $V_i$.

O fator de realimentação,

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

e o ganho de tensão do amplificador como resultado da realimentação é

$$A' = \frac{A}{1 + A\,\beta}$$

onde

$$A = \frac{\mu R_L}{r_p + R_L}$$

Essa expressão para o ganho de tensão sem realimentação, A, é aplicada quando o valor de $R_1 + R_2$ é suficientemente alto de forma que o valor equivalente da resistência de carga da placa não seja muito afetado pela ação de derivação (shunt) causada pelos dois resistores.

A realimentação de corrente, apresentada na Fig. 10-8 (b), utiliza a componente do sinal da corrente de placa a fim de desenvolver uma voltagem de realimentação negativa através do resistor de cátodo não derivado, $R_K$; $\beta$, então, é igual a $R_K/R_L$, e o ganho de tensão do amplificador com a realimentação, é:

$$A' = \frac{A}{1 + A\,\beta}$$

onde

$$A = \frac{\mu R_L}{r_p + R_K + R_L}$$



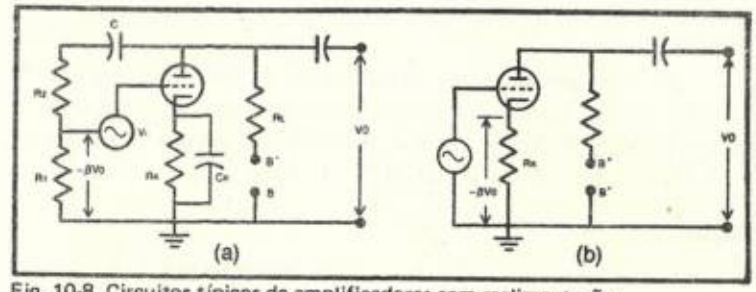



Fig. 10-8 Circuitos típicos de amplificadores com realimentação.
(A) Realimentação de voltagem. (B) Realimentação de corrente.

Essas equações podem ser usadas para mostrar que

$$A' = \frac{\mu R_L}{r_p + R_L + R_K\,(1 + \mu)}$$

**Problema 1**

O ganho de tensão de um amplificador sem realimentação negativa é de 35. Se introduzirmos 20% de realimentação negativa no circuito, o ganho resultante do amplificador será:

A. 17,5 B. 7 C. 5 D. 4,8 E. 4,4

**Solução**

Já que

$A = 35$ e $\beta = \frac{20}{100} = 0{,}2$, o ganho com a realimentação é

$$A' = \frac{A}{1 + A\beta} = \frac{35}{1 + (35 \times 0{,}2)} = \frac{35}{1 + 7}$$

$$= \frac{35}{8} = 4{,}4, \text{ arredondados. Alternativa E.}$$

**Problema 2**

O ganho de tensão de um amplificador com realimentação degenerativa é de 8. Se o fator de realimentação negativa é 1/10, o ganho do amplificador sem a realimentação será:

A. 10 B. 20 C. 40 D. 80 E. 25

**Solução**

Uma vez que $A' = 8$ e $\beta = \frac{1}{10}$, o ganho sem realimentação é

$$A = \frac{A'}{1 - A'\beta} = \frac{8}{1 - (8 \times 0{,}1)} = \frac{8}{0{,}2} = 40. \text{ Alternativa C.}$$

**Problema 3**

O ganho de tensão de um amplificador de áudio sem realimentação negativa é de 25. Quando se introduz no circuito uma realimentação degenerativa, o ganho de tensão cai para 10. A percentagem de realimentação é

A. 5% B. 6% C. 7,5% D. 10% E. 12%

**Solução**

Desde que A = 25 e o A′ = 10, o fator de realimentação é

$$\beta = \frac{A - A'}{AA'} = \frac{25 - 10}{25 \times 10} = \frac{15}{250}$$

Percentual de realimentação = $\frac{15 \times 100}{250}$ = 6%. Alternativa B.

**Problema 4**

Na Fig. 10-9, o percentual de realimentação negativa é

A. 5,4% B. 6,6% C. 7,0% D. 7,3% E. 8,2%

**Solução**

Fator de realimentação, $\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{33\ k\Omega}{470\ k\Omega + 33\ k\Omega} =$

$= \frac{33}{503}$

Percentual de realimentação = $\frac{33 \times 100}{503}$ = 6,6%, arredondados. Alternativa B.

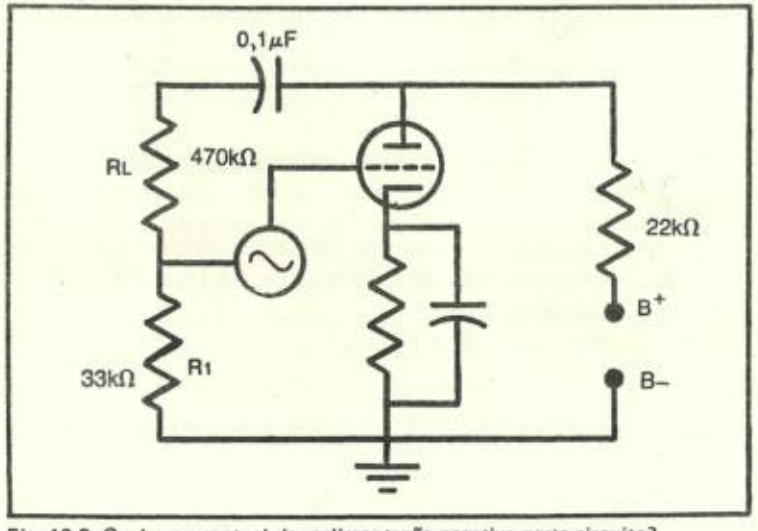



Fig. 10-9 Qual o percentual de realimentação negativa neste circuito?



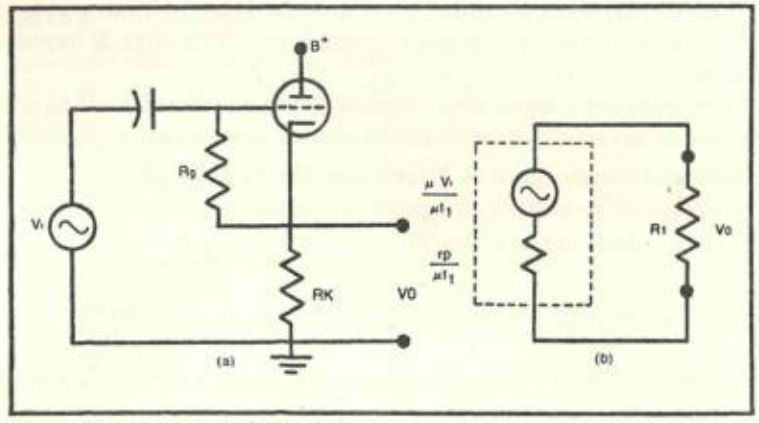



Fig. 10-10 Circuito seguidor catódico.

**Problema 5**

No Problema 4, o fator de amplificação de tríodo é 24 e sua resistência de placa de C. A. é de 11 kΩ. O ganho de tensão com a realimentação é

A. 16 B. 15,2 C. 11,7 D. 9,3 E. 7,9

**Solução**

Ganho de tensão sem realimentação,

$$A = \frac{\mu R_L}{r_p + R_L} = \frac{24 \times 22}{11 + 22} = 16.$$

Ganho de tensão com realimentação, $A' = \frac{16}{1 + (16 \times 0{,}066)} =$

= 7,9, arredondados. Alternativa E.

## SEGUIDOR CATÓDICO

O circuito seguidor catódico apresentado na Fig. 10-10 (a) é um exemplo de realimentação negativa de voltagem, com um fator de realimentação, $\beta$, unitário. As características do circuito são:

1. Ausência de quaisquer variações de fase entre o sinal de saída do cátodo-terra e o sinal de entrada grade-terra (a saída catódica "segue" a entrada da grade).
2. Ganho de tensão menor que 1.

O ganho de voltagem é $A' = \frac{A}{A + 1}$, onde o $A = \frac{\mu R_K}{(r_p + R_K)}$,

considerando-se que nenhuma carga é ligada a $R_K$.

3. Impedância de entrada mais alta e impedância de saída mais baixa se comparada a um amplificador convencional de cátodo aterrado.

Este circuito é um dispositivo de casamento de impedâncias e pode ser usado para casar uma fonte de alta impedância com uma carga de impedância baixa.

Apresentamos a seguir uma comparação entre as impedâncias de saída e entrada de um amplificador de tríodo comum e um seguidor catódico:

**Amplificador Convencional de Tríodo com Cátodo Aterrrado**

Impedância de entrada: A ligação em paralelo, de $R_g$, $C_{gK}$, e $(A + 1)$ $C_{gp}$ (que é o resultado do efeito Miller), onde $A = \frac{\mu R_L}{r_p + R_L}$

e $C_{gK}$ e $C_{gp}$ são as capacitâncias intereletródicas grade-cátodo e grade-placa.

Impedância de saída: A ligação em paralelo de $R_L$, $r_p$, e $C_{pK}$ (capacitância intereletródica placa-cátodo).

**Seguidor Catódico de Tríodo**

Impedância de entrada:

$$(A + 1)\, R_g,\ \frac{C_{gk}}{1 + A} \text{ e } C_{gp}, \text{ em paralelo, onde:}$$

$$A = \frac{\mu R_K}{r_p + R_K}$$

Impedância de saída: $R_K$, $\frac{r_p}{\mu + 1}$, e $C_{pK}$, em paralelo [Fig. 10-10 (b)].

**Problema 1**

Na Fig. 10-10 (a), $R_K = 10\ k\Omega$, $R_g = 1$ M ohm, $r_p = 8\ k\Omega$ e $\mu = 20$. O ganho de tensão do seguidor catódico é

A. 0,91 B. 0,92 C. 0,93 D. 0,94 E. 0,95

**Solução**

Ganho de voltagem = $\frac{A}{A + 1}$

onde

$$A = \frac{\mu R_K}{r_p + R_K} = \frac{20 \times 10}{8 + 10} = 11{,}1, \text{ arredondados.}$$

Ganho de voltagem = $\frac{11{,}1}{12{,}1} = 0{,}92$, arredondados. Alternativa B.



**Problema 2**

No Problema 1, a resistência de entrada do estágio é

A. 1 M ohm B. 90 kΩ C. 0,92 M ohm D. 11,1 M ohm E. 12,1 M ohms.

**Solução**

Resistência de entrada = $(A + 1)R_g$ = 12,1 M ohms. Alternativa E.

**Problema 3**

No Problema 1, a resistência de saída do seguidor catódico é

A. 10 kΩ B. 400 kΩ C. 381 ohms D. 367 ohms E. 352 ohms

**Solução**

A resistência de saída compõe-se de $R_K$ (10 kΩ), em paralelo com

$$\frac{r_p}{\mu + 1} = \frac{8}{21}\ k\Omega = 381\Omega, \text{ arredondados.}$$

Resistência de saída = $\frac{381 \times 10.000}{10.000 + 381} = 367$ ohms, arredondados. Alternativa D.

Observe que a resistência de saída é aproximadamente igual a

$$\frac{1}{g_m} = \frac{r_p}{\mu} = \frac{8000}{20} = 400\Omega.$$

## AMPLIFICADORES DE POTÊNCIA E VOLTAGEM DE ÁUDIO E DE PÊNTODO

A Fig. 10-11 apresenta uma ilustração de um amplificador de voltagem de pêntodo de AF, de Classe A, análoga àquela do amplificador de

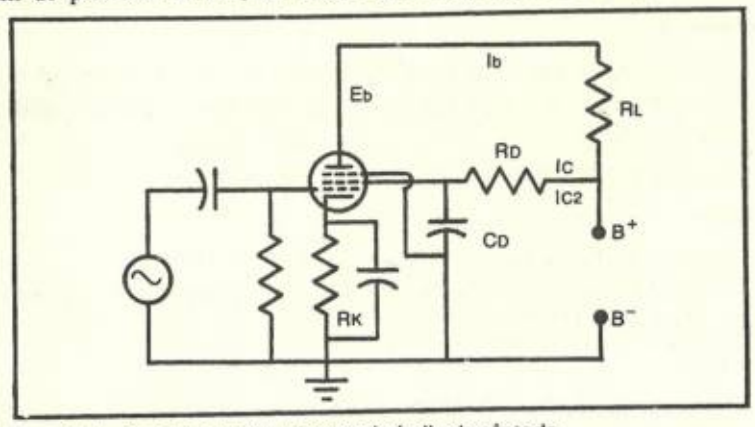



Fig. 10-11 Amplificador de voltagem de áudio de pêntodo.

tríodo anteriormente tratado. Contudo, uma vez que a polarização de corte depende da voltagem de grade de blindagem tanto quanto da voltagem de placa, a expressão anterior para a polarização de corte

$$\left(\frac{-E_{bb}}{\mu}\right)$$

já não se aplica mais. A corrente catódica $I_K$ é a soma da corrente de grade de blindagem ($I_{C2}$) e da corrente de placa ($I_b$), de maneira que $I_K = I_{C2} + I_b$. $R_D$ é usado como um resistor de queda de voltagem de forma a aplicar o potencial positivo necessário à grade de blindagem e, assim, o potencial de blindagem, $E_{C2}$, é $E_{bb}$ menos a queda de voltagem em $R_D$ = $= E_{bb} - I_{C2}R_D$. $C_D$ é o capacitor de passagem auxiliar para $R_D$ de forma que a grade de blindagem está virtualmente no potencial do terra quanto ao sinal. O valor de $C_D$ é escolhido tipicamente de forma que sua reatância é igual a $\frac{R_D}{10}$ na freqüência mais baixa a ser derivada.

O valor da polarização catódica é $I_KR_K = (I_{C2} + I_b)R_K$, e o potencial de placa, $E_b = E_{bb} - I_bR_L$.

Os pêntodos usados para a amplificação de voltagem de áudio possuem um $r_p$ alto da ordem de 1 M ohm, de forma que pode ser ignorado na fórmula do ganho de tensão (voltagem). O ganho de voltagem é por conseguinte $g_mR$, onde R é a resistência equivalente total do resistor de carga, $R_L$ em paralelo com o resistor de escape de grade, $R_g$, do estágio seguinte (se houver).

A operação do amplificador de potência de áudio de pêntodo (Fig. 10-12) é semelhante à do amplificador de potência de tríodo. Observe que é prática comum ligar a grade de blindagem diretamente ao B+. Isto permite que o pêntodo funcione em seu máximo $g_m$ para a obtenção de uma saída força elevada. Além disso, a válvula de potência, $r_p$, terá um valor consideravelmente àquele do pêntodo amplificador de voltagem.

**Problema 1**

Sob condições quiescentes, na Fig. 10-11, $I_b = 3$ mA, $I_{C2} = 0{,}5$ mA. Se $R_K = 680$ ohms, $R_L = 33$ kΩ, $R_D = 220$ kΩ e $E_{bb} = 250$ V, o valor de polarização catódica é

A. 0,34 V B. 2,0 V C. 2,4 V D. 1,7 V E. 2,1 V

**Solução**

Corrente catódica, $I_K = I_b + I_{c2} = 3{,}0 + 0{,}5 = 3{,}5$ mA.

Polarização catódica = $I_KR_K = 3{,}5 \times 10^{-3} \times 680 = 2{,}4$ V, arredondados. Alternativa C.

**Problema 2**

No Problema 1, o potencial de placa é

A. +151 V B. +135 V C. +234 V D. -135 V E. + 148 V



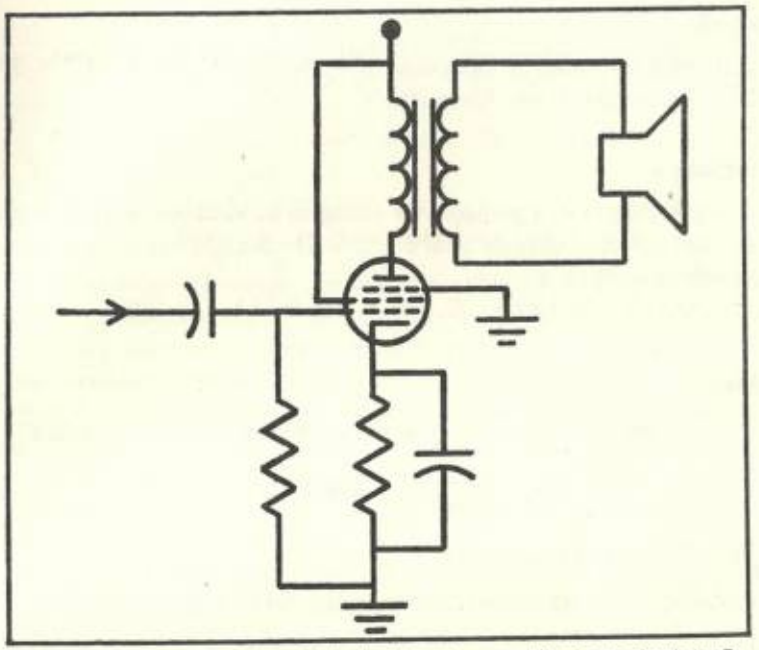


Fig. 10-12 Amplificador de potência de pêntodo com a blindagem ligada ao B+.

**Solução**

Potencial de placa, $E_b = +(E_{bb} - I_bR_L) = +(250 - 3\text{ mA} \times 33\text{ k}\Omega) =$ $= +(250 - 99) = +151$ V. Alternativa A.

**Problema 3**

No Problema 1, o potencial da grade de blindagem é

A. +138 V B. +140 V C. +151 V D. +110 V E. -138 V

**Solução**

Potencial da grade de blindagem = $+(E_{bb} - I_{C2}R_D) = +(250 - 0{,}5$ mA $\times$ 220 kΩ) = +(250 – 110 V) = +140 V. Alternativa B.

**Problema 4**

No Problema 1, a transcondutância do pêntodo é de 2.200 micromhos. Considerando que a resistência de placa de C. A. do pêntodo excede 1 M ohm e, portanto, pode ser desprezada quando consideramos seu efeito de derivação (shunt) em $R_L$, o ganho de tensão do amplificador é

A. 66 B. 33 C. 6,6 D. 17 E. 73

**Solução**

Ganho de voltagem do pêntodo = $g_m R_L = 2.200 \times 10^{-6} \times 33 \times 10^3 = 73$, arredondados. Alternativa E.

**Problema 5**

No Problema 4, a oscilação de voltagem da onda senoidal pico-a-pico, na placa, sob condições de sinal é 135 V. O valor RMS da entrada de sinal na grade de controle é

A. 0,93 V B. 1,32 V C. 0,66 V D. 0,78 V E. 1,96 V

**Solução**

A entrada de voltagem do sinal pico-a-pico na grade de controle é

$$\frac{135}{72,6} = 1,859\,5\ldots$$

O valor RMS do sinal de entrada é

$$\frac{1,859\,5\ldots}{2} \times 0,707 = 0,66 \text{ V, arredondados. Alternativa C.}$$

## AMPLIFICADORES DE RF DE POTÊNCIA – MULTIPLICADORES DE FREQÜÊNCIA

A Fig. 10-13 apresenta um estágio de RF que utiliza uma válvula de feixe eletrônico. Observe que um circuito análogo de tríodo teria que ser neutralizado de forma a eliminar a realimentação através do controle da capacitância intereletródica. O sinal é uma onda senoidal e a carga da placa é um circuito tanque comumente usado em amplificadores de potência de RF. Desde que a resistência de L é muito baixa, o nível médio de C. C. da voltagem da placa é aproximadamente igual a voltagem de fonte de placa, $E_{bb}$. O potencial de blindagem é determinado tanto por um simples resistor de queda (como na Fig. 10-11), ou através de um divisor de voltagem $R_1R_2$ (Fig. 10-13).

A maioria dos amplificadores de RF são de Classe C a fim de se obter um rendimento elevado da placa. Para estes estágios a polarização é entre duas a quatro vezes o valor de corte com um ângulo de fluxo de corrente da placa de 120° a 150° (Fig. 10-15). A forma de onda da corrente de placa é grandemente distorcida, mas pode ser analisada como um nível médio de C. C. juntamente com uma fundamental (da mesma freqüência do sinal de entrada) e todas as harmônicas. Contudo, desde que a carga da placa é um circuito tanque, pode ser sintonizada na freqüência de entrada e sua seletividade será então discriminada pelas harmônicas, de forma que a oscilação de voltagem da placa é virtualmente uma onda senoidal pura.



$$\text{Potência da RF de saída, } P_o = \frac{(\text{Valor RMS da oscilação de voltagem de placa})^2}{\text{Resistência dinâmica da carga da placa}}$$

Potência de entrada da C. C. na placa, $P_{en} = E_{bb} \times$ (Nível médio de C. C. da corrente da placa)

Dissipação na placa, $P_D = P_{en} - P_s$

Rendimento da placa como percentual $= \frac{P_s}{P_{en}} \times 100\%$

Se este tipo de estágio operado como Classe A, teoricamente, o rendimento máximo da placa é de 50% com valores práticos até 35%. Para a Classe B o máximo rendimento é teoricamente, de 78,5% e os valores práticos estendem-se até 60%. Com a Classe C, os rendimentos da placa variam até 85%. Os estágios Classe C exigem um pulso de RF de nível alto, o que produz um fluxo de corrente na grade de controle. Com referência à Fig. 10-14, a corrente catódica, $I_K$, é a soma da corrente da placa, $I_b$, corrente da grade de blindagem, $I_{c2}$, e da corrente da grade de controle, $I_{c1}$, de forma que $I_K = I_b + I_{c1} + I_{c2}$.

O circuito normalmente utiliza uma polarização de escape de grade (este é o mesmo tipo de polarização que é comumente usado nos osciladores) na qual, a corrente na grade de controle, $C_g$, é carregada durante uma parte

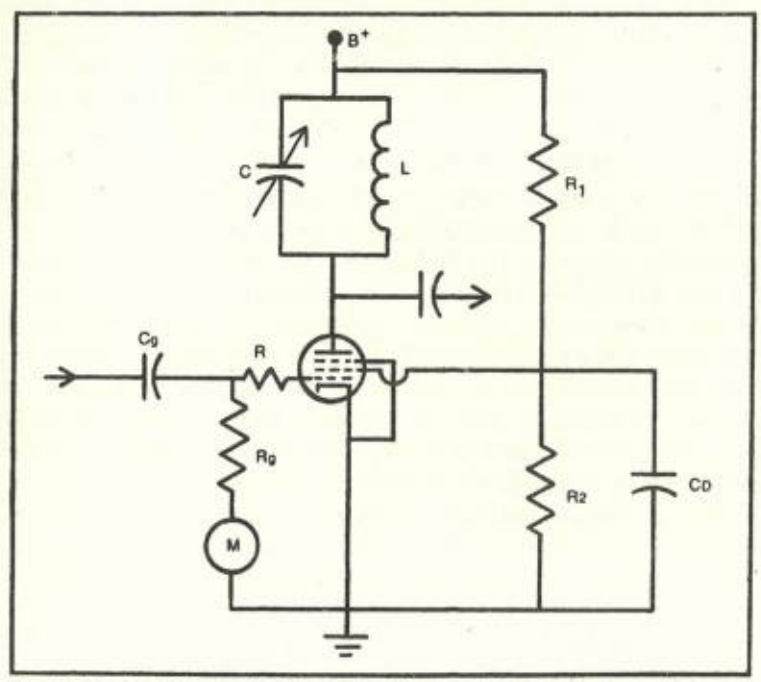



Fig. 10-13 Amplificador de RF usando válvula de feixe eletrônico.

de um semiciclo do pulso de entrada (Fig. 10-14). Quando cessa a corrente de grade, $C_g$ descarrega-se lentamente através de $R_g$ com uma constante de tempo de $C_gR_g$, que é grande se comparada com a onda senoidal de entrada. Como resultado desta ação, há através de $R_g$, um fluxo de nível de polarização de C. C. que é determinado pela grandeza do sinal da grade; Conseqüentemente este tipo de polarização é considerado às vezes como uma polarização de "sinal". Se há falha de pulso, não é gerada nenhuma polarização de sinal, de forma que alguns amplificadores de potência de RF incluem um polarizador fixo de segurança, ou polarizador catódico para limitar a corrente da placa dentro de um valor "seguro".

O valor da polarização de sinal é $-I_{c1}R_g$ onde $I_{c1}$ é a corrente da grade de controle, registrada através do medidor, M.

Para várias finalidades, um resistor R de baixo valor pode ser ligado em série com a grade de controle. Se esse resistor está presente, seu valor deve ser somado ao de $R_g$ quando se calcular a grandeza da polarização do sinal.

**Multiplicadores de Freqüência**

Para manter a estabilidade da freqüência, é prática generalizada usar um estágio oscilador-transmissor de RF numa baixa freqüência e baixa potência, e então elevá-las nos estágios seguintes. Para elevar a freqüência, usam-se estágios multiplicadores (algumas vezes chamados de geradores harmônicos); a constituição de seu circuito é semelhante àquela da Fig. 10-13, mas sua operação Classe C é conseguida com um nível de polarização várias vezes o valor do corte. Isso reduz o fluxo do ângulo da corrente da placa e o rendimento de placa, mas aumenta a grandeza da harmônica, de forma que o circuito tanque, ao invés de ser sintonizado na freqüência fundamental do sinal de entrada da grade, pode ser sintonizado numa determinada harmônica contida na forma de onda da corrente da placa. Para uma abordagem inicial, a voltagem de saída do estágio multiplicador será uma onda senoidal pura cuja freqüência é o número total de vezes (duas vezes para um estágio duplicador, três vezes para um estágio triplicador, etc.) a freqüencia do sinal de entrada na grade de controle. Uma vez que a freqüência de saída do circuito de placa é diferente da freqüência de entrada no circuito de grade, não é necessário neutralizar estágios multiplicadores de freqüência, de tríodo.

Para um estágio duplicador de tríodo, o ângulo de fluxo da corrente de placa é tipicamente de 90°, o nível de polarização é de aproximadamente dez vezes o valor do corte e o rendimento de placa é de 50%. Um tríodo triplicador tem aproximadamente o mesmo rendimento de placa, mas o nível de polarização é cerca de 20 vezes o valor de corte de forma que o ângulo do fluxo de placa é reduzido para 75°.



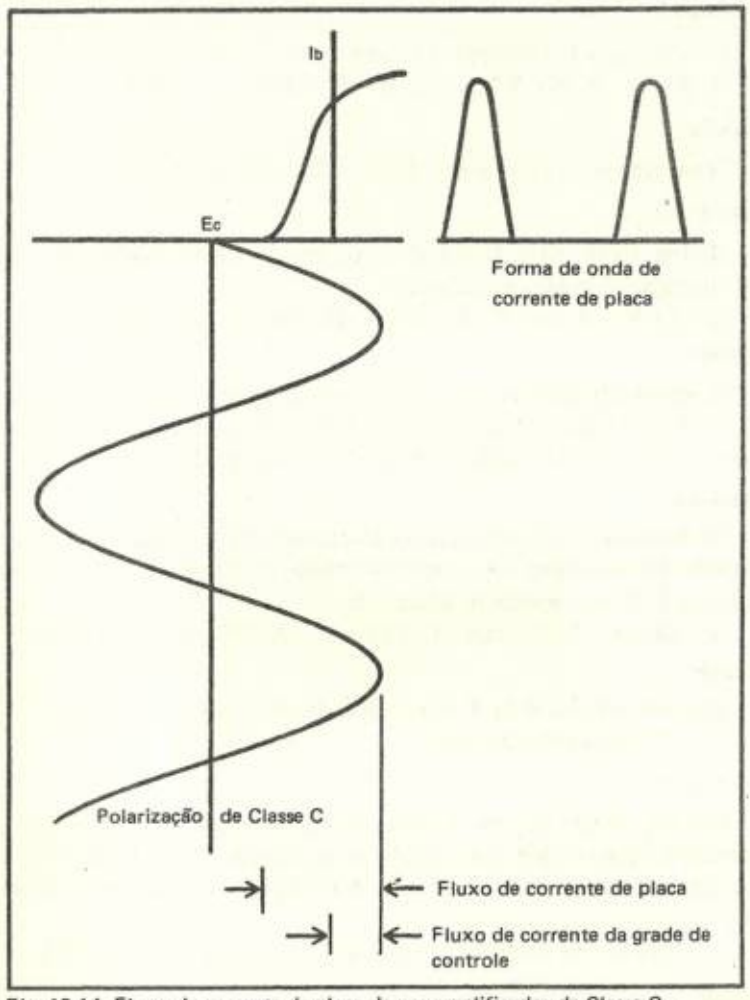



Fig. 10-14 Fluxo de corrente de placa de um amplificador de Classe C.

**Problema 1**

Num estágio de um amplificador de potência de Classe de RF, $E_{bb}$ é de 600 V e o nível de corrente contínua da corrente de placa é de 1,5 A. Se o rendimento de placa é de 80%, a potência de saída de RF é

A 900 W B. 800 W C. 720 W D. 600 W E. 180 W

**Solução**

Potência de entrada da C. C. da placa = 600 V × 1,5 A = 900 W.

Potência de saída de RF = $900 \times \frac{80}{100} = 720$ W. Alternativa C.

**Problema 2**

No Problema 1, a dissipação na placa é de

A. 900 W B. 800 W C. 720 W D. 600 W E. 180 W

**Solução**

Dissipação na placa = 900 - 720 = 180 W. Alternativa E.

**Problema 3**

Na Fig. 10-13, $R_g$ = 33 kΩ, R = 100 ohms e a leitura do M é de 2 mA. A polarização na grade de controle é

A. -6,6 V B. +66 V C. -66 V D. -66,2 V E. -68 V

**Solução**

A resistência total associada à corrente da grade de controle, de 2 mA, é $R_g + R = 33\ k\Omega + 100 = 33{,}1\ k\Omega$. O valor da polarização de escape de grade é $-(2\ mA \times 33{,}1\ k\Omega) = -66{,}2$ V. Alternativa D.

**Problema 4**

No Problema 3, os níveis de C. C. da corrente do cátodo e a corrente da grade de blindagem são, respectivamente, 225 mA e 35 mA. O nível médio de C. C da corrente de placa é de

A. 188 mA B. 190 mA C. 223 mA D. 227 mA E. 280 mA

**Solução**

Uma vez que $I_K = I_b + I_{c1} + I_{c2}$, $I_b$ será = $I_K - I_{c1} - I_{c2}$ = 225 - 2 - 35 = 188 mA. Alternativa A.

**Problema 5**

Em um estágio de um amplificador de potência de RF Classe C, a potência de saída de RF é de 1,5 kW, o rendimento de placa é de 80%, e o nível de C. C da placa é de 1,2 mA. A voltagem de alimentação da placa é de

A. 1.250 V B. 1.370 V C. 1.000 V D. 1.560 V E. 1.420 V

**Solução**

Potência de C. C. de entrada na placa = $\frac{1.500}{80} \times 100 = 1.875$ W

Voltagem de alimentação da placa = $\frac{1.875}{1{,}2} = 1.562{,}5$ V = 1.560 V, arredondados.

Alternativa D. Observe que, neste problema, a dissipação da placa é de 1.875 - 1.500 = 375 W.

**Problema 6**

A entrada de freqüência de um estágio triplicador é de 1 MHz. Se a capacitância do circuito tanque é de 225 pF, o valor requerido para a indutância é

A. 37,5 H B. 37,5 μH C. 12,5 μH D. 25,3 μH E. 37,5 mH.



**Solução**

O circuito tanque está sintonizado com a terceira harmônica de entrada de freqüência e por conseguinte é ressonante em 3 MHz. O valor de indutância requerido é

$$L = \frac{0{,}025\,3}{f^2C} = \frac{0{,}025\,3}{(3 \times 10^6)^2 \times 225 \times 10^{-12}}$$

= 12,5 μH, arredondados. Alternativa C.

**Problema 7**

A potência de entrada de C. C. à placa, de um amplificador de Classe C de tríodo, é de 375 W. Se a dissipação na placa é de 225 W, o rendimento de placa será de

A. 72% B. 74% C. 78% D. 82% E. 84%

**Solução**

Saída de Potência de RF = 1.375 - 225 = 1.150 W.

Rendimento de placa = $\frac{1.375 - 225}{1.375} \times 100\%$

= 84%, arredondados. Alternativa E.

**Problema 8**

Num amplificador de RF de Classe C que utiliza uma válvula à feixe de potencial, os níveis de C. C. do cátodo, da corrente de placa e da corrente de grade de blindagem são respectivamente 325 mA, 280 mA e 40 mA. Se o estágio faz a polarização de sinal com um resistor de escape de grade de 27 kΩ, a polarização aplicada à grade de controle é

A. -155 V B. -135 V C. -115 V D. -95 V E. +155V

**Solução**

Corrente de grade de controle, $I_{c1} = I_K - I_b - I_{c2}$ = 325 - 280 - 40 = 5 mA.

Polarização de grade de controle = $I_{c1}R_g = -5\ mA \times 27\ k\Omega$ = - 135 V. Alternativa B.

**Problema 9**

Um transmissor usa um oscilador de controle a cristal seguido por dois estágios duplicadores e um estágio triplicador. Se a freqüência de operação é de 22,02 MHz, a freqüência obtida com o oscilador a cristal é

A. 1.835 kHz B. 3,67 MHz C. 5,505 MHz D. 2.752,5 kHz E. 1.223,3 kHz

**Solução**

O fator de multiplicação da freqüência total fornecido pelos dois estágios duplicadores e pelo triplicador é 2 X 2 X 3 = 12. A freqüência do oscilador de cristal é $\frac{22{,}02}{12} = 1.835$ MHz = 1.835 kHz. Alternativa A.

**Problema 10**

O oscilador principal de um transmissor gera 865 kHz. Os estágios multiplicadores de freqüência são constituídos por um duplicador e dois triplicadores. A freqüência de operação do transmissor é:

A. 5.190 kHz B. 23,335 MHz C. 10,38 MHz D. 6.920 kHz E. 15,57 MHz

**Solução**

O fator de multiplicação total da freqüência = 2 X 3 X 3 = 18
Freqüência de operação do transmissor = 865 X 18 = 15.570 kHz. = 15,57 MHz. Alternativa E.

**Problema 11**

O estágio final de RF de um transmissor de AM de 620 kHz, de Classe C, utiliza um tríodo neutralizado simples. Em quais das seguintes freqüências o transmissor está para que ocorra interferência na faixa de transmissão em AM?

A. 600 kHz B. 640 kHz C. 1.240 kHz D. 620 kHz E. 1.850 kHz.

**Solução**

Já que o estágio final é de Classe C, irá gerar harmônicas que serão atenuadas por dispositivos, tais como um filtro de passagem baixa ou uma rede de Faraday. Contudo, a irradiação da segunda harmônica numa freqüência de 2 X 620 = 1.240 kHz pode causar uma interferência na faixa de transmissão de AM, de 535 kHz até 1.605 kHz. Observe que a terceira harmônica, cuja freqüência é 3 X 620 = 1.860 kHz, acha-se fora desta faixa. Alternativa C.

**Problema 12**

Um transmissor opera numa freqüência de 124,8 MHz e seu principal oscilador gera 5.200 kHz. Qual das seguintes combinações proporcionará um fator de multiplicação de freqüência correto?

A. Dois duplicadores e dois triplicadores.
B. Três duplicadores e um triplicador.
C. Três triplicadores e um duplicador.
D. Um duplicador, um triplicador e um quadruplicador.
E. Tanto a resposta B quanto a resposta D estão corretas.

**Solução**

Fator de multiplicação de freqüência total = $\frac{124{,}8\ \text{MHz}}{5.200\ \text{kHz}} = 24$.



Este fator pode ser obtido com o uso de três duplicadores e um triplicador (2 X 2 X 2 X 3 = 24), ou com um duplicador, um triplicador e um quadruplicador (2 X 3 X 4 = 24). Alternativa E.

## CIRCUITO DE TRÍODO DE GRADE ATERRADA

Este circuito (Fig. 10-15) é comumente usado para a amplificação de voltagem de RF nas faixas de VHF e UHF, como, por exemplo, no primeiro estágio de um aparelho receptor de televisão. Suas vantagens estão relacionadas abaixo:

1. Produz menos ruído que um amplificador que utiliza uma válvula de grade de blindagem convencional que apresenta ruído intermediário devido ao efeito originado pela divisão do fluxo eletrônico entre a grade de blindagem e os circuitos de placa.
2. O circuito não requer neutralização, uma vez que a grade aterrada permite uma blindagem eletrostática entre o circuito de placa de saída e o circuito catódico de entrada. Isso é particularmente vantajoso em altas freqüências onde o ajuste do circuito neutralizante é mais crítico. Entretanto, a eliminação do capacitor de neutralização reduz as capacitâncias de entrada e saída do estágio. Diferentemente do amplificador convencional de cátodo aterrado, não há variações de fase entre sinal de voltagem de entrada e sinal de voltagem de saída na

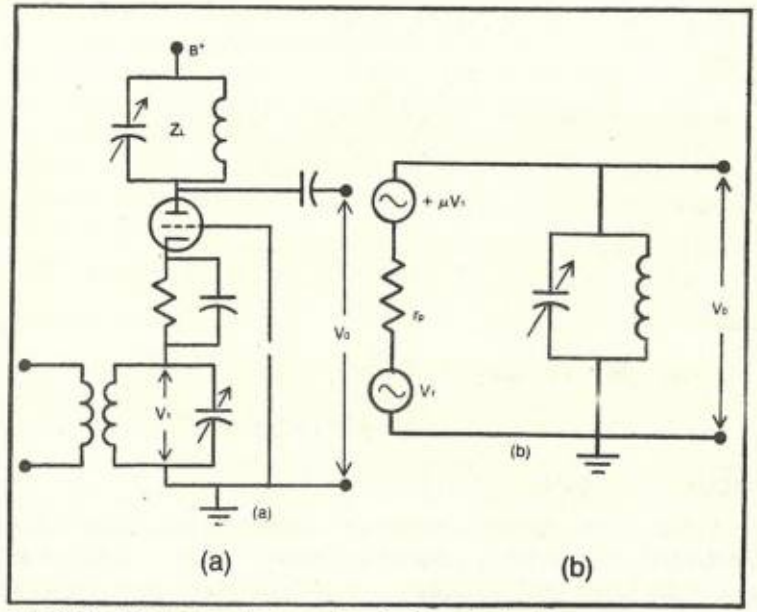



Fig. 10-15 Tríodo de grade aterrada e circuito equivalente.

placa. Ambas as voltagens de sinal estão defasadas em 180° com a componente do sinal da corrente de placa.
Do circuito da Fig. 10-15(b):

$$i_b = \frac{(\mu + 1)V_{en}}{r_p + Z_L}$$

$$V_o = i_b Z_L = \frac{(\mu + 1)\, Z_L}{r_p + Z_L} \times V_{en}$$

$$\text{Ganho de tensão} = \frac{V_o}{V_{en}} = \frac{(\mu + 1)Z_L}{r_p + Z_L}$$

e a impedância de entrada:

$$Z_{en} = \frac{V_{en}}{i_b} = \frac{r_p + Z_L}{\mu + 1}$$

Este valor da impedância de entrada é menor que aquele do amplificador convencional de cátodo aterrado. A baixa impedância de entrada é a principal desvantagem do circuito de grade aterrada, uma vez que limita a amplificação que pode ser obtida.

**Problema 1**

A carga de placa de um amplificador de tríodo de grade aterrada é um circuito tanque com uma resistência dinâmica de 20 kΩ. A válvula tem um $\mu$ de 15, e um $r_p$ de 8 kΩ. O ganho de voltagem do estágio é

A. 16 B. 15 C. 13 D. 12 E. 11.

**Solução**

$$\text{Ganho de voltagem} = \frac{(\mu + 1)\, Z_L}{r_p + Z_L} = \frac{16 \times 20}{8 + 20} = \frac{320}{28}$$

= 11, arredondados. Alternativa E.

**Problema 2**

No Problema 1, a resistência de entrada do estágio é

A. 8 kΩ B. 28 kΩ C. 5,7 kΩ D. 1,9 kΩ E. 1,8 kΩ

**Solução**

$$\text{Resistência de entrada} = \frac{r_p + Z_L}{\mu + 1} = \frac{8 - 20}{16} = \frac{28}{16}$$

= 1,8 kΩ, arredondados. Alternativa E.

## CIRCUITOS DE DUAS VÁLVULAS

A Fig. 10-16 apresenta o circuito básico de um amplificador de audiofreqüência push-pull (oposição de fases). As duas voltagens de grade de controle estão 180° defasadas, de modo que as componentes do sinal das correntes de placa também apresentam-se defasadas em 180°. Contu-



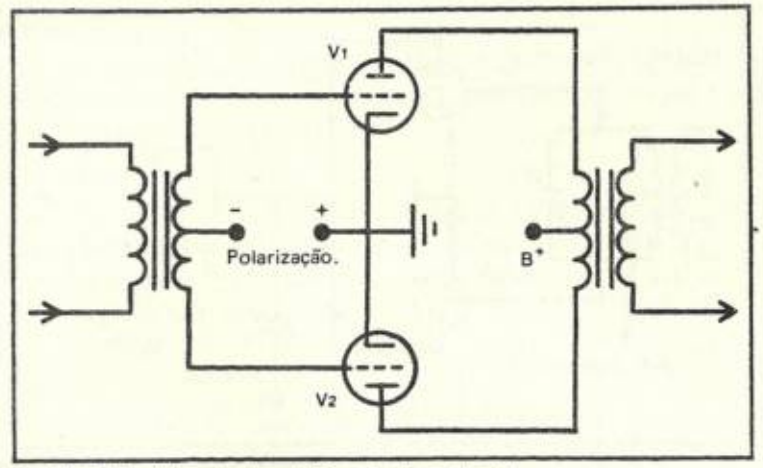



Fig. 10-16 Amplificador de audiofreqüência push-pull.

do, o transformador de placa está ligado entre as placas de forma que a saída de sinal de áudio é proporcional à *diferença* entre as duas correntes de placa; estas correntes portanto irão combinar-se no enrolamento do primário para produzir o fluxo magnético que concatena com o secundário.

As válvulas casadas podem ser polarizadas em Classe A, Classe AB1, Classe AB2, ou Classe B (o sufixo 2 é usado para indicar o fluxo de corrente de grade de controle, ao passo que o sufixo 1 indica ausência total de corrente de grade). A principal vantagem da disposição de um amplificador de válvula simples em push-pull é a eliminação da distorção da segunda e mesmo de uma outra harmônica, do sinal de saída de áudio.

Os transmissores também podem usar a disposição push-pull no estágio final Classe C de saída de potência de RF. Isto evitará a irradiação de uma segunda ou mesmo de outra harmônica e a terceira harmônica será então a componente mais indesejável. Note que se forem usados tríodos em circuitos deste tipo, normalmente será necessário neutralizá-los.

### Circuito Push-Push

Esta disposição (Fig. 10-17) só ocorre em circuitos de RF. As grades de controle apresentam igualmente uma defasagem de 180° em relação ao sinal de entrada de onda senoidal, mas, em contraste com o circuito push-pull, as placas estão interligadas a uma das extremidades do circuito tanque de forma que o sinal de saída é proporcional à *soma* das duas correntes de placa. Por conseguinte, todas as componentes de sinal que foram eliminadas da saída do circuito push-pull vão aparecer na saída do circuito push-push, e vice-versa. Conseqüentemente, a saída da disposição em push-push irá conter apenas a mesma harmônica, e portanto, o circuito

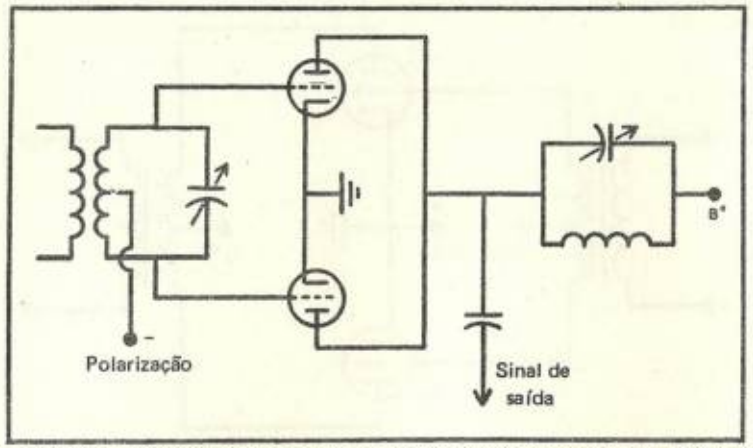



Fig. 10-17 Amplificador push-push usado principalmente como dobrador de freqüência.

é usado principalmente como um duplicador juntamente com o circuito tanque sintonizado na segunda harmônica da freqüência de entrada.

Comparado com o duplicador de válvula simples, a sintonia do circuito tanque com a segunda harmônica será obtida mais facilmente no circuito push-push, já que a freqüência fundamental e a terceira harmônica foram, a esta altura, eliminadas da saída. Uma vez que o estágio push-push é um gerador harmônico, não será necessário neutralizá-lo se forem usados tríodos.

**Circuito de duas válvulas**

A ligação de válvulas em paralelo (Fig. 10-18) pode ser usada tanto em circuitos de AF ou de RF. As duas grades de controle são fasadas com o sinal de entrada e as placas são interligadas a um terminal de carga de forma que o sinal de saída é proporcional às duas correntes de placa. Com duas válvulas de mesmo tipo, funcionando em paralelo, a ligação apresenta os valores seguintes: duas vezes o $g_m$, 1/2 $r_p$, e o mesmo valor de $\mu$ comparado com uma das válvulas. Os principais requisitos de um amplificador de potência são um $g_m$ de valor elevado, e um baixo $r_p$, que pode por conseguinte operar com um grande número de válvulas que permitem ligação em paralelo e que podem ser facilmente obtidas no comércio, ao invés de válvula de tipo não padronizado.

Observe que se forem ligados tríodos em paralelo, num estágio de RF, eles devem ser, normalmente, neutralizados.

**Problema 1**

A freqüência de entrada de um amplificador de potência push-push de Classe C é de 1,85 MHz. A freqüência da harmônica mais baixa, presente na saída do amplificador, é

A. 900 kHz B. 600 kHz C. 3,6 MHz D. 5,4 MHz E. 7,2 MHz



**Solução**

Até que haja a eliminação completa das harmônicas da saída de um estágio push-pull, a menor delas será a terceira, cuja freqüência é 3 X 1,8 = 5,4 MHz. Alternativa D.

**Problema 2**

A freqüência de entrada de um circuito push-push é de 1.200 kHz. A carga de placa é um circuito tanque que está em sintonia com a menor harmônica presente na saída. Se a indutância do circuito tanque é de 45 $\mu$H, o valor exigido para a capacitância é

A. 390 pF B. 195 pF C. 119 pF D. 98 pF E. 83 pF

**Solução**

A harmônica de valor mais baixo, presente na saída, é a segunda, cuja freqüência é 2 X 1.200 kHz = 2,4 MHz. O valor de capacitância requerido é

$$C=\frac{0{,}025\,3}{f^2L}=\frac{2{,}53\times10^{-2}}{(2{,}4\times10^{6})^2\times45\times10^{-6}}=98\text{ pF, arredondados.}$$

Alternativa D.

**Problema 3**

Dois tríodos em paralelo possuem, individualmente, um fator de amplificação de valor 8, e uma transcondutância de 9.500 micromhos. A $r_p$ equivalente da ligação em paralelo é

A. 420 ohms B. 210 ohms C. 105 ohms D. 840 ohms E. 380 ohms.

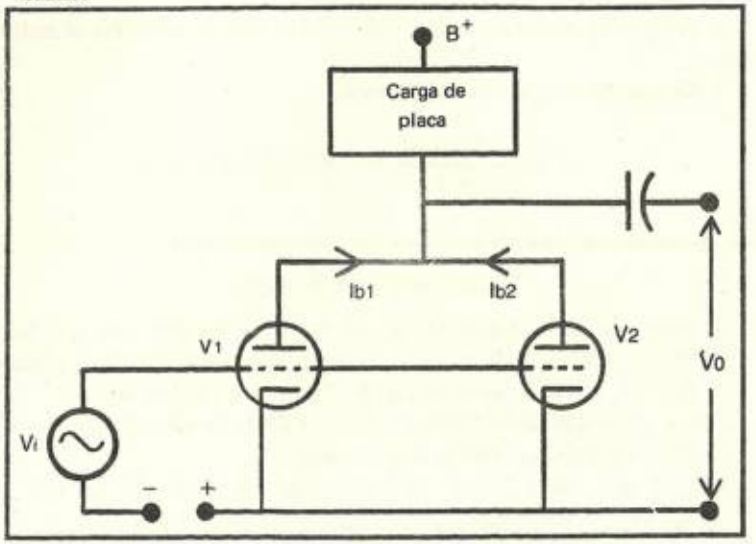



Fig. 10-18 Ligação de tríodos em paralelo para aumento da potência.

**Solução**

O $r_p$ de cada tríodo é

$$\frac{\mu}{g_m} = \frac{8}{9500 \times 10^{-6}} = 842...\Omega$$

O $r_p$ equivalente para a ligação em paralelo é $\frac{842...}{2}$

= 420 ohms, arredondados. Alternativa A.

**Problema 4**

No Problema 3, o $g_m$ equivalente da ligação em paralelo é de
A. 8.000 micromhos B. 4.000 micromhos C. 9.500 micromhos
D. 4.750 micromhos E. 19.000 micromhos.

**Solução**

$g_m$ equivalente = 2 X 9.500 = 19.000 micromhos. Alternativa E.

**Problema 5**

Um estágio de RF da Classe C emprega dois tríodos neutralizados em paralelo. Se a potência de entrada de C. C. da placa no estágio é de 1,2 kW, e o rendimento de placa é 70%, cada um dos tríodos dissipa na placa:
A 840 W B. 420 W C. 360 W D. 180 W E. 600 W

**Solução**

A dissipação total na placa é 100 - 70 = 30% da potência de entrada à placa.

A dissipação de placa de cada tríodo é

$$= \frac{30 \times 1{,}2\ \text{kW}}{100 \times 2} = 180\text{W}.$$ Alternativa D.

## PROBLEMAS PRÁTICOS

1. O ponto de funcionamento de um tríodo é especificado por $E_b$ = +225 V. $E_c$ = -5 V, $I_b$ = 8 mA. Nesse ponto, a resistência de placa de C. A é de 7,5 kΩ. Se a voltagem de placa é variada de 223 V para 228 V enquanto se mantém a voltagem de grade em −5 V, a variação correspondente da corrente de placa será
   A. 6,67 mA B. 1,5 mA C. 0,667 mA D. 28,1 mA E. 150 mA
2. No Problema 1, a voltagem de grade é mantida constante em -5 V enquanto que a voltagem de placa é variada para produzir uma mudança na corrente de placa, de 0,5 mA. A mudança exigida na voltagem de placa é
   A. 3,75 mV B. 15 V C. 3,75 V D. 15 mV E. 6,67 V
3. No Problema 1, a transcondutância no ponto de funcionamento é de 2.500 micromhos. Se a voltagem de placa é mantida constante em 225 V, e a voltagem de grade de controle é variada de −4,7 para −5,3 V, a conseqüente variação da corrente de placa é
   A. 1.500 mA B. 1,5 mA C. -150 mA D. 15 mA E. -1,5 mA
4. No Problema 3, qual é a variação de voltagem de grade de controle requerida para produzir uma variação de 1 mA na corrente de placa?
   A 40 mV B. 4 mV C. 0,4 mV D. 4 V E. 0,4 V
5. Nos Problemas 1 e 3, a voltagem de placa é variada de +225 V para +240 V. Para qual valor devemos mudar a voltagem de grade de controle para que a corrente de placa volte ao mesmo nível de 8 mA?
   A. -0,8 V B. -4,2 V C. -5,8 V D. -5 V E. -15 V
6. Na Fig. 10-19, $R_K$ = 820 ohms, $R_L$ = 22 kΩ, $E_{bb}$ = 300 V. Se o potencial de placa é de 175 V, o valor de polarização do cátodo é
   A. 5,68 V B. 1,45 V C. 4,7 V D. 145 mV E. 460 mV
7. No Problema 6, o sinal de entrada é uma onda senoidal de 1.000 Hz. O valor RMS máximo deste sinal é
   A. 3,3 V B. 4,6 V C. 2,3 V D. 6,6 V E. 300 V
8. Na Fig. 10-19, $R_K$ = 680 ohms, $R_L$ = 18 kΩ, $E_{bb}$ = 250 V. Se o potencial catódico é de +6,5 V, o potencial de placa é
   A. +77,9 V B. +243,5 V C. +256,5 V D. +172 V E. +177 V

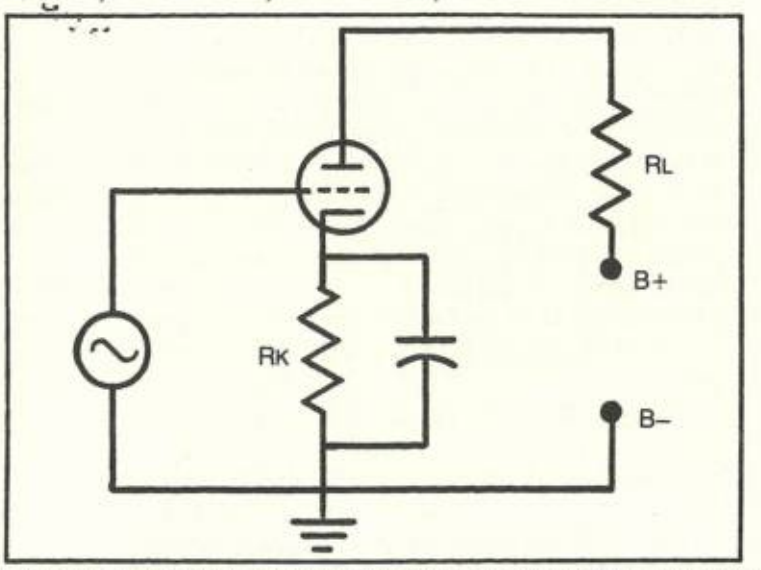


Fig. 10-19 Determinação de polarização catódica em um amplificador de tríodo.

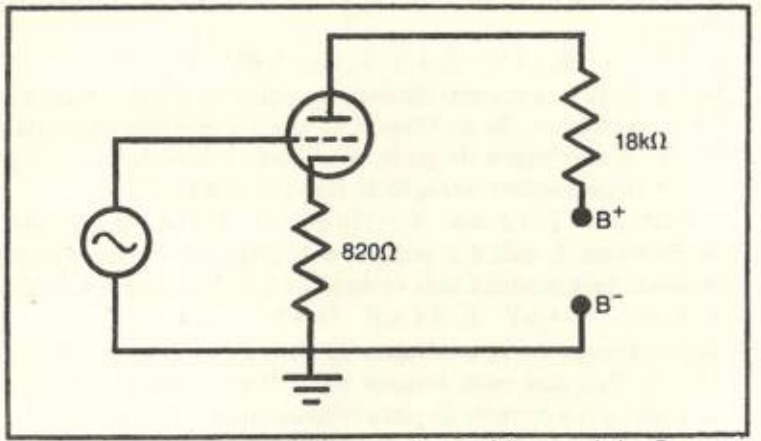


Fig. 10-20 Amplificador de tríodo com resistor catódico sem derivação.

9. No Problema 8, a dissipação na placa é de
   A. 62 mW B. 683 mW C. 2,39 W D. 745 mW E. 1,64 W
10. No Problema 8, a potência de entrada de C. C. na placa é
    A. 62 mW B. 683 mW C. 2,39 W D. 745 mW E. 1,64 W
11. Um amplificador de áudio de tríodo tem os seguintes dados quiescentes: voltagem de alimentação de placa = 275 V, fator de amplificação = 25, impedância de placa = 11 kΩ, resistência de carga de placa = 27 kΩ, corrente de placa = 5 mA. O ganho de voltagem do amplificador é
    A. 27 B. 7,23 C. 25 D. 10,2 E. 17,8
12. No Problema 11, o valor da polarização de corte é
    A. -55 V B -15,4 V C. -27,5 V D. -11 V E. Este valor não pode ser determinado com base apenas nos dados fornecidos.
13. O circuito do Problema 11 utiliza uma polarização catódica. Considerando que a característica de transferência é razoavelmente linear, de zero volts até o ponto crítico, qual o valor de resistência catódica exigido para produzir uma polarização de ponto médio?
    A. 680 ohms B. 2,2 kΩ C. 1,1 kΩ D. 470 ohms E. 560 ohms.
14. No Problema 13, a audiofreqüência mais baixa presente no sinal de entrada é de 100 Hz. O valor exigido para o condensador de derivação é
    A. 57,1 μF B. 0,145 μF C. 5,71 μF D. 0,571 μF E. 14,5 μF
15. No Problema 11, a potência de entrada de C.C. na placa é de
    A. 275 mW B. 675 W C. 700 mW D. 1.375 mW E. 1.650 mW
16. Na Fig. 10-20, a percentagem de realimentação negativa é
    A. 95,6% B. 8,2% C. 4,6% D. 18% E. 4,4%



17. No Problema 16, o fator de amplificação de tríodo é 22, e a impedância de placa é de 8 kΩ. O ganho de tensão com realimentação é
    A. 17,3 B. 10,9 C. 16,5 D. 0,80 E. 9,6
18. Um circuito seguidor catódico utiliza um tríodo cujas capacitâncias intereletródicas entre grade e placa e cátodo-grade são de 2 pF e 3 pF, respectivamente. Se o ganho de voltagem é 0,95, a capacitância de entrada é
    A. 4 pF B. 5 pF C. 2 pF D. 1 pF E. 3 pF
19. A Fig. 10-21 representa um amplificador de voltagem de áudio. O valor da polarização catódica é
    A. 0,38 V B. 4,7 V C. 1,7 V D. 3,9 V E. 2,1 V
20. No Problema 19, a voltagem entre cátodo e placa é
    A. 104 V B. 130 V C. 250 V D. 128 V E. 132 V
21. No Problema 19, o potencial de grade de blindagem é
    A. +106 V B. +130 V C. +250 V D. +128 V E. +132 V
22. No Problema 19, as freqüências presentes no sinal de entrada variam de 100 Hz a 10 kHz. O valor necessário de $C_d$ é
    A. 1,59 μF B. 0,001 μF C. 0,1 μF D. 100 pF E. 0,63 pF
23. O amplificador apresentado na Fig. 10-21 está acoplado em RC com o estágio seguinte, o qual possui um resistor de escape de grade de 330 kΩ. Se o pêntodo tem uma $g_m$ de 2.300 micromhos e seu $r_p$ é grande o bastante para que seu efeito na resistência equivalente total de carga na placa possa ser desprezível, o ganho de voltagem do amplificador é
    A. 23 B. 34,9 C. 80 D. 39 E. 759
24. Em um estágio amplificador de potência de RF da Classe C, a dissipação na placa é de 150 W, o rendimento de placa é 70%, e a voltagem de alimentação de placa é de 800 V. A potência de saída de RF é
    A. 214 W B. 500 W C. 195 W D. 350 W E. 157 W

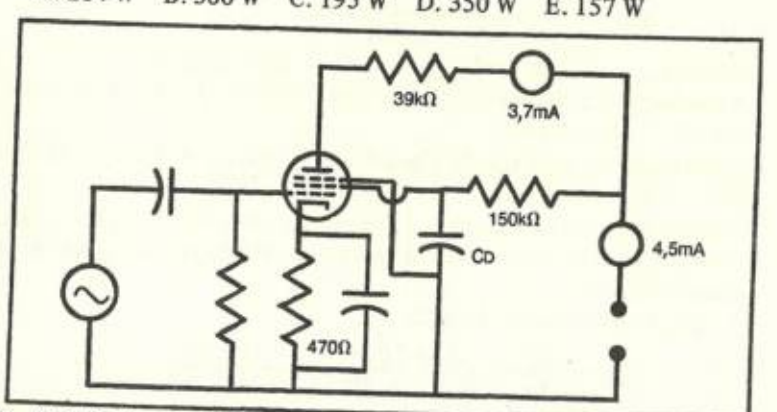


Fig. 10-21 Determinação de polarização catódica em amplificador de grades múltiplas.

25. No Problema 24, o nível médio de C. C. da placa é
A. 0,268 A B. 0,188 A C. 0,625 A D. 0,893 A E. 0,438 A
26. Um amplificador de potência de RF de Classe C usa uma polarização de escape de grade, a qual permite um valor de −75 V na grade de controle. Os níveis de C. C. da corrente de placa e da corrente de grade de blindagem são, respectivamente, 275 mA e 45 mA. Se o valor do resistor de escape de grade é 47 kΩ, a corrente da grade de controle é
A. 45 mA B. 275 mA C. −230 mA D. −75 mA E. 1,6 mA
27. No Problema 26, o nível de C. C. do cátodo é
A. 320 mA B. 230 mA C. 322 mA D. 45 mA E. 275 mA
28. A freqüência de entrada de uma onda senoidal num estágio duplicador de RF é de 1,25 MHz. Se a indutância de carga na placa do circuito tanque é de 65 μH, o valor de capacitância associado é
A. 253 pF B. 2,5 μF C. 125 pF D. 62,3 pF E. 6,28 μF
29. Um tríodo refrigerado a água fornece uma potência de saída de RF de 5,5 kW com um rendimento de placa de 70%. O nível de C. C. da placa é de 2,7 A e a corrente parasita presente em todo o sistema é de 25 μA. A resistência de isolamento entre a placa do tríodo e o sistema de resfriamento é de
A. 116 M ohms B. 815 kΩ C. 314 M ohms D. 25 M ohms
E. 22 M ohms.
30. Um amplificador de Classe C de tríodo permite uma potência de saída de RF de 2.150 W. Se a dissipação na placa é de 375 W, o rendimento de placa é de
A. 37,5% B. 83% C. 71% D. 85% E. 74%

---

## SOLUÇÕES

1. A mudança da corrente de placa é

$$\Delta i_b = \frac{\Delta e_b}{r_p} = \frac{(228 - 223)\ \text{V}}{7{,}5\ \text{k}\Omega}$$

$= 0{,}666\ldots$ mA, arredondando 0,667 mA. Alternativa C.

2. A mudança da voltagem de placa é $\Delta e_b = r_p \Delta i_b = 7{,}5\ \text{k}\Omega \times 0{,}5\ \text{mA} =$ $= 3{,}75$ V. Alternativa C.
3. A mudança da corrente de placa é $\Delta i_b = g_m \Delta e_c = 2.500 \times 10^{-6} \times (4{,}7 - 5{,}3) = -1.500\ \mu\text{A} = -1{,}5$ mA. Alternativa E.
Observe que, em virtude de a voltagem da grade de controle ter sido variada para um valor negativo menor, a amperagem da corrente de placa decresceu.
4. A variação da voltagem de grade é

$$\Delta e_c = \frac{\Delta i_b}{g_m} = \frac{1 \times 10^{-3}}{2\,500 \times 10^{-6}} = \frac{1 \times 10^{-3}}{0{,}25 \times 10^{-2}}$$

$$= 4 \times 10^{-1} = 0{,}4\text{V}\ .\ \text{Alternativa E.}$$



Os dados do problema não especificam se houve uma elevação ou decréscimo da corrente de placa. Por isso não há meios de saber se a voltagem da grade de controle sofreu um decréscimo ou elevação.

5. Para manter a mesma corrente de placa quando a voltagem de placa é *aumentada*, a voltagem de grade deve ter valor ainda *mais negativo.*

$$\Delta e_c = \frac{\Delta e_b}{\mu} = \frac{\Delta e_b}{g_m r_p} = \frac{225 - 240}{2\,500 \times 10^{-6} \times 7{,}5 \times 10^3} = -0{,}8\text{V}$$

A voltagem de grade resultante é $-5 - 0{,}8 = -5{,}8$ V. Alternativa C.

6. A queda de voltagem através do resistor de carga de placa é

$$E_{bb} - E_b = 300 - 175 = 125\ \text{V}$$

Corrente de placa, $I_b = \frac{125\ \text{V}}{22\ \text{k}\Omega} = 5{,}68\ldots\ \text{mA}$

Polarização catódica $= I_b R_K = 5{,}69\ldots \times 0{,}820 = 4{,}659\ldots = 4{,}7$ V, arredondados.
Para sermos exatos o potencial da grade de controle com relação ao cátodo é de −4,7 V, mas a voltagem de polarização catódica é admitida como sendo de 4,7 V. Alternativa C.

7. A freqüência da onda senoidal nada tem a ver com a máxima voltagem permissível do sinal. O valor de pico da voltagem de sinal é limitado ao valor de polarização catódica, 4,7 V. Portanto, o valor RMS máximo do sinal de entrada é de $0{,}707 \times 4{,}7 = 3{,}259\ldots = 3{,}3$ V, arredondados. Alternativa A.

8. Corrente de placa, $I_b = \frac{\text{polarização catódica}}{R_K} = \frac{6{,}5\ \text{V}}{680\ \text{ohms}}$

$= 0{,}009\ 558\ldots\ \text{A} = 9{,}558\ldots\ \text{mA}$

Voltagem de placa, $E_b = E_{bb} - I_b R_L = 250 - 18 \times 9{,}558 = 77{,}9$ V, arredondando-se. Alternativa A.

9. Dissipação na placa $= E_{bb} I_b - I_b^2 (R_L + R_K) = [E_{bb} - I_b (R_L + R_K)] \times I_b = [250 - I_b (18.000 + 680)] \times I_b$

Da solução do Problema 8,

$$I_b = \frac{6.5}{680}\ \text{A}$$

$$\text{Dissipação na placa} = \left(250 - 18.680 \times \frac{6{,}5}{680}\right) \times \frac{6{,}5}{680}$$

$= 0{,}683\ \text{W} = 683$ mW, arredondados. Alternativa B.

10. Potência de entrada na placa $= E_{bb} I_b$

$$= 250 \times \frac{6{,}5}{680} = 2{,}39\text{W},\ \text{arredondados. Alternativa C.}$$

11. Ganho de voltagem, $A = \frac{\mu R_L}{r_p + R_L} = \frac{25 \times 27}{11 + 27} = \frac{675}{38} =$ 17,8, arredondados. Alternativa E.

12. Polarização de corte $= -\frac{E_{bb}}{\mu} = -\frac{275}{25} = -11$ V. Alternativa D.

13. Polarização em ponto médio $= \frac{\text{polarização de corte}}{2} = \frac{-11\text{ V}}{2}$

Polarização catódica, $I_b R_K = 5 \times R_K = \frac{11}{2}$ V.

Resistência catódica, $R_K = \frac{11\text{ V}}{2 \times 5\text{mA}} = \frac{11}{10}$

$= 1{,}1\ k\Omega$. Alternativa C.

14. Capacitância de derivação catódica, $C_K = \frac{1{,}59 \times 10^6}{fR_K} = \frac{1{,}59 \times 10^6}{100 \times 1.100} = 14{,}5\ \mu F$ arredondados. Alternativa E.

15. Potência de entrada na placa $= E_{bb} I_b = 275 \times 5 = 1.375$ mW. Alternativa D.

16. Percentual de realimentação negativa $= \beta \times 100$

$= \frac{R_k}{R_L} \times 100$

$= \frac{0{,}82}{18} \times 100$

$= 4{,}6\%$, arredondados. Alternativa C.

17. Ganho de voltagem sem realimentação, $A = \frac{\mu R_L}{r_p + R_L} = \frac{25 \times 18}{8 + 18}$

$= \frac{450}{26} = 17{,}307\ldots$

$= 17{,}31$, arredondados.

Ganho de voltagem com realimentação, $A' = \frac{A}{1 + A\beta} =$

$= \frac{17{,}31}{1 + 17{,}31 \times 0{,}046} = \frac{17{,}31}{1{,}796} = 9{,}6$, arredondados. Alternativa E.

18. Capacitância de entrada $= \frac{C_{gK}}{1 + A} + C_{gp} = \frac{2}{1 + 0{,}95} + 3 =$

$= 4$ pF, arredondados. Alternativa A.



19. Polarização catódica $= (I_{c2} + I_b) R_K = 4{,}5 \times 0{,}470 = 2{,}1$ V, arredondados. Alternativa E.

20. A voltagem entre cátodo e placa é

$E_{bb} - I_b R_L -$ (polarização catódica)

$= 250 - (3{,}7 \times 39) - 2{,}1$

$= 104$ V, arredondados. Alternativa A.

21. Potencial de grade de blindagem $= E_{bb} - I_{c2} R_D$

$= 250 - (4{,}5 - 3{,}7) \times 150\Omega$

$= +130$ V. Alternativa B.

22. Valor exigido de $C_K = \frac{1{,}59 \times 10^6}{fR_D} = \frac{1{,}59 \times 10^6}{100 \times 150\,000} = 0{,}1\ \mu F$, arredondado. Alternativa C.

23. Como o valor de $r_p$ pode ser ignorado, a carga total na placa, R, constitui-se de 39 kΩ e 330 kΩ em paralelo. Logo,

$$R = \frac{39 \times 330}{39 + 330}$$

$$= 34,87\ldots\ k\Omega$$

Ganho de voltagem $= g_m R = 2.300 \times 10^{-6} \times 34{,}87\ldots \times 10^3 = 2{,}3 \times 34{,}87\ldots = 80$, arredondados. Alternativa C.

24. A dissipação na placa, $P_D$, é de 100 - 70 = 30% da potência de entrada na placa, $P_{en}$, a qual, portanto, é igual a $\frac{150}{30} \times 100 = 500$ W.

A potência de saída de RF, $P_s$, é

$P_{en} - P_D = 500 - 150 = 350$ W. Alternativa D.

25. Corrente de placa, $I_b = \frac{P_{en}}{E_{bb}} = \frac{500}{800} = 0{,}625$ A. Alternativa C.

26. Corrente de grade de controle, $I_{c1} = \frac{75}{47} = 1{,}595\ldots = 1{,}6$ mA, arredondado. Alternativa E.

27. Nível de C. C. da corrente catódica, $I_K = I_b + I_{c2} + I_{c1} = 275 + 45 + 1{,}6 = 322$ mA, arredondados. Alternativa C.

28. O circuito tanque de placa está sintonizado em $2 \times 1{,}25$ MHz = 2,5 MHz.

O valor da capacitância é $C = \frac{1}{(2\pi)^2\ fr^2 L} = \frac{0{,}025\,3}{fr^2 L}$, onde fr é expresso em Hz e L em henrys. Logo,

$$C = \frac{0{,}025\,3}{2{,}5^2 \times 10^{12} \times 65 \times 10^{-6}}$$

$$= \frac{0{,}025\,3}{6{,}25 \times 65} \times 10^{-6}\ \text{F} = 62{,}3\ \text{pF}.$$

Alternativa D.

29. Já que $\frac{P_s}{P_{en}} = 0{,}7$, $P_{en} = \frac{P_s}{0{,}7} = \frac{5.500}{0{,}7}$, e $E_{bb} = \frac{P_{en}}{I_b} = \frac{5.500}{0{,}7 \times 0{,}7}$

$$\text{Resistência de isolamento} = \frac{E_{bb}}{\text{corrente parasita}}$$

$$= \frac{5\,500}{0{,}7 \times 2{,}7 \times 25 \times 10^{-6}}$$

$= 116$ M ohms. Alternativa A.

30. $\text{Rendimento de placa} = \frac{P_s}{P_{en}} \times 100 = \frac{P_s}{P_s + P_D} \times 100$

$$= \frac{2\,150}{2\,150 + 375} \times 100 = 85\%\ \text{, arredondados.}$$

Alternativa D.



*Capítulo* **11**

# Linhas de Transmissão e Antenas

Os cálculos matemáticos usados em linhas de transmissão e antenas são idênticos àqueles empregados em circuitos de corrente alternada. A diferença fundamental é que as linhas de transmissão e antenas não são constituídas de componentes específicos, ou seja, os elementos de resistência, capacitivos, indutivos, não estão presentes em bobinas, capacitores ou resistências, por exemplo. Estas características variam de acordo com a construção física da linha de transmissão ou antena.

Este capítulo trata da determinação destas características.

## IMPEDÂNCIA CARACTERÍSTICA E LINHA CASADA

O objetivo de uma linha de transmissão usada em radiofreqüências é transportar a potência de RF de um ponto a outro. Tal linha é um exemplo de circuito de distribuição e possui as seguintes propriedades:

1. Resistência por unidade de comprimento, R
2. Indutância por unidade de comprimento, L
3. Capacitância por unidade de comprimento, C
4. Condutância por unidade de comprimento, G (refere-se ao isolamento entre os condutores).

A impedância característica, $Z_o$, é definida como a impedância de entrada em uma linha de comprimento infinito, e é medida em ohms. Nos termos das propriedades das linhas,

$$Z_o = \sqrt[4]{\frac{R^2 + 4\pi^2 f^2 L^2}{G^2 + 4\pi^2 f^2 C^2}}\ \Omega,$$

onde f é a freqüência do gerador que alimenta a linha. Em radiofre-

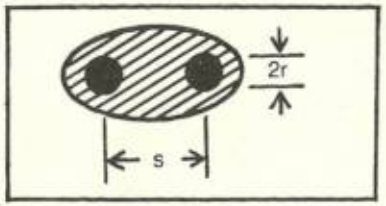



Fig. 11-1 Condutor paralelo de linha germinada. Usado principalmente para antenas receptoras de televisão.

qüências, esta fórmula torna-se $Z_o = \sqrt{\frac{L}{C}}$ ohm. O valor da impedância característica é determinado pela estrutura física da linha e pela natureza do isolamento entre os condutores. Para os dois tipos mais comuns de linhas de transmissão, as fórmulas de $Z_o$ são:

**Condutores Paralelos ou Duplos**

Para exemplificar melhor, este tipo de linha é usado para ligar um receptor de TV a uma antena. (Veja a Fig. 11-1.)

Impedância característica,

$$Z_o = \frac{276}{\sqrt{K}} \log_{10} \left(\frac{s}{r}\right) = \frac{276}{\sqrt{K}} \log_{10} \left(\frac{2s}{d}\right) \text{ ohms,}$$

onde,

S = afastamento entre os centros dos condutores

r = raio de cada condutor

d = diâmetro de cada condutor

K = constante dielétrica do isolamento entre os condutores

(Consulte a Tabela 4,1 no Capítulo 4.)

Observe que s, r e d devem ser medidos nas mesmas unidades de comprimento.

**Cabo Co-axial**

Impedância característica, $Z_o = \frac{138}{K} \log_{10} \left(\frac{D}{d}\right)$ ohms, onde:

D = Diâmetro interno do condutor exterior.

d = Diâmetro externo do condutor interior.

K = Constante dielétrica do isolamento entre os condutores.

Tanto o D como o d devem ser medidos com as mesmas unidades de comprimento. (Veja a Fig. 11-2).

Em radiofreqüências o ângulo de fase associado à impedância característica da linha de transmissão é virtualmente nulo e portanto a linha pode ter seu terminal constituído de uma carga resistiva, a qual é idêntica, em valor, a $Z_o$. Neste caso, diz-se que a linha está casada. Partindo do gerador, ondas de propagação (progressivas) de voltagem e corrente percorrem a linha em fase na direção da carga, onde sua energia é totalmente dissipada. Em qualquer ponto da linha, a razão de voltagem RMS, E, entre os condutores, para a corrente RMS, I, circulando através dos condutores, é igual à impedância característica, $Z_o$. A potência gerada nesse ponto, $P = EI = \frac{E^2}{Z_o} = I^2 Z_o$ watts. Portanto, $E = \sqrt{PZ_o}$ volts e $I = \sqrt{\frac{P}{Z_o}}$ ampères (como na Lei de Ohm).



A impedância característica não depende do comprimento da linha e, conseqüentemente, a impedância de entrada no gerador deve ser também igual a $Z_o$.

Note que as ondas de voltagem e corrente propagam-se na linha por etapas, embora suas fases estejam alternando-se continuamente em relação à corrente e voltagem do gerador.

Os pontos adjacentes da linha que possuem condições de fase idênticas são separados por uma distância igual ao comprimento da onda, $\lambda = \frac{V\phi}{f}$, onde $V\phi$ é a velocidade da fase ou a rapidez com que a corrente e voltagem se propagam na linha. Se for usado um dielétrico de ar, $V\phi$ será aproximadamente $3 \times 10^8$ metros por segundo (a velocidade da luz, c). Se for empregado outro tipo de isolante, além do acima citado,

$$V\phi = \frac{c}{\sqrt{K}} = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{K}} \text{ metros por segundo,}$$

onde K é a constante dielétrica. Uma vez que $\lambda = \frac{V\phi}{f}$ $f = \frac{V\phi}{\lambda}$ e $V\phi = f\lambda$, onde f é expresso em hertz e $\lambda$ em metros.

Devido à presença de resistência distribuída, R, e de condutância, G, em condições reais, haverá uma perda de potência entre o gerador e a carga. Portanto, as ondas de voltagem e corrente serão atenuadas gradualmente (tornar-se-ão mais fracas) à medida que se propagam na linha e o grau de atenuação é expresso em decibéis por unidade de comprimento.

**Problema 1**

Uma linha de transmissão de RF tem uma indutância distribuída de 3,5 $\mu$H, por metro e capacitância distribuída de 12,5 pF/metro. A característica de impedância da linha é

A. 53 ohms B. 67 ohms C. 667 ohms D. 529 ohms E. 2.800 ohms

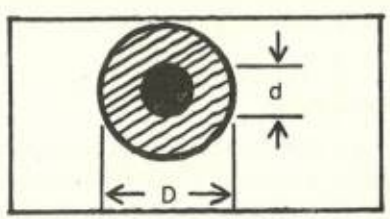



Fig. 11-2 Dimensões usadas em cálculo de impedância de linha de transmissão.

**Solução**

Indutância distribuída, $L = 3{,}5 \times 10^{-6}$ H/metro, e capacitância distribuída, $C = 12{,}5 \times 10^{-12}$ F/metro.

Impedância característica da linha, $Z_o = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{3{,}5 \times 10^{-6}}{12{,}5 \times 10^{-12}}}$

$= 529\Omega$, arredondados. Alternativa D.

**Problema 2**

Cada um dos condutores paralelos de uma linha de transmissão tem um raio de 1,5 mm e o afastamento de centro a centro dos condutores é de 0,8 cm. Se um dielétrico de ar é utilizado, a impedância característica da linha é

A. 200 Ω B. 276 Ω C. 138 Ω D. 1.480 Ω E. 736 Ω

**Solução**

Impedância característica da linha,

$$Z_o = \frac{276}{\sqrt{1}} \log_{10}\left(\frac{0{,}8}{0{,}15}\right) = 276 \log_{10} 5{,}33\ldots$$

$= 200\Omega$, arredondados. Alternativa A.

**Problema 3**

O condutor externo de um cabo co-axial tem um diâmetro interno de 1,75 cm, enquanto que o condutor interno tem um diâmetro externo de 2,5 mm. Usando teflon (constante dielétrica = 2,1) como isolante entre condutores, a impedância característica do cabo é

A. 23 Ω B. 81 Ω C. 120 Ω D. 55 Ω E. 34 Ω

**Solução**

Impedância característica do cabo, $Z_o = \frac{138}{\sqrt{K}} \log_{10}\left(\frac{D}{d}\right)$

onde d = 2,5 mm = 0,25 cm. D = 1,75 cm

Portanto

$$Z_o = \frac{138}{\sqrt{2{,}1}} \log_{10}\left(\frac{1{,}75}{0{,}25}\right) = \frac{138}{\sqrt{2{,}1}} \log_{10} 7 = 81\ \Omega,$$

arredondados. Alternativa B.

**Problema 4**

A potência de entrada de um amplificador é de 37 mW, ao passo que a potência de saída é de 9W. O ganho em dB é

A. 19,9 dB B. 20,1 dB C. 23,9 dB D. 3,9 dB E. 4,1 dB



**Solução**

$$\text{Ganho em dB} = 10 \log_{10}\left(\frac{\text{potência de saída}}{\text{potência de entrada}}\right)$$

$$= 10 \log_{10}\left(\frac{9}{37 \times 10^{-3}}\right) = 23{,}9 \text{ dB. Alternativa C.}$$

**Problema 5**

O sinal de voltagem de entrada de um circuito atenuador é de 12,5 V, e a voltagem de saída é 85 mV. Admitindo-se que as resistências de entrada e de saída têm valores idênticos, a perda em dB é

A. 46 dB B. 4 dB C. 28,3 dB D. 43,3 dB E. 50 dB

**Solução**

O atenuador agirá como um amplificador cujo ganho negativo é expresso em dB. Logo, ganho do atenuador em

$$\text{dB} = 20 \log_{10}\left(\frac{\text{voltagem de saída}}{\text{voltagem de entrada}}\right)$$

$$= 20 \log_{10}\left(\frac{85 \times 10^{-3}}{12{,}5}\right)$$

$= -43{,}3$ dB, arredondados. Alternativa D.

**Problema 6**

A corrente do sinal de entrada de amplificadores ligados em cascata é 12 $\mu$A, e a corrente final de saída é de 850 mA. Admitindo que as resistências de entrada e de saída associadas a estas correntes são de valor igual, o ganho total em dB é

A. 7 dB B. 70 dB C. 50 dB D. −83 dB E. 97 dB

**Solução**

$$\text{Ganho total em dB} = 20 \log_{10}\left(\frac{\text{corrente de saída}}{\text{corrente de entrada}}\right)$$

**Problema 7**

O sinal da voltagem de entrada de um amplificador é de 235 mV, e a voltagem de saída é de 5 V. A resistência de entrada do amplificador é de 12 kΩ e a resistência de saída, 4,5 kΩ. O ganho do amplificador é

A. 40.8 dB B. 12.1 dB C. 29.2 dB D. 31 dB E. 11 dB

**Solução**

$$\text{Ganho do amplificador em dB} = 10 \log_{10}\left[\left(\frac{E_2}{E_1}\right)^2 \times \left(\frac{R_1}{R_2}\right)\right]$$

$$= 10 \log_{10}\left[\left(\frac{5}{0{,}235}\right)^2 \times \left(\frac{12}{4{,}5}\right)\right]$$

$= 31$ dB, arredondados. Alternativa D.

**Problema 8**

A corrente do sinal de entrada de um circuito atenuador é de 0,63 A e sua corrente de saída é de 115 $\mu$A. Se as resistências associadas às correntes de entrada e de saída são respectivamente 57 $\Omega$ e 8,2 k$\Omega$, a perda em dB é

A. 60 dB B. 66,8 dB C. 47,9 dB D. 53,2 dB E. 63,2 dB

**Solução**

O atenuador agirá como um amplificador cujo ganho negativo é expresso em dB. Logo,

$$10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1} = 10 \log_{10} \left[ \left( \frac{I_2}{I_1} \right)^2 \times \left( \frac{R_2}{R_1} \right) \right] = 10 \log_{10}$$

$$\left[ \left( \frac{115 \times 10^{-6}}{0{,}63} \right)^2 \times \left( \frac{8{,}2 \times 10^3}{57} \right) \right] = -53{,}2 \text{ dB, arredondados.}$$

Alternativa D.

**Problema 9**

Uma razão de potência de 4.750 é equivalente a um ganho de

A. 43,3 dB B. 7 dB C. 30 dB D. 47,5 dB E. 36,8 dB

**Solução**

Ganho = $10 \log_{10} 4\,750$ = 36,8 dB, arredondados. Alternativa E.

**Problema 10**

Admitindo-se que as resistências de entrada e de saída têm valores iguais, uma razão de voltagem de 0,32 é equivalente a uma mudança em dB de

A. −9,9 dB B. −3,2 dB C. 3,2 dB D. 9,9 dB E. −10 dB

**Solução**

Mudança em dB = $20 \log_{10} 0{,}32 = 10 \log_{10} 0{,}32^2 = 10 \log_{10} 0{,}1024 =$
$= -9{,}9$ dB, arredondados. Alternativa A.

**Problema 11**

Considerando que as resistências de entrada e de saída têm valores iguais, uma razão de corrente de 57,8 é equivalente a um ganho de

A. 4,8 dB B. 35,2 dB C. 5,2 dB D. 30,2 dB E. 29,8 dB

**Solução**

Ganho em dB = $20 \log_{10} 57{,}8$ = 35,2 dB. Alternativa B.



**Problema 12**

Um ganho de 47 dB é equivalente a uma razão de potência de

A. 47 B. 470 C. 2.000 D. $5 \times 10^4$ E. $7 \times 10^4$

**Solução**

Razão de potência = Antilog $\frac{47}{10}$ ou $\log \text{Inv} \frac{47}{10}$ ou $10^{47/10}$

$= 5 \times 10^4$, arredondados. Alternativa D.

**Problema 13**

Admitindo-se que as resistências de entrada e de saída têm valores iguais, uma perda de 8,3 dB corresponde a uma razão entre voltagem de saída e de entrada de

A. 2,6 B. 0,38 C. 8,3 D. 0,12 E. 0,06

**Solução**

É necessária uma razão de voltagem e *não uma razão de potência.* Outrossim, já que a perda é especificada, a razão é inferior a 1.

Potência nominal = Antilog $\frac{8{,}3}{20}$ = 0,38, arredondados. Alternativa B.

**Problema 14**

Considerando-se que as resistências de entrada e de saída possuem valores idênticos, um ganho de 42 dB corresponde a uma taxa de corrente de entrada/saída de

A. 0,42 B. 210 C. 420 D. 84 E. 126

**Solução**

$\frac{\text{Corrente de saída}}{\text{Corrente de entrada}}$ = antilog $\frac{42}{20}$ = 126, arredondados. Alternativa E.

**Problema 15**

Um nível de potência de −14 dB/m é equivalente a

A. 26 $\mu$W B. 160 $\mu$W C. 0,14 mW D. 0,04 mW E. $5 \times 10^{-6}$ W

**Solução**

Nível de potência = Antilog $\left( \frac{-14}{10} \right)$ = 0,04 mW, arredondados.

Alternativa D.

**Problema 16**

Um nível de potência de 37 dB/m está associado a um nível de voltagem de

A. 37 V B. 37 mV C. 5,5 V D. −5,5 V E. 54,8 V

**Solução**

Nível de potência = Antilog (37/10) mW = 5,01... W. Este nível de potência está associado a um $Z_0 = 600$ ohms, na linha e, portanto,

Nível de voltagem $= \sqrt{PZ_0}$

$= \sqrt{5,01... \times 600}$

$= 54,8$ V, arredondados. Alternativa E.

**Problema 17**

−12 dB/m estão associados a um nível de corrente de

A. −3,2 A B. 63 mA C. 120 $\mu$A D. 10,5 mA E. 324 $\mu$A.

**Solução**

Alternativa E.

**Problema 18**

A potência de entrada de uma linha de transmissão casada, cuja impedância característica é 50 ohms, é 2.500 W e a perda de potência nas linhas é de 150 W. A perda em dB é

A. 17 dB B. 0,122 dB C. 0,27 dB D. 21,7 dB E. 33,7 dB

**Solução**

Potência de saída da linha = 2.500 − 150 = 2.350 W. A razão entre a potência de saída e a de entrada, se expressa em decibéis, é

$$10 \log_{10}\left(\frac{2\,500 - 150}{2\,500}\right) = 10 \log_{10}\left(\frac{2\,350}{2\,500}\right) = 10 \log_{10} 0,94$$

$= -0,27$ dB, arredondados. Alternativa C.

**Problema 19**

No Problema 18, a voltagem de pico-a-pico entre os condutores na entrada da linha é de

A. 141,7 V B. 220 V C. 100 V D. 353 V E. 1 kV

**Solução**

Voltagem eficaz à entrada da linha

$$= \sqrt{PZ_0} = \sqrt{2\,500 \times 50} = 353,57 \text{V}.$$

A voltagem de pico-a-pico entre os condutores é de 353,57 × 2,828 = = 999,89... = 1.000 V ou 1 kV, arredondado. Alternativa B. Observe que a voltagem de pico entre os condutores é de 1.000/2 = 500 V, e o valor de pico da corrente de entrada da linha é 500 V/$Z_0$ ohms = 500/50 = 10 A.

**Problema 20**

No Problema 18, o nível da corrente no terminal de saída da linha é

A. 4,7 A B. 47 A C. 2,35 A D. 6,86 A E. 50 A



**Solução**

O nível de potência de saída é 2.350 W. A corrente eficaz no terminal de saída da linha é $\sqrt{\frac{2.350}{50}} = \sqrt{47}$ A = 6,86 A, arredondados. Alternativa D.

**Problema 21**

No Problema 20, no borne da linha há uma carga resistiva de valor

A. 40 Ω B. 50 Ω C. 120 Ω D. 160 Ω E. 20 Ω

**Solução**

Uma vez que a linha está casada, seu terminal deve ter uma carga resistiva de valor igual à impedância característica. O valor da resistência de carga é, portanto, 50 Ω. Alternativa B.

**Problema 22**

No Problema 20, o valor RMS da corrente de carga é

A. 4,7 A B. 47 A C. 2,35 A D. 6,86 A E. 50 A

**Solução**

A corrente de carga eficaz tem o mesmo valor da corrente eficaz no terminal de saída da linha, ou seja, 6,86 A. Alternativa D.

**Problema 23**

Um nível de potência de 15 VU é equivalente a uma potência de áudio de

A. 1,5 dB/W B. 3 W C. 1,5 W D. 31,6 mW E. 15 mW

**Solução**

Potência de áudio = antilog $\frac{15}{10}$ = 31,6 mW, arredondados. Alternativa D.

**Problema 24**

Uma transmissão com condutores paralelos e dielétrico de ar é alimentada por um gerador que opera em 600 MHz. O comprimento de onda na linha é

A. 0,5 metro B. 1 metro C. 2 metros D. 1,8 metro E. 1,5 metro

**Solução**

Já que foi usado um dielétrico de ar, $V\phi = 3 \times 10^8$ m/segundo, e o comprimento de onda é

$$\lambda = \frac{V\phi}{f} = \frac{3 \times 10^8}{600 \times 10^6} = 0.5 \text{ metro. Alternativa A.}$$

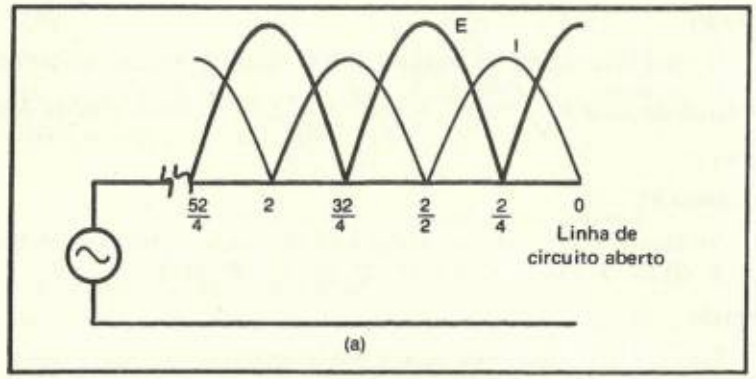



Fig. 11-3a Distribuição de corrente e voltagem em linha de circuito aberto.

**Problema 25**

Um cabo co-axial tem um isolamento de teflon (K = 2,1) entre condutores. Se o comprimento de onda na linha é de 25 cm, a freqüência do gerador é

A. 1,12 GHz B. 828 MHz C. 571 GHz D. 300 GHz E. 1,2 GHz

**Solução**

Velocidade de fase, $V\phi = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{2,1}}$ metros por segundo

Freqüência, $f = \frac{V\phi}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{25 \times 10^{-2} \times \sqrt{2,1}}$ Hz

$= 828$ MHz. Alternativa B.

## LINHA DESCASADA

Se uma linha de RF possui em seu borne uma carga resistiva de valor diferente da impedância característica, o gerador poderá operar normalmente enviando ondas de corrente e voltagem através da linha, mas sua energia será absorvida apenas parcialmente pela carga. Uma certa fração das ondas de corrente e voltagem aplicadas na carga serão enviadas de volta ao gerador. Nos dois casos extremos, de linhas em curto-circuito e em circuito aberto, nenhuma energia pode ser absorvida pela carga, e além disso ocorrerá uma reflexão total. Em qualquer ponto da linha a corrente ou voltagem instantânea será o resultado das ondas aplicadas ou refletidas de voltagem ou corrente. Estas combinam-se para produzir ondas estacionárias cuja distribuição RMS nas linhas em curto-circuito ou em circuito aberto são apresentadas nas Figs. 11-3a e 11-3b.

Com relação à distribuição das ondas de voltagem estacionária, existem certos pontos estacionários na linha, nos quais ocorrem variações de voltagem mínimas; estes pontos são conhecidos como pontos nodais, ou



de voltagem nula, e são separados entre si por uma distância igual a $\frac{\lambda}{2}$, onde $\lambda$ é o comprimento de onda conforme esteja presente na linha. No espaço intermediário entre os pontos nulos encontram-se os pontos de oscilação ou ventre de voltagem, que representam a variação máxima de voltagem; um ponto de oscilação está, por conseguinte, separado de um ponto adjacente de voltagem nodal por $\frac{\lambda}{4}$.

Observe que os pontos antinodais coincidem com os nodais da corrente, e vice-versa.

Se no borne da linha não há um circuito aberto nem tampouco curto-circuito, mas simplesmente uma carga resistiva, $R_L$, de valor menor ou maior que o valor de $Z_0$, haverá um decréscimo da intensidade de reflexão na carga; as ondas estacionárias serão portanto reduzidas de forma que os nodais e antinodais serão menos pronunciados. Ignorando as perdas na linha, a distribuição de corrente e voltagem nela, nos três casos de $R_L > Z_0$, $R_L = Z_0$, e $R_L < Z_0$, são apresentados na Fig. 11-4.

## COEFICIENTE DE REFLEXÃO

A fração de voltagem e corrente aplicadas refletida na carga é chamada de coeficiente de reflexão, $\rho$. Podemos representá-lo pela equação abaixo, que demonstra que

$$\rho = \frac{R_L - Z_0}{R_L + Z_0}$$

Um valor positivo de $\rho$ indica que a onda de voltagem é refletida sem reversão de fase, mas a onda de corrente será refletida com uma variação de fase de 180°. Se o $\rho$ tem valor negativo, a onda de voltagem é refletida com uma variação de fase de 180°, mas, por sua vez, a onda de corrente não sofre nenhuma reversão de fase na reflexão. Estes resultados são verdadeiros somente para cargas puramente resistivas.

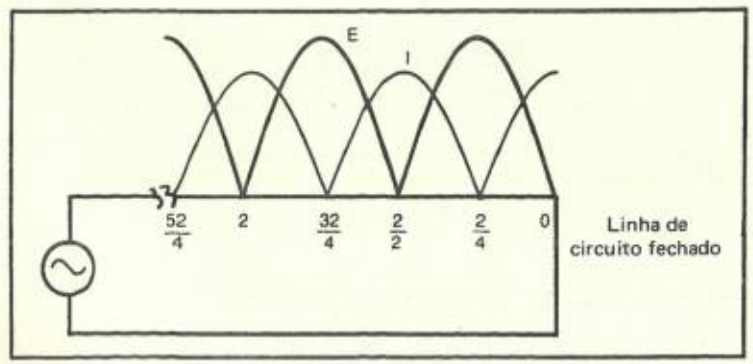



Fig. 11-3b. Distribuição de corrente e voltagem em linha de circuito fechado.

Se a carga contém tanto resistência como reatância, $\rho$ é uma quantidade complexa tendo não apenas grandeza mas também um ângulo de fase, entretanto, se é totalmente resistiva, o ângulo de fase é nulo e pode-se considerar que o $\rho$ possui apenas grandeza. Esta, varia de zero (linha perfeitamente casada) a 1 (para as linhas que estão em curto-circuito ou em circuito aberto).

Uma vez que a voltagem refletida é $\rho$ vezes a voltagem aplicada, e a corrente refletida é $\rho$ vezes a corrente aplicada, deduz-se que a potência refletida é $\rho^2$ vezes a potência aplicada. Logo, a potência de carga é igual à potência aplicada menos a potência refletida, e sua expressão é

$$(1 - \rho^2) \times \text{potência aplicada ou } \frac{1 - \rho^2}{\rho^2} \times \text{potência refletida.}$$

## RAZÃO DE ONDA ESTACIONÁRIA

Com relação à Fig. 11-3, o valor RMS de um antinodal de voltagem é $E_{máx}$ enquanto o valor do nodal adjacente é $E_{mín}$; a razão de onda estacionária de voltagem (VSWR), S, é expressa por $\frac{E_{máx}}{E_{mín}}$, que é igual em grandeza a $\frac{I_{máx}}{I_{mín}}$.

Numa linha perfeitamente casada S = 1, ao passo que para uma linha sem perdas, cujo terminal tanto pode ser um curto-circuito quanto um circuito aberto, S é teoricamente de valor infinito. Num sistema casado, normalmente considera-se adequado um valor de S inferior a 1,2.

Desde que $E_{máx}$ é o resultado da fasagem entre as voltagens aplicada e refletida, $E_{máx} = E_i + E_r = E_i(1 + \rho)$, onde os sufixos "i" e "r" representam "aplicada" e "refletida". De forma semelhante, $E_{mín}$ é a expressão de uma defasagem de 180°, e, portanto, $E_{mín} = E_i(1 - \rho)$. A razão de onda estacionária é expressa pela fórmula

$$S = \frac{E_{máx}}{E_{mín}} = \frac{E_i(1 + \rho)}{E_i(1 - \rho)} = \frac{1 + \rho}{1 - \rho}$$

Donde:

$$\rho = \frac{S - 1}{S + 1}$$

Se $R_L$ é maior que $Z_0$, a grandeza de $\rho$ é expressa por

$$\rho = \frac{R_L - Z_0}{R_L + Z_0}$$



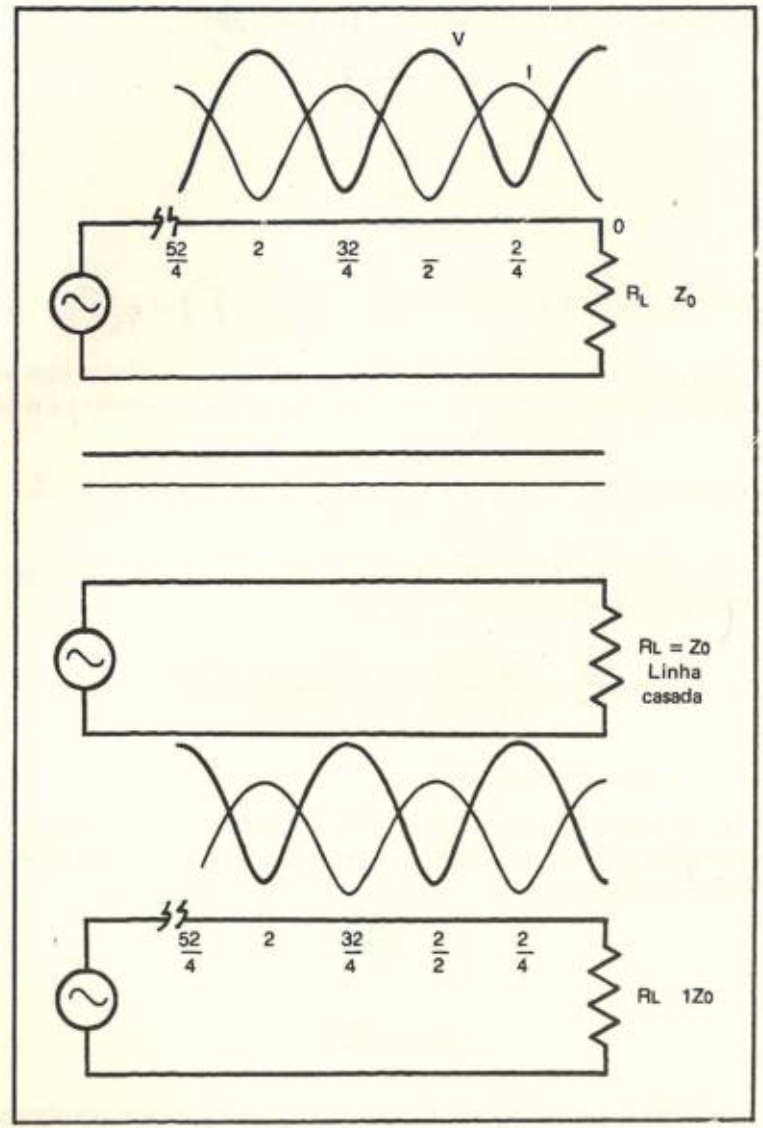



Fig. 11-4 Distribuição de corrente e voltagem em uma linha com diferentes valores de terminação resistiva.

e

$$S = \frac{1 + \rho}{1 - \rho} = \frac{R_L}{Z_0}$$

Se $R_L$ é menor que $Z_0$, a grandeza de $\rho$ é expressa por:

$$\rho = \frac{Z_o - R_L}{Z_o + R_L}$$

e

$$S = \frac{Z_o}{R_L}$$

$$\text{Potência de carga} = P_i(1 - \rho^2) = P_i\left(1 - \left(\frac{S-1}{S+1}\right)^2\right) = \frac{4SP_i}{(S+1)^2}$$

Nos pontos em que os antinodais da voltagem coincidem com os nodais da corrente, a impedância da linha tem um valor máximo e é resistiva.

$$\text{Impedância máxima,} \quad Z_{máx} = \frac{E_{máx}}{I_{mín}} = \frac{E_i(1+\rho)}{I_i(1-\rho)} = Z_o\frac{(1+\rho)}{(1-\rho)} = SZ_o$$

No ponto nodal (nulo) de voltagem, há uma impedância mínima que é expressa pela equação

$$Z_{mín} = \frac{E_{mín}}{I_{máx}} = \frac{E_i(1-\rho)}{I_i(1+\rho)} = Z_o\frac{(1-\rho)}{(1+\rho)} = \frac{Z_o}{S}$$

## LINHA DE QUARTO DE ONDA

Se um segmento de quarto de onda de uma linha, cuja impedância característica é $Z_0$, tem um terminal de carga $Z_L$ (Fig. 11-5), a impedância de entrada na linha é

$$Z_{in} = \frac{Z_o^2}{Z_L}$$

ou

$$Z_o = \sqrt{Z_{in}\,Z_L}$$

A linha de quarto de onda usada desta maneira é chamada algumas vezes de transformador (de impedância) $\lambda/4$. Pode-se obter a mesma retificação de impedância usando-se qualquer múltiplo ímpar de $\lambda/4$ para o comprimento de retificação, exceto um mesmo múltiplo, já que este poderia ser equivalente a um múltiplo de $\lambda/2$, para o qual não há retificação de impedância.

Observe que, embora o transformador equilibrador de impedância tenha eletricamente um comprimento de $\lambda/4$, seu comprimento físico é, na



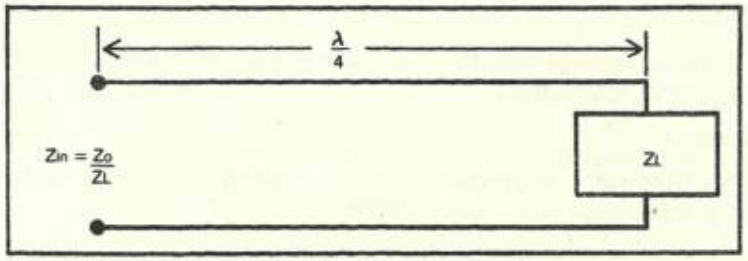



Fig. 11-5 Características de uma linha de quarto de onda.

verdade, menor que $\lambda/4$ em espaço livre e pode ser expresso através de

$$\text{Comprimento em pés} = \frac{246 \times \delta}{f}$$

onde $\delta$ é o fator de velocidade, que é igual à razão entre a velocidade da fase e a velocidade da luz, e f é a freqüência em MHz. O valor de $\delta$ varia de 0,66 para certos tipos de cabo co-axial, a 0,975 para uma linha de condutores paralelos com isolamento de ar.

### Problema 1

Uma linha de transmissão com impedância característica de 200 ohms tem um isolamento de ar e terminal de carga resistiva com valor de 300 ohms. O valor do coeficiente de reflexão é

A. 0,1 B. 0,2 C. 0,25 D. 0,4 E. 0,67

### Solução

O valor do coeficiente de reflexão,

$$\rho = \frac{R_L - Z_o}{R_L + Z_o} = \frac{300 - 200}{300 + 200} = 0{,}2. \quad \text{Alternativa B.}$$

### Problema 2

No Problema 1, a potência aplicada na carga é de 200 W. O valor da potência refletida é

A. 40W B. 20 W C. 16 W D. 8 W E. 4 W

### Solução

Potência refletida = $\rho^2 \times$ potência aplicada = $(0{,}2)^2 \times 200 = 8$ W. Alternativa D.

### Problema 3

No Problema 2, a potência na carga é

A. 200 W B. 160 W C. 180 W D. 184 W E. 192 W

**Solução**

Potência na carga = potência aplicada − potência refletida = 200 − − 8 = 192 W. Alternativa E.

**Problema 4**

No Problema 1, as perdas na linha são desprezíveis. O valor da razão de onda estacionária de voltagem (VSWR) é:

A. 1,2 B. 1,25 C. 1,4 D. 1,5 E. 1,75

**Solução**

$$\text{VSWR, } S = \frac{R_L}{Z_o} = \frac{300}{200} = 1{,}5$$

ou, de forma alternativa, o VSWR pode ser determinado através de

$$S = \frac{1+\rho}{1-\rho} = \frac{1+0{,}2}{1-0{,}2} = \frac{1{,}2}{0{,}8} = 1{,}5. \text{ Alternativa D.}$$

**Problema 5**

No Problema 4, um ponto antinodal de voltagem tem um valor de 450 V, medidos na linha. O valor do nodal adjacente de voltagem é

A. 675 V B. 450 V C. 300 V D. 250 V E. 225 V

**Solução**

Utilizando a solução do Problema 4, a voltagem no ponto nodal é

$$E_{mín} = \frac{E_{máx}}{S} = \frac{450}{1{,}5} = 300\text{V. Alternativa C.}$$

**Problema 6**

No Problema 4, a impedância mínima na linha é de

A. 125 Ω B. 133 Ω C. 150 Ω D. 167 Ω E. 115 Ω

**Solução**

Impedância mínima, $Z_{mín} = \frac{Z_o}{S} = \frac{200}{1{,}5} = 133$ ohms, arredondados. Alternativa B.

**Problema 7**

No Problema 4, o valor da corrente no ponto nodal de voltagem é

A. 1,25 A B. 1,5 A C. 1,7 A D. 2,25 A E. 2,5 A



**Solução**

O ponto nodal da voltagem coincide com o ponto antinodal da corrente. Usando as soluções dos Problemas 5 e 6, a corrente é

$$I_{máx} = \frac{E_{mín}}{Z_{mín}} = \frac{300\text{V}}{200/1{,}5} = 2{,}25\text{A. Alternativa D.}$$

**Problema 8**

No Problema 4, a freqüência de alimentação da linha é de 150 MHz. A distância entre um antinodal de voltagem e um nodal de voltagem adjacente é

A. 0,5 metro B. 1,0 metro C. 1,25 metro D. 1,5 metro E. 2,0 metros

**Solução**

Uma vez que a linha tem um isolamento de ar, o comprimento de onda nela presente é

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{f} = \frac{3 \times 10^8}{150 \times 10^6} = 2 \text{ metros.}$$

O afastamento entre o ventre de voltagem e o nó de voltagem adjacente é

$$\frac{\lambda}{4} = \frac{2}{4} = 0{,}5 \text{ metro. Alternativa A.}$$

**Problema 9**

No Problema 8, a distância entre dois nós de corrente adjacente é

A. 0,5 metro B. 1,0 metro C. 1,25 metro D. 1,5 metro E. 2 metros

**Solução**

O afastamento entre os dois nós de voltagem adjacente é

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{2{,}0}{2} = 1{,}0 \text{ metro. Alternativa B.}$$

**Problema 10**

No Problema 1, uma carga resistiva adicional de 600 ohms é ligada a carga de 300 ohms. A razão de onda estacionária de voltagem resultante é

A. 1,0 B. 1,25 C. 1,5 D. 1,75 E. 4,5

**Solução**

A carga total resultante é de 600 ohms e 300 ohms em paralelo, e portanto seu valor é

$$\frac{600 \times 300}{600 + 300} = 200\Omega$$

Este valor de carga casa-se com a impedância característica da linha e conseqüentemente a razão de onda estacionária de voltagem é 1. Alternativa A.

**Problema 11**

Um transformador de quarto de onda é usado para casar uma carga resistiva de 150 ohms, com a impedância característica da linha de 50 ohms. A impedância característica requerida para transformador é

A. 75 ohms B. 87 ohms C. 100 ohms D. 92 ohms E. 103 ohms

**Solução**

A impedância característica do transformador é

$\sqrt{50 \times 150} = \sqrt{7\,500} = 87\Omega$, arredondados. Alternativa B.

**Problema 12**

Uma seção $\frac{\lambda}{2}$ de linha tem um terminal de carga resistiva de 125 ohms. Se a impedância característica da linha é 75 ohms, a impedância de entrada à linha é

A. 75 ohms B. 100 olms C. 125 ohms C. 45 ohms E. 208 ohms

**Solução**

Não há nenhuma transformação da impedância entre os terminais de uma seção $\frac{\lambda}{2}$ de linha. A impedância de entrada na linha é, portanto, igual à carga de 125 ohms. Alternativa C.

## GUIAS DE ONDA

Em freqüências de microondas (aproximadamente acima de 1 GHz), normalmente usam-se guias de onda ao invés de cabos co-axiais nos quais ocorrem sérias perdas dielétricas. As dimensões internas de uma guia de onda retangular são comumente chamadas "a" e "b", onde *a* é a largura. A onda dominante é chamada $TE_{10}$ e para que a onda seja propagada na guia, é fundamental que a largura interna desta seja maior que metade do espaço livre do comprimento de onda, $\lambda_0$, do sinal transmitido. A fórmula de $\lambda_0$, aplicável a todas as ondas eletromagnéticas irradiadas, é

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{f} \text{ metros}$$

onde f é a freqüência da onda em Hz. O comprimento de corte da onda



(ou comprimento máximo), $\lambda_c$, é portanto a segunda ($2^a$) e a freqüência de corte (ou mínima) é de c/2a Hz.

Para guias de onda circulares, a onda dominante é chamada de $TE_{11}$, e para este modo, o comprimento máximo de onda, $\lambda c$, é 1,71 vezes o diâmetro interno da guia. Contudo, a onda dominante $TM_{01}$ é muito usada e, neste caso, o comprimento máximo de onda é de 1,31 vezes o diâmetro interno da guia.

**Problema 1**

As dimensões internas de uma guia de onda retangular são 2,22 cm X X 4,76 cm. Admitindo que seja usada a $TE_{10}$, o comprimento máximo de onda é

A. 1,11 cm B. 4,4 cm C. 4,76 cm D. 2,38 cm E. 9,52 cm

**Solução**

Largura, a = 4,76 cm. O comprimento máximo de onda é 2a = 9,52 cm. Alternativa E.

**Problema 2**

O diâmetro interno de uma guia de onda circular é de 3,75 cm. Considerando-se que a onda dominante é uma $TE_{11}$, a freqüência mínima é

A. 6,11 GHz B. 4,68 GHz C. 5,76 GHz D. 16,00 GHz E. 8,00 GHz

**Solução**

O comprimento máximo de onda, $\lambda_c = 1{,}71 \times 3{,}75$ cm. Freqüência de corte, $f_c = \frac{c}{\lambda c} = \frac{3{,}0 \times 10^8}{1{,}71 \times 3{,}75 \times 10^{-2}}$ Hz = 4,68 GHz, arredondados. Alternativa B.

**Problema 3**

O comprimento de uma onda de rádio em espaço livre é de 5 cm. O ciclo da onda é de

A. 0,016 7 microssegundo B. 6 nanossegundos C. 1,67 nanossegundo D. 167 picossegundos E. 60 picossegundos

**Solução**

Freqüência, $f = \frac{c}{\lambda o} = \frac{3{,}0 \times 10^8}{0{,}05} = 6 \times 10^9$ Hz

Ciclo T = $\frac{1}{f} = \frac{1}{6 \times 10^9}$ segundo = $0{,}167 \times 10^{-9}$ segundo

= 167 picossegundos. Alternativa D.

**Problema 4**

O ciclo de uma onda de rádio é de 0,002 microssegundo. Seu comprimento de onda em espaço livre é

A. 1,5 metro B. 1,2 metro C. 60 centímetros D. 120 centímetros E. 15 centímetros

**Solução**

Freqüência, $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}002 \times 10^{-6}} = 500 \times 10^6$ Hz

Comprimento de onda em espaço livre, $\lambda_o = \frac{c}{f} = \frac{300 \times 10^6}{500 \times 10^6} =$

$= 0.60$ metro $= 60$ cm. Alternativa C.

## ANTENAS HERTZ E MARCONI

Uma onda de rádio em espaço livre constitui-se de campos elétricos e magnéticos perpendiculares entre si e em relação à direção de propagação. Os dois campos estão fasados quanto aos ciclos e a onda como um todo propaga-se à velocidade da luz que na atmosfera é de cerca de 186.000 milhas/segundo ou $3 \times 10^8$ m/segundo. O plano de polarização da onda é definido pela direção do campo elétrico e pela direção da propagação, de maneira que uma onda polarizada verticalmente irá constituir-se de um campo elétrico vertical e de um campo magnético horizontal. Tal onda será irradiada (ou recebida) por uma antena vertical. Os dois tipos básicos de antena usados para transmissão e recepção são as antenas tipo Hertz dipolar e a Marconi monopolar.

A Hertz dipolar é basicamente uma haste fina que corresponde eletricamente a meio comprimento de onda ($\lambda/2$ de comprimento, e cuja alimentação é feita normalmente no centro). Esta antena irradia ondas estacionárias, e, pela Fig. 11-6, podemos ver a voltagem RMS e a distribuição de corrente. Quando ela tem eletricamente meio comprimento de onda ($\lambda/2$) na freqüência operacional, está em ressonância e apresenta uma carga de aproximadamente 70 ohms de resistência ao ponto de alimentação central. Este valor de 70 ohms é, portanto, a resistência efetiva ou irradiada da antena em ressonância.

O meio comprimento de onda elétrica, ou $\frac{\lambda}{2}$, em espaço livre, é igual a

$$\frac{1}{2} \times \frac{300}{f} = \frac{150}{f} \text{ metros}$$

onde f é a freqüência em MHz, na qual a antena está funcionando. Contudo, os comprimentos de antenas geralmente são medidos em pés, e então a fórmula é

Comprimento de onda elétrica ou o Comprimento de onda em espaço livre,

$$\lambda_o = \frac{984}{f} \text{ pés, e, portanto,}$$



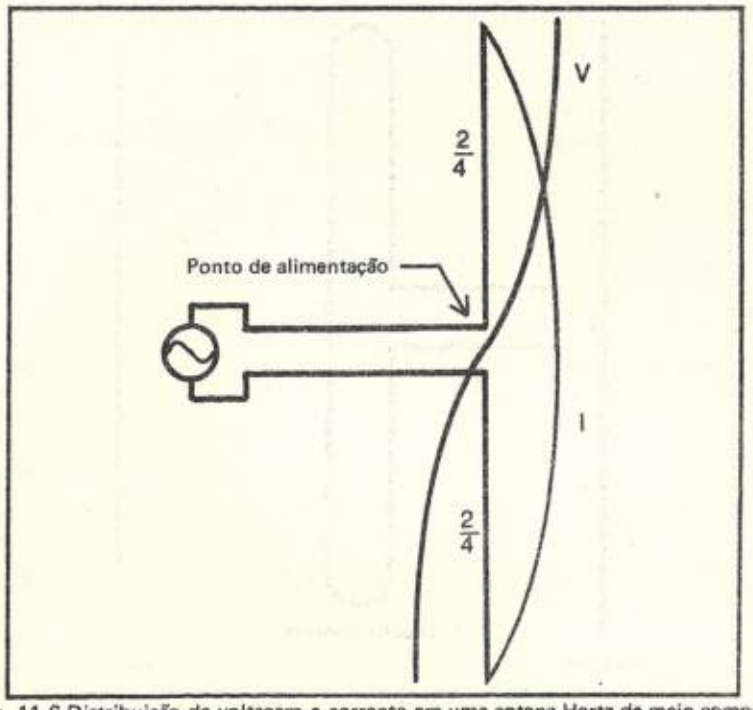



Fig. 11-6 Distribuição de voltagem e corrente em uma antena Hertz de meio comprimento de onda.

Meio comprimento de onda $= \frac{1}{2} \times \frac{984}{f} = \frac{492}{f}$

onde f é a freqüência em MHz.

Tendo em vista que uma onda de rádio é propagada numa distância de um comprimento de onda em um ciclo, um comprimento de onda elétrico pode ser considerado como equivalente a uma distância de 360 graus elétricos.

Devido aos "efeitos de borne", causados pela capacitância entre os terminais da antena e o terra, a velocidade de uma onda na antena é menor que no espaço livre. Conseqüentemente, o comprimento *físico* da antena Hertz dipolar, em ressonância, é cerca de 5% menor do que o meio comprimento de onda *elétrico*, e pode ser determinado através da seguinte fórmula:

Comprimento físico de uma antena de meia-onda $= \frac{468}{f}$ pés,

onde f é a freqüência de operação em MHz. Esta fórmula aplica-se especificamente a uma antena de cabo. A fórmula para uma antena dipolar de meia onda é

Comprimento físico em pés $= \frac{492\delta}{f}$ onde $\delta$ é um fator cujo valor situa-se entre 0,9 e 0,98 e é determinado pela estrutura da antena.

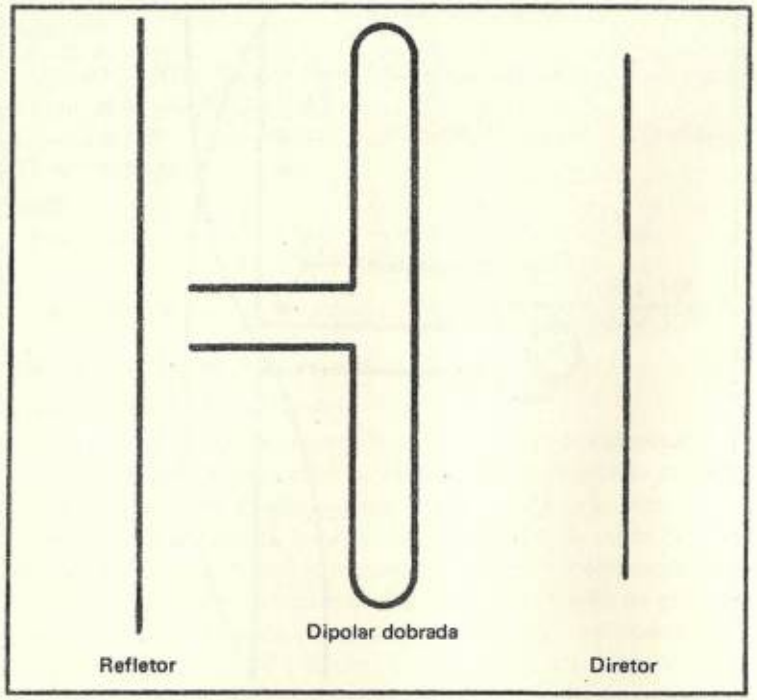



Fig. 11-7 Antena dipolar dobrada com elementos refletor e diretor incluídos, para aumentar o ganho.

Observe que a antena Hertz dipolar pode ser montada tanto horizontal como verticalmente, é eletricamente equilibrada e pode ser operada à distância, do chão. No ponto de alimentação, a carga da antena dipolar é normalmente casada com a impedância característica da linha de transmissão, de forma a reduzir ao mínimo as ondas estacionárias e perdas na linha.

É prática generalizada colocar uma haste refletora (elemento parasita) na parte de trás da bipolar (Fig. 11-7), de forma a aumentar o valor da irradiação numa determinada direção, ou ampliar o sinal recebido dessa direção. Essa é uma maneira de aumentar o ganho da antena. O comprimento físico do refletor é maior que aquele da dipolar, e pode ser calculado por meio da expressão 492/f pés, onde f é a freqüência de ressonância da dipolar em MHz. O refletor parasita é usado preferencialmente com uma antena dipolar do tipo borboleta, a qual, em ressonância, representa uma carga de aproximadamente 300 ohms, em oposição à de 70 ohms da antena bipolar reta. Um outro elemento parasita é o componente direcional, que é mais curto que a dipolar e colocado defronte da antena; também serve para aumentar o ganho da antena.



As baixas freqüências correspondem a comprimentos de onda longos e, por conseguinte, a dipolar, devido ao seu tamanho, torna-se impraticável para freqüências inferiores a alguns MHz. Nestas faixas, utiliza-se uma antena monopolar ou Marconi, montada verticalmente com seu terminal inferior próximo ao terra. A Fig. 11-8 mostra a distribuição de ondas estacionárias de voltagem e corrente em antena Marconi que está em ressonância, e apresenta uma resistência de carga de aproximadamente 35 ohms no ponto de alimentação.

O comprimento do quarto de onda elétrica é

$$\frac{75}{f} \text{ metros, ou } \frac{246}{f} \text{ pés}$$

e o seu comprimento físico em ressonância $= \frac{234}{f}$ pés, onde f é a freqüência em MHz.

**Problema 1**

Uma antena Hertz em ressonância funciona numa freqüência de 48 MHz. Seu comprimento elétrico é

A. 5,12 pés B. 20,5 pés C. 9,75 pés D. 4,83 pés E. 10,25 pés

**Solução**

Meio comprimento de onda elétrico da antena Hertz $= \frac{492}{f(MHz)}$

$$= \frac{492}{48} = 10{,}25 \text{ pés. Alternativa E.}$$

**Problema 2**

No Problema 1, o comprimento físico da antena é

A. 5,12 pés B. 20,5 pés C. 9,75 pés D. 4,83 pés E. 10,25 pés

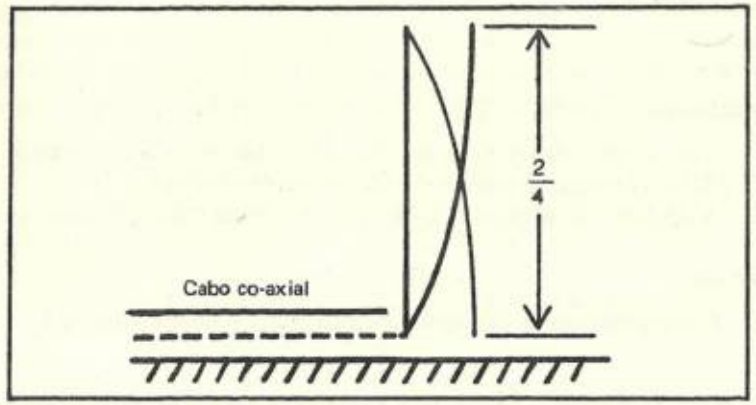



Fig. 11-8 Distribuição da corrente e voltagem em antena Marconi de quarto de onda.

**Solução**

Comprimento físico da antena Hertz $= \frac{468}{f(MHz)} = \frac{468}{48} = 9{,}75$ pés.

Alternativa C.

**Problema 3**

No Problema 2, uma haste refletora é colocada atrás da antena Hertz dipolar para aumentar o seu ganho. O comprimento da haste refletora deve ser

A. 5,12 pés B. 20,5 pés C. 9,75 pés D. 4,83 pés E. 10,25 pés

**Solução**

O comprimento da haste refletora é igual a meio comprimento de onda *elétrico*, ou 10,25 pés. Alternativa E.

**Problema 4**

Uma torre de antena tem 175 pés de altura e é operada numa freqüência de 835 kHz. Qual a percentagem de comprimento de onda elétrico que a altura da torre representa?

A. 14,2% B. 14,9% C 15,7% D. 28,4% E. 7,1%

**Solução**

Comprimento de onda em pés $= \frac{984}{f(MHz)} = \frac{984}{0{,}835}$

A percentagem de comprimento de onda representada pela altura da torre é

$$\frac{175}{984/0{,}835} \times 100 = \frac{175 \times 0{,}835}{984} \times 100 = 14{,}9\%, \text{ arredondados.}$$

Alternativa B.

**Problema 5**

Uma antena Marconi em ressonância é operada numa freqüência de 5,72 MHz. O comprimento elétrico da antena em metros é

A. 26,2 m B. 80,4 m C. 40,9 m D. 13,1 m E. 20,45 m

**Solução**

O comprimento de quarto de onda elétrico da antena Marconi é

$$\frac{75}{f(MHz)} = \frac{75}{5{,}72} = 13{,}1 \text{ metros, arredondados. Alternativa D.}$$



**Problema 6**

Duas torres de antena que são operadas em 950 kHz têm um afastamento entre si de 150 graus elétricos. Essa distância em pés é

A. 432 pés B. 410 pés C. 820 pés D. 454 pés E. 205 pés

**Solução**

O comprimento de onda elétrico é

$$\frac{984}{f(MHz)} = \frac{984}{0{,}95} = 1\,036\ldots \text{ pés}$$

A distância física entre as torres é

$$1036\ldots \times \frac{150}{360} = 432 \text{ pés, arredondados. Alternativa A.}$$

## FATORES QUE AFETAM A INTENSIDADE DO CAMPO DE FORÇA

A intensidade do campo elétrico, $\epsilon$, em um ponto dado de uma antena transmissora, é medida em volts (ou milivolts, microvolts) por metro e $\epsilon$ representa a voltagem do sinal induzido em uma antena receptora. O valor de $\epsilon$ para uma dipolar é expresso pela fórmula

$$\epsilon = \frac{60\,I}{d} \text{ volts/metro}$$

I = corrente da antena em ampères no ponto de alimentação
d = distância em metros da antena transmissora

A intensidade de campo é, portanto, diretamente proporcional à corrente de antena e inversamente proporcional à distância da antena transmissora. Uma vez que a potência irradiada da transmissora é proporcional ao quadrado da corrente de antena, a intensidade de campo será diretamente proporcional à raiz quadrada da potência irradiada. Por exemplo, uma antena dipolar com pouca espessura e alimentação central, tem uma resistência de radiação de 73,2 ohms, de forma que, se a potência de RF gerada para a antena é de 1 quilowatt, a corrente da antena é

$$\sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{1000}{73{,}2}} \text{ ampères,}$$

e a intensidade de campo, portanto, num ponto distante uma milha (= 1.609,3 metros) da antena é

$$\epsilon = \frac{60I}{d} = \frac{60 \times \sqrt{\frac{1000}{73{,}2}}}{1609{,}3} = 0{,}137\,8 \text{ volts/metro}$$

$$= 137{,}8 \text{ milivolts/metro.}$$

A antena dipolar fina, com alimentação central, é usada como padrão para determinar o ganho de certas antenas mais sofisticadas.

Segundo o padrão de radiação de uma antena transmissora, pode-se tomar os pontos onde o valor da intensidade de campo são iguais, para formar um contorno peculiar de uma intensidade de campo.

**Problema 1**

A 3 milhas de distância de uma antena transmissora, a intensidade de campo é de 650 $\mu$V/m. Se a corrente de antena é dobrada, a intensidade de campo resultante, no mesmo ponto, é de

A. 2,6 mV/m B. 325 mV/m C. 325 $\mu$V/m D. 163 $\mu$V/m E. 5,2 mV/m

**Solução**

A intensidade de campo é diretamente proporcional à corrente de antena. Portanto, a intensidade de campo resultante é $2 \times 650 = 1.300$ $\mu$V/m = 1,3 mV/m. Alternativa C.

**Problema 2**

No Problema 1, qual o valor da intensidade de campo resultante a uma distância de 5 milhas da antena transmissora?

A. 468 $\mu$V/m B. 780 $\mu$V/m C. 835 $\mu$V/m D. 1.007 $\mu$V/m E. 2,17 $\mu$V/m

**Solução**

A intensidade de campo é inversamente proporcional à distância da antena transmissora. Por conseguinte, a intensidade de campo resultante a 5 milhas da antena transmissora é

$$1.300 \times \frac{3}{5} = 780 \ \mu\text{V/m}.$$ Alternativa B.

**Problema 3**

É feita a medição da intensidade de campo a certa distância de uma antena transmissora. Se a potência do transmissor for duplicada, a intensidade de campo no mesmo ponto será multiplicada por um fator de

A. 2 B. 4 C. 1,414 D. 0,5 E. 0,16

**Solução**

A intensidade de campo é diretamente proporcional à raiz quadrada da potência irradiada. A intensidade de campo, portanto, será multiplicada por um fator de $\sqrt{2} = 1,414$. Alternativa C.



**Problema 4**

A uma distância de 5 milhas de uma antena transmissora de 5 kW, a intensidade de campo é de 400 $\mu$V/m. Se reduzirmos a potência para 3,5 kW, qual a distância resultante de 600 $\mu$V do contorno/metro da antena?

A. 7,0 milhas B. 7,5 milhas C. 8,0 milhas D. 8,5 milhas E. 9,0 milhas.

**Solução**

Já que a intensidade de campo é diretamente proporcional à raiz quadrada da potência irradiada, a intensidade de campo resultante a uma distância de 5 milhas é de $400 \times \sqrt{\frac{3,5}{5,0}}$ $\mu$V/m. Com a intensidade de campo inversamente proporcional à distância da antena, a distância resultante que determinará um contorno/metro de 600 $\mu$V é

$$\frac{5 \times 600}{400 \times \sqrt{\frac{3,5}{5,0}}} = \frac{5 \times 600}{400} \times \sqrt{\frac{5,0}{3,5}}$$

= 9,0 milhas, arredondados. Alternativa E.

**Problema 5**

A uma distância de 3 milhas de uma antena transmissora, a intensidade de campo é de 15 mV/m. A corrente de antena é então elevada para 25 A e a intensidade de campo resultante na mesma posição é de 20 mV/metro. O valor original da corrente de antena era

A. 17,5 A B. 18,75 A C. 20 A D. 22,65 A E. 22,5 A

**Solução**

A intensidade de campo é diretamente proporcional à corrente de antena e por conseguinte

$$\frac{\text{Corrente de antena original}}{\text{Novo valor da corrente de antena}} = \frac{\text{Intensidade de campo original}}{\text{Intensidade de campo resultante}}$$

ou

Corrente de antena original $= 25 \times \frac{15}{20} = 18,75$ A. Alternativa B.

**Problema 6**

A intensidade de campo em uma dada distância de recepção é de 650 $\mu$V/m. Se a antena receptora tem 2,5 metros de comprimento, a voltagem induzida do sinal na antena é

A. 1,63 mV B. 2.600 V C. 3.250 V D. 1,85 mV E. 4,06 mV

**Solução**

A voltagem induzida do sinal na antena é igual à intensidade do campo multiplicada pelo comprimento da antena, ou 650 X 2,5 = 1.625 $\mu$V = = 1,63 $\mu$V, arredondado. Alternativa A.

**Problema 7**

Uma voltagem de sinal de 2,75 mV é induzida numa antena receptora de 5,5 metros de comprimento. A intensidade de campo da antena é

A. 250 $\mu$V/m B. 500 $\mu$V/m C. 750 $\mu$V/m D. 1,25 mV/m E. 2,25 $\mu$V/m

**Solução**

Intensidade de campo = 2,75/5,5 = 0,5 mV/m = 500 $\mu$V/m. Alternativa B.

**Problema 8**

Um transmissor de 25 kW produz uma intensidade de campo de 25 mV/m num ponto distante 5 milhas da antena. Quando a potência de saída do transmissor é aumentada, a intensidade de campo resultante no mesmo ponto é de 35 mV/m. O percentual de aumento na potência do transmissor é

A. 40% B. 48% C. 64% D. 78% E. 96%

**Solução**

O quadrado da intensidade de campo é diretamente proporcional à potência do transmissor. Por conseguinte

$$\frac{\text{Potência resultante do transmissor}}{\text{Potência original do transmissor}} = \frac{(\text{Intensidade de campo resultante})^2}{(\text{Intensidade de campo original})}$$

ou

$$\text{Potência resultante do transmissor} = 25 \times \frac{(35)^2}{(25)} = 49{,}00\ldots$$

Percentual de aumento de potência do transmissor

$$= \left(\frac{49{,}00\ldots - 25}{25}\right) \times 100 = 96\%.$$ Alternativa E.

## POTÊNCIA DE OPERAÇÃO

A potência de operação de um transmissor é determinada através da corrente de RF gerada pelo transmissor para a antena e pela resistência efetiva da antena.



Potência de operação, $P = I_A^2 R_A$ watts

Logo

$I_A$ = corrente da antena em ampères

$R_A$ = resistência efetiva da antena em ohms.

Então,

$$I_A = \sqrt{\frac{P}{R_A}}$$

e

$$R_A = \frac{P}{I_A^2}$$

O método de cálculo indireto da potência de operação é assunto do Capítulo 12.

## GANHO DE ANTENA

Se anexarmos a uma antena dipolar simples mais elementos parasitas, tais como refletores e diretores (ou se acrescentarmos mais antenas para compor um sistema de antenas), a potência da portadora de RF irradiada fica concentrada em determinadas direções e o ganho da antena é aumentado. Este ganho pode ainda ser considerado em termos de intensidade de campo ou de potência.

Das medidas aferidas em uma determinada posição, o ganho de campo é a razão entre a intensidade de campo produzida pelo sistema de antenas e a intensidade de campo criada por uma dipolar simples (admitindo que esta dipolar tem condições de substituir diretamente o complexo de antenas) uma vez que o quadrado da intensidade de campo é diretamente proporcional à potência irradiada, o ganho de potência da antena é igual ao (ganho de campo)$^2$ e pode ainda ser expresso como uma razão ou em dB. Contudo, deve-se observar que o termo "ganho de potência de um sistema de antenas" é usado em certas ocasiões, e isso geralmente leva em consideração as perdas da linha de transmissão.

## POTÊNCIA EFETIVA IRRADIADA

A Potência Efetiva Irradiada (PEI) numa direção particular é expressa por: PEI = (potência de entrada da portadora de RF à linha de transmissão) X (razão do ganho de potência do sistema de antenas) = (potência da portadora de RF gerada para a antena) X (razão do ganho de potência da antena) = (potência da portadora de RF gerada para a antena) X (razão do ganho de campo da antena)$^2$.

Continuando, ganho de potência da antena em dB = 10 $\log_{10}$ (razão do ganho de potência da antena) = 20 $\log_{10}$ (razão do ganho de campo da antena) = ganho de potência do sistema de antenas em dB + perda na linha de transmissão em dB.

## RAZÃO DE CORRENTE DE BASE DE ANTENA

Emissoras de AM não direcionais utilizam uma torre de antena simples e transmitem o sinal de rádio com a mesma intensidade em todas as direções. Estações de AM direcionais usam mais de uma torre de antena. Através do posicionamento de cada torre, potência irradiada por cada uma, e fase do sinal em cada torre, diversas intensidades de sinais podem ser irradiadas em várias direções. Os sistemas de antena direcional são usados para melhorar a qualidade do sinal para determinadas áreas e reduzi-lo na direção de outras estações a fim de evitar interferência.

Para determinar se um sistema de antena direcional está irradiando o sinal de acordo com um padrão específico de transmissão, instala-se na estação um instrumento chamado monitor de antena. Este capacita o operador a determinar se a corrente de radiofreqüência em cada torre tem um valor correto e se a fase do sinal transmitido por cada torre é também correta. Alguns monitores de antena indicam a razão de corrente de cada torre e a corrente da torre de referência.

Se o sinal chega simultaneamente a cada uma das torres, diz-se que está "em fase". Na maioria dos sistemas de antena direcional, o tempo gasto pelo sinal para chegar a cada uma das torres não é o mesmo. A diferença de tempo ou fase é medida em graus. Para cada torre de antena direcional, a licença da emissora possui uma lista das fases de sinal exigidas e razões da corrente de base da antena. Calcula-se a razão da corrente de base de antena para uma dada torre dividindo-se a leitura do medidor de corrente pela leitura efetuada na torre de referência.

Por exemplo,
Razão de corrente de base da antena 2

$$= \frac{\text{Leitura da corrente de antena da antena 2}}{\text{Leitura da corrente da torre de referência}}$$

Esta razão, se calculada ou lida no monitor da antena, não deve desviar-se normalmente mais de 5% daquele valor especificado na licença de operação da emissora. Uma vez que as estações de radiodifusão de AM direcionais empregam elementos de irradiação múltiplos, a potência de operação dessas emissoras, determinada pelo método direto, é igual ao produto da resistência comum a todas as torres (ponto comum de resistência, $R_c$) pelo quadrado da corrente comum a todas as torres (corrente de ponto comum, $I_c$).

Potência de operação da estação de Am direcional = $I_c^2 R_c$ watts.

**Problema 1**

A corrente de RF gerada para uma antena é de 8 A e a resistência efetiva da antena é de 125 ohms. A potência de operação calculada por



método direto é

A. 960 W B. 1.000 W C. 12,5 kW D. 8 kW E. 115,2 kW

**Solução**

Potência de operação = $I_A^2 R_A = (8)^2 \times 125 = 8.000$ W. Alternativa D.

**Problema 2**

A potência de operação de um transmissor é de 10 kW e a corrente de RF gerada à antena é de 14 A. A resistência efetiva da antena é

A. 19,6 Ω B. 51 Ω C. 71 Ω D. 37 Ω E. 35 Ω

**Solução**

A resistência efetiva da antena é

$$\frac{P}{I_A^2} = \frac{10\,000}{(14)^2} = 51\Omega,$$ arredondados. Alternativa B.

**Problema 3**

Um transmissor gera uma potência de onda portadora de RF de 10 kW, à entrada de um cabo co-axial. Se o ganho de potência do sistema de antenas é de 8 dB, a potência efetiva irradiada é

A. 80 kW B. 40 kW C. 25 kW D. 71 kW E. 63 kW

**Solução**

Potência efetiva irradiada = (potência de entrada de RF à linha de transmissão) X (razão do ganho de potência do sistema de antena).

A razão do ganho de potência correspondente a 8 dB é: Antilog $\frac{8}{10}$ = = 6,309, então multiplica-se a razão do ganho de potência pela potência do transmissor de 10 kW. Logo, a potência efetiva irradiada é 6,309 X X 10 = 63 kW, arredondados. Alternativa E.

**Problema 4**

No Problema 3, o ganho de potência da antena é de 8,3 dB. A perda da linha de transmissão em watts é

A. 670 W B. 300 W C. 520 W D. 330 W E. 415 W

**Solução**

Perda da linha de transmissão em dB = 8,3 − 8,0 = 0,3 dB, ou 0,9333 de redução.

Potência gerada à antena = 10.000 X 0,9333 = 9.330 watts. A perda de potência na linha é de 10.000 − 9.330 = 670 W, arredondados. Alternativa A.

**Problema 5**

Um transmissor gera uma potência de onda portadora de RF de 25 kW à entrada de um cabo co-axial. Se a perda na linha de transmissão é 0,35 dB, e o ganho de campo da antena é de 2,5, a potência efetiva irradiada é

A. 169 kW B. 144 kW C. 132 kW D. 124 kW E. 103 kW

**Solução**

Ganho de potência da antena = 20 $\log_{10}$ (ganho de campo da antena) = 20 $\log_{10}$ 2,5 = 7,9655 dB. Ganho de potência do sistema de antenas = 7,9655 − 0,35 = 7,615 dB. A razão de ganho de potência correspondente é Antilog $\frac{7,615}{10}$ = 5,77. Portanto, a potência efetiva irradiada é 5,77 × 25 = 144 kW, arredondados. Alternativa B.

**Problema 6**

Um cabo co-axial casado fornece uma potência de portadora de RF de 9,25 kW a uma antena. Na antena, a corrente da linha de transmissão é de 11,2 A enquanto que no terminal do transistor é de 11,9 A. A perda da linha de transmissão em dB é

A. 0,28 B. 0,37 C. 0,53 D. 0,64 E. 0,49

**Solução**

Perda da linha de transmissão em decibéis = 20 $\log_{10}$ $\frac{I_{saída}}{I_{entrada}}$ = = 20 $\log_{10}$ $\frac{11,2}{11,9}$ = −0,53 dB, arredondado. Por conseguinte, a perda na linha de transmissão = +0,53 dB. Alternativa C.

**Problema 7**

No Problema 6, o ganho de potência do sistema de antena é 7,5 A. A potência efetiva irradiada é

A. 56 kW B. 62 kW C. 69 kW D. 43 kW E. 78 kW

**Solução**

Como alternativa para usar a perda na linha de transmissão em dB, podemos calcular a potência no terminal do transmissor considerando-se que a potência numa linha casada em qualquer ponto é $I^2Z_0$. Portanto,

$$\frac{\text{Potência no terminal do transmissor (do cabo)}}{\text{Potência gerada à antena}} = \left(\frac{11,9}{11,2}\right)^2$$

A potência no terminal do transmissor (cabo) é

$$9,2 \times \left(\frac{11,9}{11,2}\right)^2 = 10,4 \text{ kW, arredondados.}$$



A potência efetiva irradiada é 10,4 × 7,5 = 78 kW, arredondados. Observe que o ganho de potência do sistema de antenas é fornecido como uma razão e não em dB. Alternativa E.

**Problema 8**

A potência de entrada de uma portadora de RF a um cabo co-axial é de 5 kW. Se a linha de transmissão casada tem um rendimento de 90% e o ganho de campo de antena é 2,7, a potência efetiva irradiada é

A. 12,2 kW B. 32,8 kW C. 13,5 kW D. 36,5 kW E. 38,8 kW

**Solução**

Potência de entrada de RF à antena = $5 \times \frac{90}{100}$ = 4,5 kW.

Potência efetiva irradiada = 4,5 × $(2,7)^2$ = 32,8 kW, arredondados. Alternativa B.

**Problema 9**

A potência de saída de uma portadora de RF de um transmissor à linha de transmissão é de 10 kW. A perda na linha de transmissão é de 0,4 dB e a potência efetiva irradiada é de 50 kW. O ganho de campo da antena é

A. 5,5 B. 3,7 C. 2,3 D. 2,9 E. 1,5

**Solução**

A potência de entrada da portadora de RF à antena é

$$10 \times \text{antilog}_{10}\left(-\frac{0,4}{10}\right) = 9,12 \text{ kW, arredondados.}$$

O ganho de campo da antena é $\sqrt{\frac{50}{9,12}}$ = 2,3, arredondados. Alternativa C.

**Problema 10**

No Problema 9, o ganho de potência do sistema de antenas é

A. 7 dB B. 5 dB C. 2,5 dB D. 3,5 dB E. 14 dB

**Solução**

Razão do ganho de potência do sistema de antenas = $\frac{50 \text{ kW}}{10 \text{ kW}}$ = 5. O ganho de potência do sistema de antenas em dB é 10 $\log_{10}5$ = 7 dB, arredondados. Alternativa A.

**Problema 11**

Um transmissor fornece 2,5 kW de potência de RF a uma antena cuja resistência é de 100 ohms. A corrente da antena é

A. 5 A B. 25 A C. 200 mA D. 0,5 A E. 0,25 A

**Solução**

Corrente de antena, $I_A = \sqrt{\frac{P}{R_A}} = \frac{2\,500}{100} = \sqrt{25} = 5A$. Alternativa A.

**Problema 12**

Durante o dia, uma dada antena opera com uma potência de RF de 10 kW, enquanto sua amperagem é de 7,5 A. Se durante a noite, a potência é reduzida para 6 kW, a corrente da antena será:

A. 9,7 A B. 4,5 A C. 5,8 A D. 3,5 A E. 6,6 A

**Solução**

A corrente da antena é proporcional à raiz quadrada da potência fornecida à antena. Logo,

$$\frac{\text{Corrente da antena à noite}}{\text{Corrente da antena de dia}} = \sqrt{\frac{\text{Potência da antena à noite}}{\text{Potência da antena de dia}}}$$

$$\frac{\text{Corrente da antena à noite}}{7,5} = \sqrt{\frac{6}{10}}$$

A corrente da antena à noite será

$$7,5 \times \sqrt{\frac{6}{10}} = 7,5 \times \sqrt{0,6} = 5,8A, \text{ arredondados.}$$

Alternativa C. Observe que a resistência da antena, por sua vez, é

$$\frac{P}{I_A^2} = \frac{10\,000}{7,5^2} = 178\Omega$$

empregando os dados da operação diurna, ou $\frac{6000}{5,8^2} = 178\Omega$ da operação noturna. Os valores de resistência da antena são, é claro, os mesmos, não importa se durante o dia ou à noite.

**Problema 13**

A potência de RF que alimenta uma antena à noite é de 5 kW, e a sua corrente de antena correspondente é 6 ampères. Se durante o dia a corrente é aumentada para 10 ampères, a potência gerada à antena durante o dia é de

A. 6,5 kW B. 14 kW C. 8,7 kW D. 9,3 kW E. 23 kW

**Solução**

A potência, $P_A$, gerada à antena é diretamente proporcional ao quadrado da corrente da antena, $I_A$. Logo,



$$\frac{P_A \text{ (dia)}}{P_A \text{ (noite)}} = \left(\frac{I_A \text{ (dia)}}{I_A \text{ (noite)}}\right)^2$$

$$\frac{P_A \text{ (dia)}}{5} = \left(\frac{10}{6}\right)^2$$

A potência gerada à antena durante o dia é

$$5 \times \left(\frac{10}{6}\right)^2 = \frac{500}{36} = 14 \text{ kW, arredondados. Alternativa B.}$$

**Problema 14**

O sistema de antena direcional de uma estação comum de AM constitui-se de cinco torres cujo ponto de resistência comum é de 85 ohms. Se a corrente de ponto comum associada é de 12,5 A, a potência de operação é

A. 13,3 kW B. 66,4 kW C. 1,3 kW D. 1,06 kW E. 10,6 kW

**Solução**

Potência de operação = $I_c^2 R_c = (12,5)^2 \times 85 = 13,281\,25$ W = = 13,3 kW, arredondados. Alternativa A.

**Problema 15**

Uma estação comum de radiodifusão tem sistema de antenas direcionais que consiste de cinco torres. A Torre um é a torre de referência e sua corrente de antena é o valor específico correto de 2,5 A. As correntes de antena das Torres dois, três e quatro são, respectivamente, 3,5 A, 4,0 A e 2,1 A. A razão da corrente de base de antena da Torre 3 é

A. 1,4 B. 0,63 C. 0,71 C. 1,6 E. 0,84

**Solução**

A razão da corrente de base da Torre três é

$$\frac{4,0}{2,5} = 1,6. \text{ Alternativa D.}$$

**Problema 16**

No Problema 15, a razão da corrente de base da antena da Torre cinco, conforme especificado em sua autorização de funcionamento, é de 2,2. A corrente de antena da Torre cinco deve ser

A. 0,88 A B. 5,5 A C. 1,1 A D. 4,7 A E. 12,1 A

**Solução**

A corrente de antena da Torre cinco deve ser 2,2 X (corrente de antena da torre de referência) = 2,2 X 2,5 = 5,5 A. Alternativa B.

**Problema 17**

No Problema 16, dentro de que limites deve estar a razão da corrente de base da antena da Torre cinco?

A. 2,145 e 2,255 B. 2,2 e 2,255 C. 2,145 e 2,2 D. 1,98 e 2,42 E. 2,09 e 2,31

**Solução**

A margem de tolerância para o valor da razão da corrente de base de antena é normalmente de +5%. O valor deve portanto estar compreendido entre

$$2{,}2 + \frac{2{,}2 \times 5}{100} = \left(\frac{5}{100} + 1\right) \times 2{,}2 = 2{,}31 \text{ e } \left(\frac{-5}{100} + 1\right) \times 2{,}2$$

$= 2{,}09$. Alternativa E.

**Problema 18**

Uma estação de radiodifusão comum usa um sistema de antena direcional composto de cinco torres. A Torre um é a torre de referência e porta uma corrente, como especificado, de 3,5 ampères. As Torres dois, três, quatro e cinco portam correntes de 4,5 A, 2,8 A, 5,2 A e 4,2 A. A razão de suas correntes de base contidas na autorização para funcionamento são, respectivamente, 1,3, 0,8, 1,6 e 1,2. Em que torre a corrente está errada?

A. Torre dois B. Torre três C. Torre quatro D. Torre cinco E. Todas as correntes estão corretas

**Solução**

A partir dos valores medidos, as razões das correntes de base de antena são

$$\text{Torre dois}, \frac{4{,}5}{3{,}5} = 1{,}285\,7\ldots$$

$$\text{Torre três}, \frac{2{,}8}{3{,}5} = 0{,}8$$

$$\text{Torre quatro}, \frac{5{,}2}{3{,}5} = 1{,}485\,7\ldots$$

$$\text{Torre cinco}, \frac{4{,}2}{3{,}5} = 1{,}2$$



As correntes das Torres três e cinco são corretas e a razão da corrente de base de antena da Torre cinco afasta-se menos que 5% do seu valor especificado. Contudo, a razão da corrente de base de antena da Torre quatro deve situar-se entre (5/100 X 1,6 + 1,6) = 1,68 e 1,6 – 0,08 = 1,52, e, portanto, esta corrente está incorreta. Alternativa C.

**Problema 19**

Uma estação de radiodifusão comum tem um sistema de antenas direcionais composto de cinco torres. De acordo com as medições efetuadas, as correntes de antena das Torres um, dois, três, quatro e cinco são, respectivamente, 3,8 A, 2,8 A, 1,7A, 4,2 A e 5,3 A. É especificado que as correntes das torres devem estar numa proporção de 1,36:1,00:0,61:1,50:1,79. Qual das torres apresenta um desvio maior de seu valor correto?

A. Torre um B. Torre dois C. Torre três D. Torre quatro E. Torre cinco

**Solução**

Uma vez que o valor proporcional da Torre dois é 1,00, torna-se mais fácil calcular as razões de correntes relacionadas com a corrente destas torres. Logo,

$$\frac{\text{Corrente da Torre um}}{\text{Corrente da Torre dois}} = \frac{3{,}8}{2{,}8} = 1{,}357\ldots$$

$$\frac{\text{Corrente da Torre três}}{\text{Corrente da Torre dois}} = \frac{1{,}7}{2{,}8} = 0{,}607\ldots$$

$$\frac{\text{Corrente da Torre quatro}}{\text{Corrente da Torre dois}} = \frac{4{,}2}{2{,}8} = 1{,}5$$

$$\frac{\text{Corrente da Torre cinco}}{\text{Corrente da Torre dois}} = \frac{5{,}3}{2{,}8} = 1{,}892\,8\ldots$$

A corrente que apresenta um afastamento mais acentuado de seu valor correto é a da Torre cinco. Alternativa E.

**Problema 20**

No Problema 19, se tomamos a Torre dois como referência, a razão da corrente de base da torre desvia-se de seu valor num percentual de

A. 6,3% B. 5,7% C. 5,2% D. 6,5% E. 6,1%

**Solução**

O valor medido da razão da corrente de base da Torre cinco é de 1,892 8... enquanto que o valor especificado é de 1,79. A percentagem de afastamento é

$$\left(\frac{1{,}892\,8\ldots - 1{,}79}{1{,}79}\right)\times 100$$

$= 5{,}743\ldots = 5{,}7\%$, arredondados, valor que excede o limite de tolerância normal, que é de $+5\%$. Alternativa B.

---

## PROBLEMAS PRÁTICOS

1. Cada condutor de uma linha de transmissão paralela é de fio de cobre Nº 20 (diâmetro = 0,032") e o afastamento entre os condutores é de 2,5". Se o isolamento entre os dois condutores é feito de polietileno (cuja constante dielétrica = 2,26), a impedância característica da linha é
   A. 300 Ω B. 267 Ω C. 178 Ω D. 604 Ω E. 402 Ω
2. O condutor mais interno de um cabo co-axial é de fio de cobre Nº 15 (diâmetro = 0,057"). O condutor externo tem um diâmetro interno de 3,0". Se usarmos um dielétrico de ar, a impedância característica da linha é
   A. 200 Ω B. 238 Ω C. 476 Ω D. 358 Ω E. 158 Ω
3. A potência de entrada a um atenuador é de 12 W e saída 570 mW. A perda em dB é
   A. 10,2 dB B. 7,2 dB C. 3,2 dB D. 13,2 dB E. 1,32 dB
4. A voltagem de entrada do sinal a um amplificador cascata em série é de 45 $\mu$V e a voltagem final de saída é 32 V. Admitindo-se que a resistência de entrada inicial e resistência final de saída são iguais, o ganho total é
   A. 7,05 dB B. 117 dB C. 110 dB D. −103 dB E. −110 dB
5. A corrente do sinal à entrada de um circuito atenuador é 0,37 A enquanto que a corrente de saída é de 18 mA. Admitindo-se que as resistências de entrada e saída associadas a estas correntes são as mesmas, a perda é
   A. 21,2 dB B. 14,2 dB C. 26,2 dB D. 20,2 dB E. 6,2 dB
6. A voltagem do sinal de entrada de um circuito atenuador é de 23 V e sua voltagem de saída correspondente é 8,7 mV. Se o atenuador tem uma resistência de entrada de 230 kΩ e uma resistência de saída de 3.500 Ω, a perda é
   A. 10,3 dB B. 13,3 dB C. 30,3 dB D. 12,3 dB E. 20,3 dB
7. A corrente do sinal da entrada de um amplificador é de 3,7 $\mu$A, enquanto que a corrente de saída correspondente é de 85 mA. Se as resistências associadas às correntes de entrada e de saída são respectivamente 120 kΩ e 27 kΩ, o ganho é
   A. 37,1 dB B. 87,2 dB C. 69,7 dB D. 10,7 dB E. 80,7 dB



8. Uma razão de potência de 0,037 é equivalente a uma variação de
   A. −26,3 dB B. −14,3 dB C. −20,3 dB D. 5,72 dB E. 20,3 dB
9. Admitindo-se que as resistências de entrada e de saída são iguais em valor, uma razão de voltagem de 437 é equivalente a uma variação de
   A. 43,2 dB B. 40,2 dB C. 13,2 dB D. 52,8 dB E. 39,8 dB
10. Considerando que as resistências de entrada e de saída são iguais em valor, uma razão de corrente de $3{,}5 \times 10^{-5}$ é equivalente a uma variação de
    A. −5,5 dB B. −44,5 dB C. −49,5 dB D. 5,5 dB E. −55 dB

---

## SOLUÇÕES

1. $Z_o = \frac{276}{\sqrt{k}} \log_{10} \frac{s}{r} = \frac{276}{\sqrt{2{,}26}} \log_{10} \frac{2{,}5}{0{,}032/2}$

   $= \frac{276}{\sqrt{2{,}26}} \log_{10} 156{,}25 = 402\Omega$, arredondados. Alternativa E.

2. $Z_o = \frac{138}{\sqrt{k}} \log_{10} \frac{D}{d} = \frac{138}{\sqrt{1}} \log_{10} \frac{3{,}0}{0{,}057} = 138 \log_{10} 52{,}63\ldots$

   $= 238\Omega$, arredondados. Alternativa B.

3. Ganho em dB $= 10 \log_{10} \frac{0{,}570}{12} = -10 \log_{10} \frac{12}{0{,}570}$

   $= -10 \log_{10} 21{,}05\ldots = -10\,(\log_{10} 2{,}105\ldots + 10)$

   $= -13{,}2$ dB. Perda em dB = 13,2 dB. Alternativa D.

4. Ganho total $= 20 \log_{10} \frac{32}{45 \times 10^{-6}} = 10 \log_{10} \left(\frac{32}{45 \times 10^{-6}}\right)^2$

   $= 10 \log_{10} (5{,}056\ldots \times 10^{11})$

   $= 117$ dB, arredondados. Alternativa B.

5. Para impedâncias (resistivas) de entrada e de saída iguais,

   Perda (dB) $= 20 \log_{10} \frac{0{,}37}{0{,}018} = 20 \log_{10} 20{,}55\ldots = 26{,}2$ dB,

   arredondados. Alternativa C.

6. Perda (dB) $= 10 \log_{10} \frac{\text{potência de entrada}}{\text{potência de saída}} = 20 \log_{10} \frac{E_2 \sqrt{R_1}}{E_1 \sqrt{R_2}}$

$$= 10 \log_{10} \frac{E_2^{\,2} R_1}{E_1^{\,2} R_2} = 10 \log_{10} \left[ \left( \frac{0{,}087}{23} \right)^2 \times \frac{230}{3{,}5} \right]$$

$$= 10 \log_{10} \left[ 0{,}000\,014\,3 \times \frac{230}{3{,}5} \right]$$

$$= -30{,}3 \text{ dB Alternativa C.}$$

7. Ganho (dB) $= 10 \log_{10} \left[ \left( \frac{85000}{3{,}7} \right)^2 \times \frac{27}{120} \right] = 80{,}7$ dB, arredondados. Alternativa E.

8. Razão de potência $= 10 \log_{10} 0{,}037 = -14{,}3$ dB, arredondados. Alternativa B.

9. Ganho (dB) $= 20 \log_{10} 437 = 10 \log_{10} 437^2 = 10 \log_{10} 190\,969 =$ $= 52{,}8$ dB, arredondados. Alternativa D.

10. Perda (dB) $= 10 \log_{10} (3{,}5 \times 10^{-5})^2 = -89{,}1$ dB, arredondados. Alternativa B.



*Capítulo* **12**

# Modulação

Modulação representa o controle de alguma característica de onda portadora de RF através do sinal de áudio de forma tal que o receptor seja capaz de reproduzir a informação (falada, musicada, etc.). Já que podemos considerar a portadora como uma onda senoidal de alta freqüência, ela possui apenas três características que podem ser moduladas – amplitude, freqüência e fase (essas quantidades, como o período e o comprimento de onda, estão diretamente relacionadas à freqüência). Na amplitude modulada, a amplitude instantânea (voltagem) da onda de RF possui uma relação linear com a grandeza instantânea (voltagem) do sinal de AF enquanto a taxa de variação de amplitude é igual à freqüência modulada.

## PERCENTUAL DE MODULAÇÃO

Na Fig. 12-1, o sinal modulado é uma onda senoidal simples ou uma tonalidade de teste usada em modulação de amplitude de onda portadora de RF. A percentagem de modulação é medida pela modulação percentual que é

$$\text{Modulação percentual} = \frac{E_{máx} - E_0}{E_0} \times 100\%$$

Nos picos positivos (modulação verificada acima da abscissa) onde $E_0$ é a amplitude da portadora não modulada. A modulação percentual em picos negativos (abaixo da abscissa) é

$$\frac{E_0 - E_{mín}}{E_0} \times 100\%$$

Conquanto que a modulação seja simétrica acima do nível de $E_0$,

$$E_0 = \frac{E_{máx} + E_{mín}}{2}$$

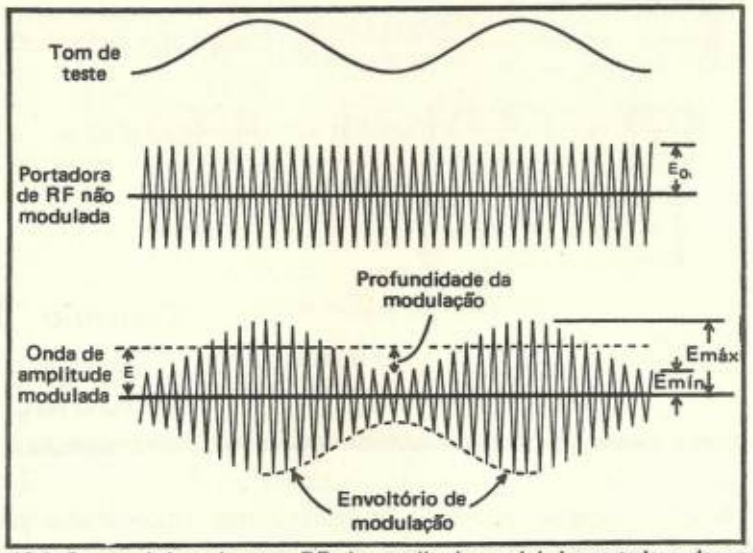



Fig. 12-1 Características de uma RF de amplitude modulada portadora de onda sonora.

o que leva às seguintes expressões para o percentual de modulação:

$$\text{Modulação percentual} = \left[\frac{E_{máx} - \frac{E_{máx} + E_{mín}}{2}}{E_o}\right] \times 100\%.$$

$$\text{Modulação percentual} = \left[\frac{\frac{E_{máx} + E_{mín}}{2} - E_{mín}}{E_o}\right] \times 100\%$$

Ambas podem ser reduzidas a uma expressão ainda mais simples.

$$\text{Modulação percentual} = \frac{E_{máx} - E_{mín}}{2\,E_o} \times 100\%$$

$$= \frac{E_{máx} - E_{mín}}{E_{máx} + E_{mín}} \times 100\%$$

Como uma alternativa para o percentual de modulação, o grau de modulação é

$$m = \frac{\text{modulação percentual}}{100}$$

Por diversas razões o envoltório de modulação pode conter distorção assimétrica, designada como uma variação de portadora. Numa variação



de portadora negativa, os ventres do envoltório de modulação são maiores que os picos e isso irá causar uma diminuição (comparando-se com o valor não modulado) na leitura da corrente de placa de C.C. no estágio de uma placa modulada de Classe C. De forma semelhante, com uma variação de portadora positiva, os picos do envelope ultrapassam os ventres e a corrente de placa elevar-se-á.

Percentual de variação da portadora

$$= \frac{\text{Nível de C.C. modulada} - \text{Nível de C.C. não modulada}}{\text{Nível de C.C. não modulada}} \times 100\%$$

Para uma estação de radiodifusão comum, a variação da portadora não deve exceder 5%.

O aumento da amplitude da tonalidade de teste eleva o percentual de modulação, melhora a razão entre sinal-ruído no receptor e o resultado é uma potência mais alta de saída de áudio. Contudo, se o percentual de modulação é elevado a 100% ou além deste valor (sobremodulação), ocorre séria distorção do envoltório de modulação, e esta irá aparecer, por fim, na saída do alto-falante. A sobremodulação também resulta na geração de faixas laterais espúrias, que irão causas interferência nos canais adjacentes. A Fig. 12-2a apresenta as formas de ondas de AM para vários tipos de modulação percentual.

Uma outra prática comum para aferir a modulação percentual da forma de onda de AM é usar uma característica trapezoidal num osciloscópio. Consegue-se isto alimentando-se o sinal de AM para as placas

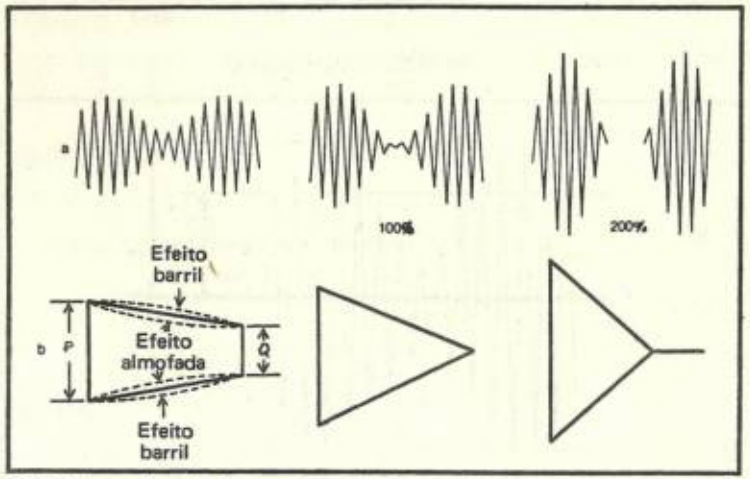



Fig. 12-2 Forma de onda de portadora de RF para diferentes percentuais de modulação.

de reflexão vertical (Y) e o sinal de áudio para as placas de reflexão horizontal (X). Além disso, este método irá indicar, claramente, se há o relacionamento linear característico entre a amplitude instantânea da onda portadora de RF e a grandeza instantânea do sinal de tonalidade. A não-linearidade pode apresentar-se tanto como um efeito barril ou alfineteira, na característica trapezoidal (Fig. 12-2b). A modulação percentual é dada por $\frac{P-Q}{P+Q} \times 100\%$ de forma que para uma modulação de 50%, P = 3Q (não 2Q). Deve-se enfatizar que, quando a AM está sendo usada para transmitir locução ou música, a modulação percentual varia de instante a instante. Os valores permissíveis podem ser estabelecidos como (1) modulação percentual mínima em picos médios da modulação de áudio, (2) percentual máximo de modulação (ou modulação percentual máxima) em picos de modulação negativa, (3) modulação máxima em picos de modulação positiva e, (4) variação máxima de onda portadora.

**Problema 1**

Na Fig. 12-3, admite-se que o envoltório de modulação é simétrico acima do nível de Eo. Se $E_{máx}$ = 600 V e $E_0$ é 400 V, a modulação percentual é

A. 30% B. 40% C. 50% D. 60% E. 75%

**Solução**

Modulação percentual $= \frac{E_{máx} - E_o}{E_o} \times 100 = \frac{600 - 400}{400} \times 100$

$= 50\%$. Alternativa C.

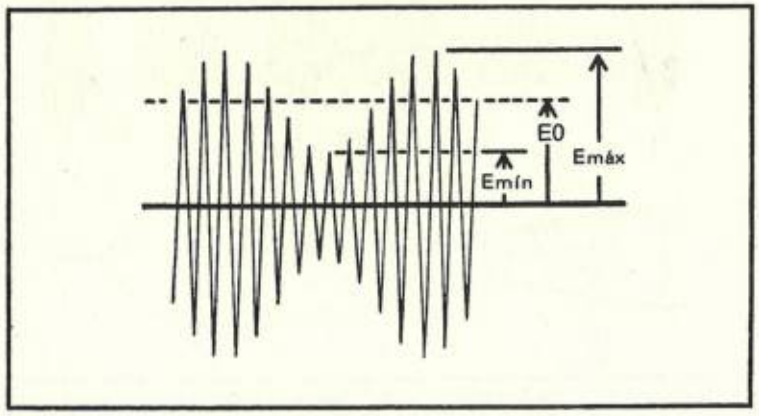



Fig. 12-3 Qual a modulação percentual desta onda portadora?



**Problema 2**

No Problema 1, a onda de AM desenvolve-se através de uma resistência equivalente de 1 kΩ. A potência instantânea de pico é

A. 360 W B. 200 W C. 180 W D. 160 W E. 320 W

**Solução**

A voltagem instantânea de pico, $E_{máx}$, é de 600 V; logo, a potência de pico é

$$\frac{E_{max}^2}{R} = \frac{(600)^2}{1000} = 360W \text{ . Alternativa A.}$$

Observe que a potência da portadora não modulada é $\frac{400^2}{1000} = 160W$

e potência instantânea mínima é de $\frac{200^2}{1000} = 40W$

Entretanto, a potência média na onda de AM do Problema 2 é de 180 W, a qual é diferente da média aritmética dos valores de pico instantâneo e potência mínima

$$\frac{360 + 40}{2} = 200 \text{ W}$$

Este é o resultado da curva de potência instantânea quando não simétrica acima do nível de potência da portadora não modulada.

**Problema 3**

Na Fig. 12-3, $E_{mín}$ = 150 V e $E_0$ = 350 V. A modulação percentual é

A. 30% B. 45% C. 67% D. 75% E. 57%

**Solução**

Modulação percentual $= \frac{E_o - E_{mín}}{E_o} \times 100 = \frac{(350 - 150)}{350} \times 100$

$= 57\%$, arredondados. Alternativa E.

**Problema 4**

Na Fig. 12-3, $E_{máx}$ = 750 V, $E_0$ = 400 V, $E_{mín}$ = 50 V. A modulação percentual é

A. 82,5% B. 67% C. 75% D. 87,5% E. 90%

**Solução**

$$\text{Modulação percentual} = \frac{E_{máx} - E_{mín}}{2\,E_o} \times 100 = \frac{750 - 50}{800} \times 100 =$$

= 87,5%. Alternativa D. Este percentual é equivalente a um grau de modulação de 0,875.

**Problema 5**

A Fig. 12-4 representa a disposição trapezoidal de um sinal de AM num osciloscópio. Se P = 3 cm e Q = 2 cm, a modulação percentual é

A. 20% B. 25% C. 33% D. 50% E. 67%

**Solução**

$$\text{Modulação percentual} = \frac{P - Q}{P + Q} \times 100 = \frac{3 - 2}{3 + 2} \times 100 = 20\%.$$

Alternativa A.

**Problema 6**

Na radiodifusão de AM, a variação máxima de onda portadora permissível é 5%. A corrente não modulada de placa do estágio final é de 4,6 A. Quando a modulação é aplicada, a corrente de placa não deve

A. Exceder 4,71 A B. Exceder 4,82 A C. Exceder 4,77 A D. Ter um decréscimo maior que 4,49 A. E. Uma queda maior que 4,37 A

**Solução**

Para uma variação máxima permissível da portadora positiva, o nível de C.C. da corrente da placa modulada é

$$4{,}6 + \left(\frac{5}{100} \times 4{,}6\right) = 4{,}6 \times \frac{105}{100} = 4{,}83 \text{ A}$$

Para variação máxima permissível da portadora de onda negativa, o nível de C.C. da corrente da placa modulada é igual a

$$4{,}6 - \left(\frac{5}{100} \times 4{,}6\right) = 4{,}6 \times \frac{95}{100} = 4{,}37 \text{ A}$$ . Alternativa E.

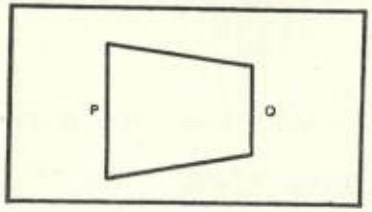



Fig. 12-4 Uma outra maneira para determinar a modulação percentual.



## FAIXAS LATERAIS – LARGURA DE FAIXA

A ação de modular, seja a amplitude, a freqüência ou a fase, cria freqüências adicionais de RF conhecidas como faixas laterais. Cada componente de amplitude da modulação de freqüência cria um par de faixas laterais, uma superior e outra inferior igualmente espaçadas em freqüência de ambos os lados da portadora. Se uma onda portadora, de amplitude A e freqüência $f_c$, tem a amplitude modulada através de uma tonalidade de áudio simples, de amplitude B e freqüência $f_m$, a onda de AM resultante iria apresentar-se como na Fig. 12-1, e poderia conter os três elementos de RF seguintes:

Uma faixa lateral superior de amplitude B/2 e freqüência $f_c + f_m$.

Um componente de onda portadora de amplitude A e freqüência $f_c$.

Uma faixa lateral inferior de amplitude B/2 e freqüência $f_c - f_{mu}$.

O sinal de AM é, por conseguinte, plenamente caracterizado como RF e não contém nenhum componente de áudio.

Se o sinal de áudio é falado ou musicado, que contém muitas freqüências instantâneas de diversas amplitudes, cada componente produzirá um par de faixas laterais e a largura de faixa ocupada pelo sinal de AM será a diferença de freqüência entre faixa lateral superior mais elevada e faixa latéral mais inferior transmitida. Portanto, a largura de faixa é duas vezes a freqüência modulada de áudio mais elevada. Por exemplo, na faixa comum de radiodifusão de AM de 535 a 1.605 Hz, a largura de canal para cada estação é 10 kHz e, portanto, a freqüência modulada de áudio mais elevada é de 5.000 Hz. Uma vez que o conjunto das faixas laterais inferior e superior como também a portadora estão sendo transmitidos, a emissão é uma telefonia em AM de faixa lateral dupla, cuja designação é A3.

**Potência de RF nas faixas laterais**

Cada componente de faixa lateral contém uma certa potência de RF que é determinada através do grau de modulação, m, e pela potência da portadora não modulada, $P_c$. No caso mais simples da amplitude modulada de faixa lateral dupla, através de uma simples tonalidade de áudio, a potência total contida num par de faixas laterais = $0{,}5\ m^2 P_c$; observe que a potência da faixa lateral é proporcional a $m^2$. Admitindo-se que a tonalidade de áudio produz uma modulação de 100%, m = 1 e a potência total da faixa lateral é 50% da potência da portadora não modulada. Contudo, tanto quanto se relacionam entre si, a potência total de ambas as portadoras, e faixas laterais, a potência da faixa lateral é de apenas 33 1/3 %.

Como exemplo, uma portadora de 1 MHz, cuja potência de RF não modulada é de 1 kW, pode ser facilmente modulada por meio de uma simples tonalidade de 2 kHz. A onda resultante de AM de faixa dupla ("double-side-band") contém uma faixa lateral superior de freqüência de 1.002 kHz (1 MHz + 2 kHz), um componente de portadora de freqüência de 1 MHz

e uma faixa lateral inferior de freqüência de 998 kHz/250 W (1 MHz − − 2 kHz). A potência total da faixa lateral = 2 × 250 = 500 W. A potência total na onda de AM (portadora e faixas laterais) é de 1 kW + 500 W = = 1.500 W. A largura de faixa é 1.002 − 998 = 4 kHz, ou duas vezes a freqüência modulada. A potência total da faixa lateral (500 W) é portanto 50% da potência da portadora (1 kW) mas apenas 33 1/3% da potência total (1.500 W).

**Resumindo**

Para a modulação de amplitude de faixa lateral dupla (DSB), através de uma tonalidade simples,

Potência total da faixa lateral = $0{,}5\ m^2 P_c$

Potência em cada faixa lateral = $0{,}25\ m^2 P_c$

Potência total na onda de AM é

$$P_c + 0{,}5m^2\ P_c = P_c\left(1 + \frac{m^2}{2}\right)$$

A percentagem da potência total da faixa lateral, se comparada com a potência da portadora não modulada, é

$$\frac{0{,}5m^2P_c}{P_c} \times 100 = 50m^2\ \% = 50\%$$

se m = 1.

Percentagem da potência total da faixa lateral, se comparada com a potência total na onda de AM, é

$$\frac{0{,}5m^2P_c}{P_c\left(1 + \frac{m^2}{2}\right)} \times 100 = \frac{m^2}{2 + m^2} \times 100\% = 33\frac{1}{3}\%$$

se m = 1.

Se o grau de modulação é aumentado de $m_1$ para $m_2$, a elevação da potência total da faixa lateral = $0{,}5\ m_2^2 P_c - 0{,}5\ m_1^2 P_c = 0{,}5\ P_c (m_2^2 - m_1^2)$. O aumento percentual na potência total da faixa lateral é dado através de

$$0{,}5\ P_c \times \left[\frac{m_2^2 - m_1^2}{0{,}5\ P_c m_1^2}\right] \times 100 = \left[\frac{m_2^2 - m_1^2}{m_1^2}\right] \times 100\%$$

Se o grau de modulação é reduzido de $m_2$ para $m_1$, o percentual de redução na potência total da faixa lateral é

$$\left[\frac{m_2^2 - m_1^2}{m_2^2}\right] \times 100$$

## TIPOS DE EMISSÃO EM AM

As faixas laterais numa onda de AM representam a informação de áudio e de forma a transmitir esta informação, não é necessário que seja



transmitido o conjunto de faixas laterais e portadora. Há vários tipos de emissão em AM, e cada um deles deve ser considerado separadamente com relação ao valor de potência contido das faixas laterais e da largura de banda. Por exemplo, no sistema de portadora suprimida em faixa lateral simples (SSSC), cuja designação é A3J, toda a potência de RF é concentrada em um conjunto de faixas laterais (podem ser as superiores ou inferiores). Isto melhora a qualidade da relação sinal-ruído no receptor, como também reduz a largura de banda requerida. Contudo, se comparado com o sistema operacional em faixa lateral dupla (DSB), o sistema requer um grau maior de estabilidade da freqüência para a portadora gerada no oscilador de transmissão, e além disso é necessário que uma componente da portadora seja reinserida no receptor.

**Problema 1**

A potência não modulada de uma portadora de RF de 4 MHz é de 5 kW. A amplitude modulada da portadora é de 60% por meio de uma tonalidade simples de 400 Hz. Se a emissão é feita em faixa lateral dupla (DSB) com portadora completa, as freqüências contidas na emissão são

A. 3.996 kHz, 4.000 kHz, 4.004 kHz
B. 4.000 kHz, 4.000,4 kHz, 400 kHz
C. 3.996 kHz, 400 Hz, 4.004 kHz
D. 3.999,6 kHz, 4 MHz, 4.000,4 kHz
E. 3.999,6 kHz, 4.000 kHz, 4.000,4 kHz, 400 Hz

**Solução**

A emissão contém uma faixa lateral superior de freqüência $f_c + f_m$ = = 4 MHz + 400 Hz = 4.000,4 kHz, uma faixa lateral inferior de freqüência $f_c - f_m$ = 4 MHz − 400 Hz = 3.999,6 kHz, e uma componente de portadora de 4 MHz. Alternativa D.

**Problema 2**

No Problema 1, a potência de RF na faixa lateral superior é de

A. 450 W  B. 750 W  C. 900 W  D. 1.500 W  E. 375 W

**Solução**

Grau de modulação = 60/100 = 0,6 e potência da portadora não modulada, $P_c$ = 5 kW. A potência total na faixa lateral é de $0{,}5\ m^2 P_c$ = = $0{,}5 \times (0{,}6)^2 \times 5.000$ = 900 W. A potência na faixa lateral superior é de 900/2 = 450 W. Alternativa A. Note que a potência total de RF no sinal de AM é de 5.000 + 900 W = 5,9 kW.

**Problema 3**

No Problema 1, a potência total da faixa lateral como um percentual da potência da portadora não modulada é

A. 9% B. 18% C. 15% D. 31% E. 22,3%

**Solução**

A potência total da faixa lateral = 900 W (veja a solução do Problema 2). A potência total da faixa lateral como uma percentagem da potência portadora não modulada é

$$\frac{900}{5\,000} \times 100 = 18\%$$

De forma alternativa, m = 0,6 e a potência da faixa lateral como um percentual da potência da portadora não modulada é de 50 $m^2$ = 50 × × $(0,6)^2$ = 18%. Alternativa B.

**Problema 4**

No Problema 1, a modulação percentual produzida através da tonalidade de 400 Hz, é elevada de 60 para 90%. O aumento percentual na potência total da faixa lateral é de

A. 30% B. 60% C. 84% D. 92% E. 125%

**Solução**

Grau de modulação resultante, $m_2 = 90/100 = 0,9$. A potência total resultante da faixa lateral é $0,5\, m_2^2 P_c = 0,5 \times (0,9)^2 \times 5.000 = 2.025$ W. O aumento percentual na potência total da faixa lateral é

$$\frac{(2\,025 - 900)}{900} \times 100 = \frac{1\,125}{9} = 125\%$$

ou, de forma alternativa, $m_1 = 0,6$ $m_2 = 0,9$. O aumento percentual na potência total da faixa lateral é

$$\left[\left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 - 1\right] \times 100 = \left[\left(\frac{0,9}{0,6}\right)^2 - 1\right] \times 100$$

$$= [(1,5)^2 - 1] \times 100 = 125\%.$$ Alternativa E.

**Problema 5**

Uma portadora de RF de 10 MHz tem sua amplitude modulada através de um sinal de áudio que contém freqüências variando de 100 Hz a 5 kHz. Se o tipo de emissão é A3, a largura de faixa ocupada pela emissão é

A. 200 Hz B. 4.900 Hz C. 9.800 Hz D. 5.000 Hz E. 10.000 Hz



**Solução**

Uma emissão de A3 é uma telefonia de faixa lateral dupla, logo, a largura de faixa é igual a duas vezes a mais alta freqüência de modulação. Portanto, a largura de faixa é 2 × 5 kHz = 10 kHz = 10.000 Hz. Alternativa E.

**Problema 6**

No Problema 5, o tipo de emissão é mudado para A3A; a largura de faixa resultante é

A. 200 Hz B. 4.900 Hz C. 9.800 Hz D. 5.000 Hz E. 10.000 Hz

**Solução**

Uma emissão do tipo A3A é uma telefonia de faixa lateral simples com uma portadora reduzida. A gama de freqüência da emissão oscila de 10 MHz a 10 MHz + 5 kHz ou 10 MHz − 5 kHz (conforme a transmissão dos conjuntos superiores ou inferiores das faixas laterais). A largura de faixa, portanto, é de 5 kHz = 5.000 Hz. Alternativa D.

## ALTERAÇÃO DE CORRENTE DE ANTENA DEVIDO À AMPLITUDE MODULADA

A ação da amplitude modulada é criar a potência adicional da faixa lateral e, por conseguinte, a potência total de RF associada à antena é maior sob condições moduladas. A corrente de antena é diretamente proporcional à raiz quadrada da potência de RF e será elevada de acordo com o grau de modulação, m.

Se $P_c$ é a potência da portadora de RF, estando a antena não modulada, e $I_A$ é a corrente de antena correspondente, a potência da faixa lateral adicional com amplitude modulada de faixa lateral dupla por meio de uma tonalidade simples é de $0,5\, m^2 P_c$ e a potência total do sinal de AM é

$$P_c\left(1 + \frac{m^2}{2}\right)$$

Logo,

Corrente modulada da antena, $I_A' = I_A \sqrt{\dfrac{P_c\left(1 + \dfrac{m^2}{2}\right)}{P_c}}$

$$= I_A \sqrt{1 + \frac{m^2}{2}}$$

Elevação na corrente da antena, $I_A' - I_A = I_A \left[\sqrt{1 + \dfrac{m^2}{2}} - 1\right]$

Aumento percentual na corrente de antena

$$= \left(\frac{I_A' - I_A}{I_A}\right) \times 100 = \left(\sqrt{\frac{m^2}{2}} + 1 - 1\right) \times 100\%$$

Por exemplo, quando estabelecemos uma comparação entre não-modulação e modulação percentual de 100%, através de uma tonalidade simples, o aumento percentual na corrente da antena é

$$\left(\sqrt{1+\frac{1^2}{2}}-1\right)\times 100=(\sqrt{1,5}-1)\times 100=(1,225-1)$$

$$\times 100=22,5\%$$

Se o grau de modulação através de uma tonalidade simples é elevado de $m_1$ para $m_2$, o aumento na corrente de antena é

$$I_A\left[\sqrt{1+\frac{m_2^2}{2}}-\sqrt{1+\frac{m_1^2}{2}}\right]$$

e o aumento percentual na corrente de antena é dado por

$$\frac{I_A\left(\sqrt{1+\frac{m_2^2}{2}}-\sqrt{1+\frac{m_1^2}{2}}\right)}{I_A\sqrt{1+\frac{m_1^2}{2}}}\times 100$$

$$=\left[\sqrt{\frac{2+m_2^2}{2+m_1^2}}-1\right]\times 100\%$$

De forma semelhante, se o grau de modulação sofre uma redução de $m_2$ para $m_1$, a percentagem de decréscimo na corrente de antena é dada através de

$$\left[1-\sqrt{\frac{2+m_1^2}{2+m_2^2}}\right]\times 100\%$$

Se você encontra dificuldade em recordar-se destas fórmulas, tente memorizá-las através da resolução de problemas que envolvam a percentagem de alteração da corrente de antena admitindo valores adequados para a potência da portadora não modulada, corrente de antena e resistência efetiva de antena. Um exemplo conveniente disso é o conjunto de valores abaixo:

Potência da portadora de RF não modulada – 100 watts
Corrente de antena não modulada – 1 ampère
Resistência efetiva da antena – 100 ohms
Amplitude de voltagem da portadora não modulada – 100 volts

**Problema 1**

Uma portadora de RF tem amplitude modulada de 70%, feita por meio de uma tonalidade simples (faixa lateral dupla). O aumento percentual na corrente de antena é de

A. 11,6% B. 12,4% C. 13,2% D. 16,2% E. 15,75%



**Solução**

Admitamos que a potência da portadora não modulada seja 100 W e esteja associada a uma corrente de antena de 1 A, e a uma resistência efetiva de antena, R, de 100 ohms. O grau de modulação é de 70/100 = 0,7 e a potência total da faixa lateral é de 0,5 $m^2P_c$ = 0,5 × $(0,7)^2$ × 100 = = 24,5 W. A potência total do sinal de AM, P, é 100 + 24,5 = 124,5 W e a corrente de antena resultante é

$$I_A\times\sqrt{\frac{P}{R}}=\sqrt{\frac{124,5}{100}}=\sqrt{1,245}=1,116\text{ A, arredondados.}$$

O aumento percentual na corrente é

$$\left(\frac{1,116-1}{1}\right)\times 100=11,6\%$$

De forma análoga, o aumento percentual na corrente de antena é

$$\left[\sqrt{1+\frac{m^2}{2}}-1\right]\times 100=\left[\sqrt{1+\frac{(0,7)^2}{2}}-1\right]\times 100$$

$$=(\sqrt{1,245}-1)\times 100=11,6\%\text{ . Alternativa A.}$$

**Problema 2**

Uma portadora de RF tem a amplitude da faixa lateral dupla modulada através de uma tonalidade simples. Se o grau de modulação é elevado de 0,50 para 0,80, o aumento percentual na corrente de antena é

A. 5,7% B. 6,2% C. 8,3% D. 9,8% E. 11,4%

**Solução**

Admitamos que a potência da portadora não modulada é de 100 W, a corrente de antena não modulada é 1 A, e a resistência efetiva de antena é de 100 ohms. Grau de modulação, $m_1$ = 0,50:

Potência total da faixa lateral = 0,5 $m_1^2P_c$ = 0,5 × $(0,5)^2$ × 100 = 12,5 W
Potência total no sinal de AM = 100 + 12,5 = 112,5 W

Corrente de antena = $\sqrt{\frac{112,5}{100}}$ = 1,060 7 A, arredondados.

Grau de modulação, $m_2$ = 0,80:

Potência total da faixa lateral = 0,5 $m_2^2P_c$ = 0,5 × $(0,80)^2$ × 100 = 32 W
Potência total no sinal de AM = 100 + 32 = 132 W

Corrente de antena = $\sqrt{\frac{132}{100}}$ = 1,148 9 A, arredondado.

O aumento percentual na corrente de antena é

$$\left(\frac{1{,}148\,9 - 1{,}060\,7}{1{,}060\,7}\right) \times 100 = \left(\frac{1{,}148\,9}{1{,}060\,7} - 1\right) \times 100 = 8{,}3\%,$$

arredondados.

De forma alternativa, o aumento percentual na corrente de antena é

$$\left[\sqrt{\frac{2 + m_2^2}{2 + m_1^2}} - 1\right] \times 100$$

$$\therefore$$

$$= \left(\sqrt{\frac{2{,}64}{2{,}25}} - 1\right) \times 100$$

$$= (\sqrt{1{,}173\,3} - 1) \times 100 = (1{,}083\,2 - 1) \times 100 =$$

8,3%, arredondados. Alternativa C.

## MODULAÇÃO DE PLACA

O amplificador de potência de RF de placa modulada (Fig. 12-5) é um amplificador de Classe C no qual a saída de áudio é sobreposta à voltagem de alimentação da placa, $E_{bb}$; a voltagem total então aplicada ao circuito de placa corresponde ao envelope de modulação exigido do sinal de AM.

O nível do sinal de entrada da portadora, o valor da polarização da grade de controle e a impedância do circuito tanque de carga da placa podem ser ajustados de forma que a amplitude instantânea do sinal de AM de saída seja aproximadamente igual à voltagem instantânea aplicada ao circuito de placa. Isso irá permitir o relacionamento linear necessário entre a amplitude instantânea do sinal de AM e a grandeza instantânea do sinal de áudio.

A modulação pode ocorrer no circuito de placa do estágio final de RF do transmissor (modulação de alto nível) ou num estágio anterior quando o modulador permitirá uma potência de áudio menor. Contudo, se é usada modulação de nível baixo, os estágios seguintes não podem ser de Classe C, para um alto rendimento de placa ou para permitir uma multiplicação de freqüência, e sim amplificadores lineares de Classe A ou B.

Se for usada uma válvula de feixe eletrônico no estágio de RF, tanto a placa como a grade de blindagem serão moduladas através do sinal de áudio ($C_1$ e $C_2$ são condensadores de derivação de RF, não de AF). Pela modulação da grade de blindagem, evita-se uma corrente de blindagem excessiva no ventre do ciclo de modulação.

Na modulação de placa, a potência nas faixas laterais de RF é obtida do estágio modulador enquanto a potência da portadora é derivada da fonte de alimentação B+. Portanto o modulador é solicitado a fornecer ao estágio de RF uma potência suficiente a fim de gerar as faixas laterais,



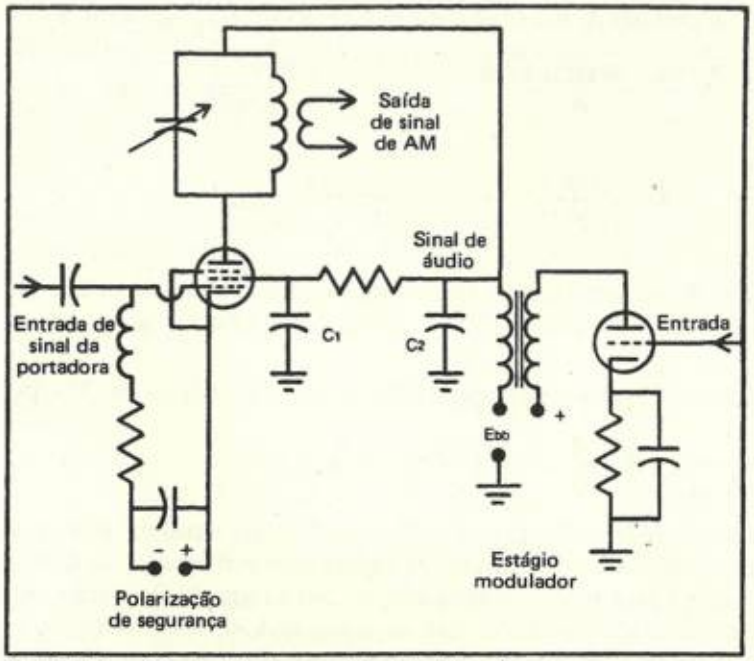



Fig. 12-5 Amplificador de placa modulada de Classe C.

levando-se em consideração o valor percentual do rendimento de placa de Classe C.

Se o sinal de áudio é uma tonalidade simples e o grau de modulação requerido é m, a potência total da faixa latéral é de $0{,}5\ m^2 P_c$ watts, onde $P_c$ é a potência da portadora desenvolvida no circuito de placa.

Logo,

$$P_c = \frac{E_{bb} I_b \eta R}{100}$$

onde $\eta R$ é o percentual de rendimento da placa, $E_{bb}$ é a voltagem de alimentação da placa, e $I_b$ é o nível de C.C. da corrente da placa no estágio final de RF. A potência de saída de áudio exigida do estágio modulador é

$$\frac{0.5\ m^2\ P_c}{\eta R} \times 100 = \frac{50\ m^2 P_c}{\eta R}\ \text{watts}$$

Conforme demonstrado na Fig. 12-5, o estágio modulador é um amplificador de potência de áudio de válvula simples, que vai operar em Classe A com um rendimento de placa relativamente baixo.

A potência de entrada à placa de C.C., ao estágio modulador, é

$$\frac{\text{Potência de saída de áudio}}{\eta M} \times 100 = \frac{50\ m^2\ P_c}{\eta R \eta M} \times 100$$

$$= \frac{5\,000\ m^2\ P_c}{\eta R \eta M} = \frac{50\ m^2\ E_{bb}\ I_b}{\eta M} \text{ watts}$$

onde $\eta M$ = percentual de rendimento da placa do estágio modulador de Classe A. A dissipação de placa do estágio modulador é igual a

$$\text{(Potência de entrada da placa de C.C. ao estágio modulador)} \times \left(1 - \frac{\eta M}{100}\right)$$

$$= \left(\frac{100}{\eta M} - 1\right)\left(\frac{50\ m^2\ P_c}{\eta R}\right)$$

A carga efetiva aplicada através do secundário do transformador modulador de saída é $E_{bb}/I_b$. A razão de espiras do transformador de saída deve ser usada para casar esta carga efetiva com a carga de placa ideal exigida pela válvula do modulador (por exemplo, se a válvula moduladora é um tríodo, a carga de placa ideal é $2r_p$ onde $r_p$ é a resistência de placa de C.A. do tríodo).

**Problema 1**

O estágio final de RF da placa modulada de um transmissor de AM tem uma voltagem de alimentação de C.C. de 800 V e um nível de corrente de placa de C.C. de 1,5 A. O estágio é de Classe C com rendimento de placa de 75%, e é modulado em 80% por meio de uma tonalidade simples. O estágio modulador emprega dois tríodos em paralelo e tem um rendimento de placa de 30%. A potência total na faixa lateral é

A. 384 W B. 192 W C. 144 W D. 288 W E. 576 W

**Solução**

Potência de entrada da placa de C.C. = $E_{bb} \times I_b = 800 \times 1{,}5$. A potência da portadora de RF desenvolvida no circuito de placa do estágio final de RF,

$$P_c = 1\,200 \times \frac{75}{100} = 900\text{W}$$

Potência total da faixa lateral, $P_s = 0{,}5\ m^2 P_c = 0{,}5 \times (0{,}8)^2 \times 900 =$ = 288 W. Alternativa D.



**Problema 2**

No Problema 1, a potência de saída de áudio exigida do estágio modulador é

A. 384 W B. 192 W C. 144 W D. 288 W E. 576 W

**Solução**

A saída do modulador deve alimentar a potência da faixa lateral, considerando-se o rendimento de placa de Classe C do estágio final de RF.

$$\text{Potência de saída do modulador} = \frac{P_s}{\eta R} \times 100 = \frac{288}{75} \times 100$$

$$= 384\text{W}$$ Alternativa A.

**Problema 3**

No Problema 1, a potência de entrada da placa de C.C. ao modulador é

A. 1,152 kW B. 896 W C. 1,28 kW D. 576 W E. 1,792 kW

**Solução**

O rendimento de placa do estágio modulador é 30%. A potência de placa da entrada de C.C. ao modulador é

$$\frac{\text{Potência de saída do modulador}}{\eta M} \times 100$$

$$= \frac{384}{30} \times 100 = 1\,280\text{ W} = 1{,}28\text{ kW}$$

De forma alternativa, temos que a potência de entrada da placa de C.C. ao modulador é

$$\frac{50\ m^2\ E_{bb} I_b}{\eta M} = \frac{50 \times (0{,}8)^2 \times 800 \times 1{,}5}{30} = 1{,}28\text{ kW}.$$ Alternativa C.

**Problema 4**

No Problema 1, cada válvula moduladora de tríodo tem uma resistência de placa de C.A. de 800 ohms. A razão de espiras exigida para o transformador modulador de saída é

A. 1,23:1 B. 1,5:1 C. 1,15:1 D. 1,33:1 E. 1,4:1

**Solução**

A carga efetiva no secundário do transformador é

$$\frac{E_{bb}}{I_b} = \frac{800\text{ V}}{1{,}5\text{ A}} = 533\ \Omega$$

$r_p$ efetiva dos dois tríodos em paralelo = $800/2 = 400\ \Omega$

Carga ideal exigida pelos tríodos = $2 \times 400 = 800\ \Omega$

Razão de espiras exigida para o transformador de modulação

$$= \sqrt{\frac{800}{533}} = 1{,}23:1.$$ Alternativa A.

**Problema 5**

No Problema 1, a dissipação de placa em cada tríodo é
A. 900 W B. 384 W C. 450 W D. 192 W E. 640 W

**Solução**

Empregando a solução dada ao Problema 3, a dissipação total de placa do estágio modulador é

$$1{,}28 \times \frac{70}{100} = 0{,}896 \text{ kW} = 896\text{W}$$

A dissipação de placa de cada tríodo é de $\frac{896}{2} = 450$ W, arredondados. Alternativa E.

Observe que se os tríodos fossem ligados em push-pull e não em paralelo, a dissipação de placa em cada tríodo poderia ter sido metade da dissipação total de placa do estágio modulador.

## FREQÜÊNCIA MODULADA

Na freqüência modulada, a freqüência instantânea da onda de RF é variada de acordo com o sinal modulador enquanto que a amplitude da onde de RF é mantida constante. A potência de saída de RF e a corrente de antena de um transmissor de FM têm, em vista disso, modulações independentes. Na onde de FM (Fig. 12-6), a intensidade instantânea da *freqüência* desvia-se de seu valor não modulado médio relacionado linearmente com a *grandeza* instantânea (voltagem) do sinal modulado enquanto que a taxa em que ocorre a alteração de freqüência é igual à freqüência moduladora. Observe com atenção que o total de alternação de freqüência na onda de RF é independente da freqüência moduladora; portanto, desde que sejam da mesma amplitude, tonalidades moduladoras de 200 Hz e de 400 Hz, produzirão a mesma quantidade de alternações de freqüência na onda de FM. Entretanto, devemos salientar que em FM e em transmissores de TV, as freqüências de áudio mais elevadas, acima de 800 Hz, são acentuadas progressivamente (pré-acentuado) de forma a melhorar a qualidade da relação sinal-ruído no receptor. O grau de pré-acentuação é medido através da constante de tempo de um circuito CR cuja saída de áudio eleva-se de acordo com a freqüência. Esta constante de tempo é normalmente especificada como 75 microssegundos. Para restaurar o equilíbrio tonal, o discriminador de saída do receptor é alimentado a um circuito acentuador com a mesma constante de tempo.



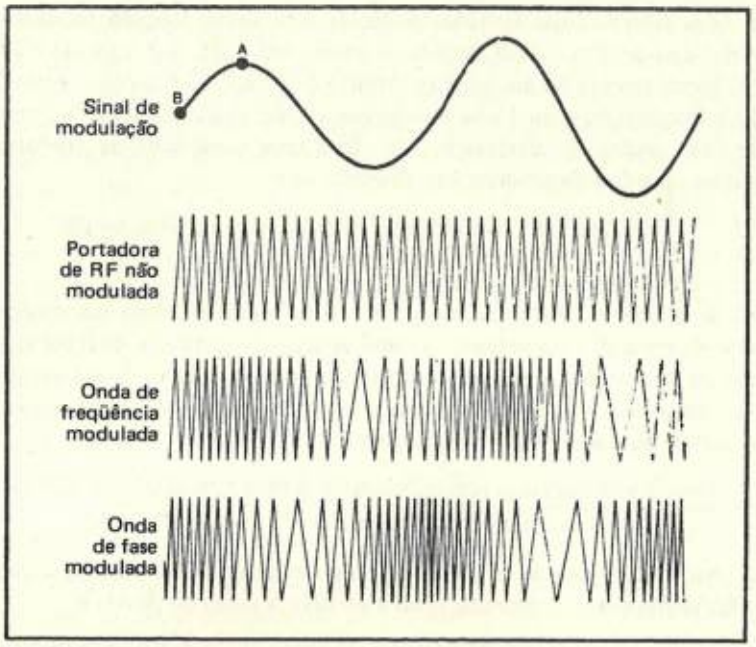



Fig. 12-6 Modulação de fase e freqüência de uma portadora de RF.

Quando ocorre uma modulação de 100% em uma onda de FM, o total de alterações de freqüência atinge o valor máximo permissível a um sistema de comunicações. Este valor máximo é chamado desvio de freqüência, o qual em radiodifusão em FM (designada de F3) é uma alteração de 75 kHz em ambos os lados da freqüência da portadora não modulada. A oscilação da freqüência de saída para uma modulação de 100% é por conseguinte de ±75 kHz. Contudo, na transmissão aural de uma estação de TV, 100% de modulação correspondem a um desvio de freqüência de 25 kHz, enquanto que, nas transmissões de utilidade pública (EUA), o desvio de freqüência é de 5 kHz. A modulação percentual e o total de oscilações de freqüência são diretamente proporcionais, de forma que uma modulação de 40% numa transmissão de rádio em FM corresponderia a uma oscilação da freqüência de saída de

$$\pm\frac{40}{100} \times 75 = \pm 30 \text{ kHz}$$

**Faixas laterais em uma onda de FM**

A Fig. 12-6 apresenta os resultados da modulação de freqüência de uma portadora de RF, de freqüência $f_c$, por meio de uma tonalidade *simples* de freqüência, $f_m$. A onda de FM pode ser expressa matematicamente como uma componente de portadora, juntamente com as componentes

da faixa lateral, cujas freqüências são $f_c \pm f_m$ (estas freqüências de faixa lateral de primeira ordem também ocorrem em AM), $f_c \pm 2f_m$, $f_c \pm 3f_m$, etc. Teoricamente há um número infinito de faixas laterais cujos intervalos entre freqüências é igual a $f_m$ e cujas amplitudes individuais são determinadas pelo índice de modulação, $m_f$. Para uma tonalidade de modulação simples, o índice de modulação é definido por

$$m_f = \frac{\text{Deslocamento máximo da freqüência na onda de FM}}{\text{Freqüência de modulação}}$$

Se a onda moduladora compõe-se de informação falada ou música, o valor de $m_f$ e por conseguinte a configuração da estrutura da faixa lateral mudará de instante a instante. Contudo, há um certo valor de $m_f$ que pode ser relacionado para um sistema de comunicações em particular; é a *razão de desvio*, que pode ser expressa como

$$\frac{\text{Desvio de freqüência (correspondente a uma modulação de 100\%)}}{\text{Freqüência modulada mais elevada a ser transmitida}}$$

Na transmissão de FM, o desvio de freqüência é de 75 kHz e com a audiofreqüência mais elevada, igual a 15 kHz, a razão do desvio é

$$\frac{75 \text{ kHz}}{15 \text{ kHz}} = 5$$

Numa transmissão aural de televisão, a audiofreqüência mais elevada é novamente de 15 kHz, mas com um desvio de freqüência de 25 kHz, a razão de desvio é

$$\frac{25}{15} = 1{,}667$$

Na radiodifusão de utilidade pública (nos EUA: Public Safety Radio Services), a audiofreqüência máxima é de 3 kHz, o desvio de freqüência é de 5 kHz e portanto a razão de desvio é

$$\frac{5 \text{ kHz}}{3 \text{ kHz}} = 1{,}667$$

A maioria das faixas laterais numa onda de FM são de baixa amplitude e não contribuem significativamente para a reprodução de informações captadas pelo receptor. Desde que $m_f$ seja um número inteiro, o total de pares de faixas laterais dignas de nota é $m_f + 1$ e portanto a largura de faixa do sinal de FM é $= 2(m_f + 1) f_m = 2 \times$ (deslocamento da freqüência na onda de FM) $+ 2 f_m$. Nas transmissões de rádio de FM, uma combinação particular de 100% de modulação e uma razão de desvio de 5 produziriam uma largura de faixa de $2 \times 75$ kHz $+ 2 \times 15$ kHz $= 180$ kHz; a largura de canal fixada para tais estações é de 200 kHz.



**Produção de FM**

O método direto de modulação de freqüência envolve o uso de circuito de válvula de reatância com um oscilador de freqüência variável, como, por exemplo, um Hartley ou Colpitts. Uma vez que a modulação se realiza no Estágio Oscilador Principal, o total de potência de áudio exigido é pequeno. Entretanto, já que a informação está contida nas variações de freqüência, o oscilador deve possuir um alto grau de estabilidade de freqüência e, portanto, um circuito de controle automático da freqüência (CAF) pode ser necessário a fim de estabilizar a freqüência gerada. De forma diferente do sinal de AM, a saída de FM do oscilador pode ser seguida de uma série de estágios multiplicadores de freqüência de Classe C. O fator de multiplicação total será aplicado não apenas à freqüência da portadora, mas também ao deslocamento instantâneo de freqüência criado pelo sinal de modulação. Como resultado, a oscilação de freqüência no oscilador pode ser muito menor que aquela do estágio final RF; torna-se mais fácil então obter o relacionamento linear necessário entre a oscilação de freqüência instantânea do sinal modulado.

Admitindo-se que um tom de teste simples produz uma modulação percentual, m, na transmissão de FM, o deslocamento da freqüência no estágio final de RF é

$$\pm \frac{m}{100} \times 75 \text{ kHz}$$

Se o produto total do fator criado pelos estágios multiplicadores de freqüência é M, o deslocamento de freqüência no estágio do oscilador é

$$\pm \frac{75m}{100M} \text{ kHz}$$

É interessante notar que, quando uma onda de RF tem sua amplitude modulada por mais de uma audiofreqüência, o princípio da superposição que se aplica à estrutura da faixa lateral de um sinal de AM, neste caso (FM), não é aplicável. Qualquer forma de faixa lateral simples de FM é por conseguinte impossível.

**Problema 1**

Para fins de teste, um transmissor de 10 kW é modulado numa percentagem de 80% por meio de um tom de 2 kHz. Incluindo a portadora e as faixas laterais, a potência total do sinal de FM é

A. 18 kW B. 16,4 kW C. 13,2 kW D. 14 kW E. 10 kW

**Solução**

Já que a potência de RF num sinal de FM independe de modulação, a potência total permanece 10 kW. Alternativa E.

**Problema 2**

Um transmissor de radiodifusão de FM operando em 102,7 MHz é modulado num percentual de 60% por um tom de teste de 2 kHz. O deslocamento da freqüência de saída do sinal de FM é de

A. ±62,4 kHz B. ±60 kHz C. ±45 kHz D. ±90 kHz
E. ±22,5 kHz

**Solução**

Na transmissão radiofônica de FM, uma modulação de 100% corresponde a um desvio de freqüência de 75 kHz. O deslocamento da freqüência para uma modulação de 60% é

$$\pm \frac{60}{100} \times 75 = \pm 45 \text{ kHz}$$ . Alternativa C.

**Problema 3**

Um transmissor de áudio de uma estação de teledifusão é modulado num percentual de 80% através de um tom de teste de 500 Hz. A amplitude e freqüência do tom são ambos reduzidos à metade. O deslocamento da freqüência de saída do sinal de FM é

A. ±20 kHz B. ±10 kHz C. ±5 kHz D. ±30 kHz E. ±15 kHz

**Solução**

No transmissor de áudio de uma estação de teledifusão, uma modulação de 100% corresponde a um desvio de freqüência de 25 kHz. Já que a modulação percentual é diretamente proporcional à amplitude do tom (o efeito da pré-acentuação pode ser ignorado em 500 Hz ou em 250 Hz) mas independe de sua freqüência, a modulação percentual resultante será de 40%, o que equivale a um deslocamento da freqüência de saída de

$$\pm \frac{40}{100} \times 25 = \pm 10 \text{ kHz}$$ . Alternativa B.

**Problema 4**

Uma emissora de radiodifusão em FM, com 50 kW de potência, é modulada instantaneamente em 40% por meio de uma audiofreqüência de 5 kHz. O valor do índice de modulação é

A. 6 B. 8 C. 20 D. 1,25 E. 4



**Solução**

Para uma estação de radiodifusão em FM, uma modulação de 40% corresponde a um deslocamento de freqüência de

$$\frac{40}{100} \times 75 = 30 \text{ kHz}$$

O índice de modulação é

$$\frac{30 \text{ kHz}}{5 \text{ kHz}} = 6$$ . Alternativa A.

**Problema 5**

No Problema 4, a largura de faixa do sinal de FM é

A. 35 kHz B. 30 kHz C. 60 kHz D. 70 kHz E. 120 kHz

**Solução**

Já que o índice de modulação é um número inteiro, o número de faixas laterais dignas de nota, de ambos os lados da portadora, é 6 + 1 = 7. Desde que as faixas laterais adjacentes estão separadas pela audiofreqüência de 5 kHz, a largura de faixa é 2 X 7 X 5 = 70 kHz. Alternativa D.

**Problema 6**

Um transmissor de FM opera em 102 MHz e o estágio oscilador é modulado diretamente por um tom de teste de 3 kHz de forma que o deslocamento de sua freqüência é ±2 kHz. Se o estágio oscilador gera 4.250 kHz quando não modulado, e o desvio de freqüência correspondente a uma modulação de 100% é de 75 kHz, a modulação percentual produzida pelo tom de teste é

A. 2,67% B. 48% C. 36% D. 64% E. 80%

**Solução**

O fator do produto total do estágio multiplicador de freqüência é

$$\frac{102 \text{ MHz}}{4250 \text{ kHz}} = 24$$

O deslocamento da freqüência de saída é = ±2 X 24 = ±48 kHz.

Modulação percentual = $\frac{48}{75}$ X 100 = 64%. Alternativa D.

**Problema 7**

Para uma modulação de 100%, o desvio de freqüência de um transmissor de FM é de 15 kHz. Se a razão do desvio é 3, a mais elevada audiofreqüência transmitida é

A. 45 kHz B. 15 kHz C. 3 kHz D. 5 kHz E. 6 kHz

**Solução**

Razão do desvio =

$$\frac{\text{Desvio de freqüência correspondente a uma modulação de 100\%}}{\text{Audiofreqüência mais elevada}}$$

Audiofreqüência mais elevada $= \frac{15}{3} = 5$ kHz. Alternativa D.

**Problema 8**

Quando um transmissor de radiodifusão em FM é modulado por um tom de teste de 450 Hz, o deslocamento da freqüência de saída é de ±30 kHz. Se a freqüência do tom é reduzida para 225 Hz, mas a amplitude permanece inalterada, a modulação percentual resultante é

A. 20% B. 40% C. 30% D. 60% E. 80%

**Solução**

Para tons de 450 Hz e 225 Hz o efeito da ênfase pode ser ignorado. Portanto, a alteração da freqüência do tom não altera a modulação percentual, que permanece em

$$\frac{30}{75} \times 100 = 40\% \text{ . Alternativa B.}$$

**Problema 9**

O transmissor de áudio de uma estação de teledifusão é modulado em 40% por meio de um tom de teste de 400 Hz. A amplitude do tom é dobrada e a freqüência é elevada para 500 Hz. Desprezando quaisquer efeitos ou pré-acentuação, o valor resultante do índice de modulação é

A. 40 B. 80 C. 20 D. 160 E. 10

**Solução**

Quando a amplitude do tom é dobrada, o deslocamento da freqüência de saída resultante é

$$\pm 2 \times \frac{40}{100} \times 25 = \pm 20 \text{ kHz}$$

O valor resultante do índice de modulação é

$$\frac{20 \text{ kHz}}{500 \text{ Hz}} = 40 \text{ . Alternativa A.}$$

**Problema 10**

No Problema 9, o total de faixas laterais significativas é

A. 20 B. 21 C. 40 D. 41 E. 82



**Solução**

Uma vez que $m_f$ é um número inteiro, o total de faixas laterais significativas em ambos os lados da portadora é $m_f + 1 = 40 + 1 = 41$. O total de faixas laterais significativas $= 2 \times 41 = 82$. Alternativa E.

Note que, embora haja um número elevado de faixas laterais significativas, a distância entre faixas laterais adjacentes é de apenas 500 Hz ou 0,5 kHz, de maneira que a largura de faixa é $82 \times 0{,}5 = 41$ kHz.

**Problema 11**

Uma estação de radiodifusão em FM opera em 103,1 MHz. Se a transmissão é modulada em 60%, através de um tom de teste de 3 kHz, a freqüência instantânea mais elevada no sinal de FM é

A. 103,145 MHz B. 103,160 MHz C. 103,103 kHz D. 103,115 kHz E. 103,148 MHz

**Solução**

Para uma estação de radiodifusão em FM, a modulação de 60% equivale a um deslocamento de freqüência de

$$\pm 75 \times \frac{60}{100} = \pm 45 \text{ kHz}$$

Portanto, a freqüência instantânea mais elevada é 103,1 MHz + 45 kHz = 103,145 MHz. Alternativa A.

**Problema 12**

No Problema 11, a freqüência da faixa lateral superior mais importante é

A. 103,145 MHz B. 103,196 MHz C. 103,190 MHz D. 103,160 MHz E. 103,148 MHz

**Solução**

O índice de modulação, $m_f$, é

$$\frac{45 \text{ kHz}}{3 \text{ kHz}} = 15$$

Devido $m_f$ ser um número inteiro, o total de faixas laterais importantes de ambos os lados da portadora é $m_f + 1 = 16$. A freqüência da faixa lateral superior importante e mais elevada é 103,1 MHz + (3 × 16 kHz) = = 103,148 MHz. Alternativa E.

## MODULAÇÃO DE FASE

Na modulação de fase (Fig. 12-6) a fase instantânea de onda portadora de RF é variada de acordo com o sinal de modulação, enquanto que a

amplitude da onda de RF é mantida constante. O quantum instantâneo de deslocamento de fase de seu valor não modulado, é relacionado linearmente com a intensidade instantânea (voltagem) do sinal de modulação. Já que uma taxa de variação de fase é equivalente a um deslocamento em freqüência, a onda de PM tem a configuração semelhante à onda de FM, e, portanto, não podem ser diferenciadas exceto pela referência ao sinal de modulação. As diferenças importantes são:

1. Com a PM, o deslocamento da freqüência de saída é proporcional ao produto da amplitude e da freqüência do sinal de modulação, enquanto que, em FM, o deslocamento é proporcional apenas à amplitude. Portanto, se a portadora é modulada por um tom simples, e se a amplitude do tom e a freqüência são ambos duplicados, o deslocamento da freqüência de saída no sinal de FM poderia ser duplicado, mas, no sinal de PM, o deslocamento poderia ser quadruplicado (ignorando qualquer efeito de ênfase).
2. Com relação ao ciclo do sinal de modulação, as posições da freqüência instantânea máxima (e/ou mínima) estão separadas de 90° nas ondas de FM e PM. Por exemplo, na Fig. 12-6, o ponto A no sinal de modulação corresponde à freqüência instantânea máxima na onda de FM, enquanto que na onda de PM a freqüência máxima ocorre no ponto B, a qual é um quarto de ciclo ou 90° a partir do ponto A.

A principal importância da MP é seu uso no método indireto de criar FM. Para manter a estabilidade da freqüência (e evitar a necessidade de um sistema AFC), é uso geral em muitos transmissores de FM empregar um Oscilador Principal de Cristal, cuja freqüência é fixa e, por conseguinte, não pode ser modulada por um circuito de reatância de válvula. O estágio modulado indiretamente segue o oscilador de cristal e consiste de um circuito que cria realmente a modulação de fase. Contudo, antes de atingir o estágio modulado, o sinal de áudio passa por um circuito de correção (não se deve confundi-lo com o circuito de ênfase) cuja voltagem de entrada é inversamente proporcional à freqüência e introduz um deslocamento de fase de aproximadamente 90°. Então, com relação ao sinal de entrada de áudio, sem distorção, ao circuito de correção, a saída do estágio modulado é o sinal de FM requerido, mas com relação à saída do estágio modulado do circuito de correção, o estágio modulado produz MP.

**Problema 1**

Quando modulado por um tom de áudio de 250 Hz, um estágio de fase modulada produz uma oscilação de freqüência de saída de ±5 kHz.



A amplitude do tom é dobrada e sua freqüência é elevada para 400 Hz. O deslocamento de freqüência resultante é

A. ±5 kHz B. ±8 kHz C. ±10 kHz D. ± 12 kHz E. ±16 kHz

**Solução**

Num sinal de MP, o deslocamento de freqüência é proporcional ao produto da amplitude do tom pela freqüência. O deslocamento de freqüência resultante é

$$\pm 5 \times 2 \times \frac{400}{250} = \pm 16 \text{ kHz}.$$ Alternativa E.

## CÁLCULO DE POTÊNCIA OPERACIONAL PELO MÉTODO INDIRETO

A potência operacional de um transmissor é sua potência de RF real, fornecida à antena. Pode ser calculada tanto pelo método direto como pelo método indireto, que envolve a potência de entrada de placa ao estágio final de RF e um fator de rendimento normalmente expresso como uma fração decimal, que pode, no entanto, ser fornecido como uma percentagem. A potência operacional = $E_bI_bF$, onde $E_b$ é a voltagem de alimentação de C.C. de placa do estágio final de RF, $I_b$ é o nível de corrente contínua de placa associado, e F é o fator de rendimento.

Para uma estação de radiodifusão comum em AM, o fator de rendimento depende do método de modulação utilizado (de placa, grade, ou de nível inferior) e da taxa máxima da portadora de saída, mas para (áudio) estações de teledifusão e radiodifusão, o valor de F é originariamente indicado pelo fabricante dos produtos utilizados.

**Problema 1**

O estágio final de uma estação de radiodifusão comum tem voltagem de alimentação de placa de 2.500 V e nível de C.C. de corrente de placa de 1,5 A. O estágio apresenta modulação de placa com fator de rendimento de 0,7. A potência operacional, se determinada através de método indireto, é

A. 5.250 W B. 3,75 kW C. 4.135 W D. 2.625 W E. 2,75 kW

**Solução**

A potência operacional é $E_bI_bF = 2.500 \times 1,5 \times 0,7 = 2.625$ W. Alternativa D.

**Problema 2**

Um transmissor utiliza uma antena com resistência efetiva de 110 Ω e a corrente de antena é de 4,5 A. O estágio final de RF tem uma voltagem

de alimentação à placa de 1.500 V e a corrente de placa é 1,9 A. O fator de rendimento F é

A. 0,57 B. 0,63 C. 0,68 D. 0,71 E. 0,78

**Solução**

Potência operacional por método indireto = $(4,5)^2 \times 100 = 2.227,5$ W

Fator de rendimento, $F = \frac{2227,5}{1500 \times 1,9} = 0,78$. Alternativa E.

## PROBLEMAS PRÁTICOS

1. Na Fig. 12-7, a modulação percentual nos picos positivos (modulação acima das abscissas) é
   A. 25% B. 33% C. 50% D. 67% E. 75%
2. Na Fig. 12-7, a modulação percentual dos picos negativos (modulação inferior) é
   A. 25% B. 33% C. 50% D. 67% E. 75%
3. A Fig. 12-8 mostra a disposição trapezoidal de um osciloscópio em sinal de AM. A modulação percentual é
   A. 0% B. 50% C. 110% D. 150% E. 200%

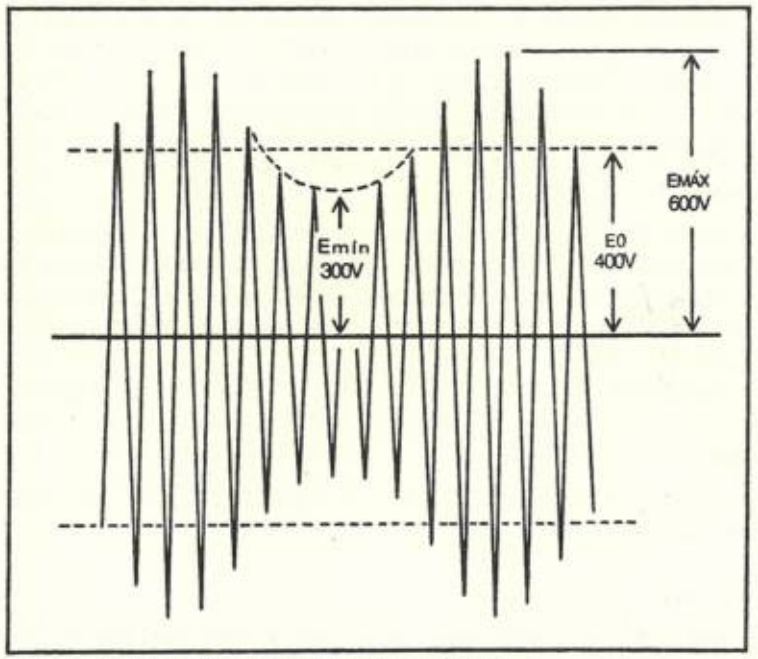



Fig. 12-7 Análise gráfica de uma portadora modulada.



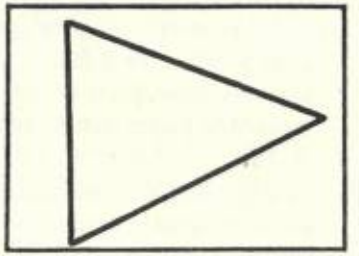


Fig. 12-8 Método trapezóide para determinação de percentual de modulação.

4. A potência não modulada de uma portadora de RF de 1,5 MHz é 2,5 kW. A portadora tem sua amplitude modulada em 75% através de um tom de 800 Hz. A largura de faixa ocupada pelo sinal de AM é
   A. 1,6 kHz B. 800 Hz C. 400 Hz D. 200 Hz E. 1,5008 MHz
5. No Problema 4, a potência de RF na faixa lateral inferior é
   A. 350 W B. 700 W C. 938 W D. 1,88 kW E. 750 W
6. No Problema 4, a potência total na faixa lateral como um percentual da potência total de RF no sinal de AM é
   A. 25% B. 22% C. 75% D. 11% E. 28%
7. No Problema 4, a modulação percentual produzida pelo tom de 800 Hz é reduzida de 75% para 50%. O percentual de redução na potência total da faixa lateral é
   A. 100% B. 33% C. 67% D. 125% E. 56%
8. Uma portadora de RF de 12 MHz tem amplitude modulada através de sinal de áudio contendo freqüências que oscilam de 75 Hz a 6 KHz. Se a emissão é do tipo A3H, a largura de faixa ocupada pela emissão é
   A. 150 Hz B. 5.925 Hz C. 11.850 Hz D. 6.000 Hz E. 12.000 Hz
9. No Problema 8, o tipo de emissão é alterado para o tipo A3J. A largura da faixa resultante, ocupada pela emissão, é
   A. 150 Hz B. 5.925 Hz C. 11.850 Hz D. 6.000 Hz E. 12.000 Hz
10. Uma portadora de RF tem a amplitude modulada na faixa lateral dupla por meio de um tom simples. Se a modulação percentual é reduzida de 90% para 60%, o percentual de decréscimo na corrente de antena é
    A. 10% B. 8,4% C. 11,9% D. 16% E. 36%
11. A potência da portadora desenvolvida no estágio final de RF de um transmissor de A3 com modulação de alto nível é de 2,75 kW (Fig. 12-5). Para fins de teste, modula-se a portadora em 90% com um tom de teste de 2 kHz. Se os rendimentos de placa do estágio final de RF e do modulador são respectivamente de 80% e 25%, a dissipação de placa no estágio modulador é
    A. 825 W B. 275 W C. 2,75 kW D. 3,1 kW E. 3,71 kW

12. No Problema 11, a voltagem de alimentação de placa para o estágio final de RF é de 1.200 V. A válvula moduladora é um tríodo simples com impedância de placa de 750 Ω. A razão de espiras primário/secundário para o transformador de modulação de saída é
A. 3,2:1 B. 1,6:1 C. 1,8:1 D. 1,1:1 E. 0,30:1

13. Para fins de teste, um transmissor de radiodifusão de FM é modulado em 100% através de um tom de 1 kHz. Comparado com seu valor não modulado, o percentual de elevação na corrente de antena é
A. 22,5% B. 50% C. 100% D. 18,5% E. Zero

14. Um transmissor de radiodifusão em FM é modulado em 20% através de um tom de teste de 300 Hz. A amplitude e freqüência do mesmo são dobradas. Ignorando qualquer efeito causado por ênfase, a variação da freqüência instantânea máxima, no sinal de saída de FM, é
A. 15 kHz B. 30 kHz C. 7,5 kHz D. 300 Hz E. 60 kHz

15. O transmissor de áudio de uma estação de teledifusão é modulado instantaneamente em 40% por meio de uma audiofreqüência de 2 kHz. A largura de faixa ocupada pelo sinal de FM é de
A. 24 kHz B. 25 kHz C. 10 kHz D. 2 kHz E. 4 kHz

16. Uma estação de radiodifusão em FM é modulada em 80% com um tom de teste de 3 kHz. Entre o estágio modulado e o estágio final de RF encontram-se três dobradores e um triplicador. O deslocamento de freqüência no estágio modulado é
A. ±1,25 kHz B. ±2,5 kHz C. ±5 kHz D. ±3,33 kHz E. ±60 kHz

17. Um transmissor de FM apresenta uma razão de desvio de 5 e uma faixa de áudio que oscila entre 100 Hz e 5 kHz. O desvio de freqüência correspondente a uma modulação de 100% é
A. 100 Hz B. 50 kHz C. 75 kHz D. 5 kHz E. 25 kHz

18. Um transmissor de AM com emissão do tipo A3A tem uma portadora de freqüência de 1,25 MHz e é modulada com um tom de 2 kHz. O sinal irradiado contém freqüências de
A. 1.250 kHz e 1.252 kHz B. 1.250 kHz e 1.248 kHz C. 1.252 kHz e 1.248 kHz D. 1.250 kHz e 1.252 kHz E. Tanto a resposta A quanto a B estão corretas.

19. Quando uma portadora é modulada por um tom de 5 kHz, há um total de 20 faixas laterais importantes. O deslocamento da freqüência de saída do sinal de FM é
A. ±50 kHz B. ±55 kHz C. ±45 kHz D. ±25 kHz E. ± 100 kHz

20. Usando o método direto, calcula-se que a potência operacional de um transmissor seja 6,25 kW. O estágio final de RF tem uma voltagem de alimentação de placa de 3.750 V e nível de corrente de C.C. de placa



igual a 2,2 A. O valor do fator de rendimento é
A. 27% B. 33% C. 68% D. 71% E. 76%

## SOLUÇÕES

1. A modulação percentual no pico positivo (acima da abcissa) é de

$$\frac{E_{máx} - E_o}{E_o} \times 100 = \frac{600 - 400}{400} \times 100$$

$$= \left(\frac{600}{400} - 1\right) \times 100$$

$$= 50\%.$$ Alternativa C.

2. A modulação percentual nos picos negativos (modulação abaixo da abscissa) é

$$\frac{E_o - E_{mín}}{E_o} \times 100 = \frac{400 - 300}{400} \times 100$$

$$= -\left(\frac{300}{400} - 1\right) \times 100$$

$$= 25\%.$$ Alternativa C.

3. Não importa qual seja a leitura de P no osciloscópio, Q = 0. Portanto, a modulação percentual é

$$\frac{P - Q}{P + Q} \times 100 = \frac{P - 0}{P + 0} \times 100 = \frac{P}{P} \times 100 = 100\%.$$ Alternativa C.

Note que a imagem na tela para a amplitude modulada de 100% é um triângulo.

4. Com qualquer nível permissível de modulação (não maior que 100%), a largura de faixa é independente da modulação percentual e depende exclusivamente da freqüência do tom do sinal de modulação. Haverá uma faixa lateral superior em 1,5 MHz + 800 Hz = 1,500 800 MHz e uma faixa lateral inferior em 1,5 MHz – 800 Hz = 1,449 200 MHz. De forma simplificada, a largura de faixa é de 2 × 800 Hz = 1,6 kHz. Alternativa A.

5. A potência total da faixa lateral é dada através de

$$\frac{1}{2} m^2 P_c$$

e as potências para as faixas laterais superior e inferior são iguais. Portanto, a potência de RF na faixa lateral inferior é $1/2 \times 1/2 \times 0{,}75^2 \times$

$\times 2{,}5 = 0{,}351\ldots$ kW = 350 W, arredondados. Alternativa A.

6. A percentagem da potência total da faixa lateral, se comparada com a potência total no sinal de AM, é expressa por

$$\frac{m^2}{2+m^2} \times 100 = \frac{0{,}75^2}{2+0{,}75^2} \times 100$$

$$= \frac{0{,}562\,5}{2+0{,}562\,5} \times 100$$

$$= 22\%, \text{ arredondados. Alternativa B.}$$

7. É muito importante interpretar a questão de maneira correta. Faz-se necessário o *decréscimo percentual* na potência total da faixa lateral. É perfeitamente correto recalcular a potência total da faixa lateral e então determinar o percentual de decréscimo. Apresentamos abaixo um método mais direto:

Decréscimo percentual =

$$\frac{\text{Potência original da faixa lateral} - \text{Potência final da faixa lateral}}{\text{Potência original da faixa lateral}} \times 100$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times 0{,}75^2 \times 2{,}5 - \frac{1}{2} \times 0{,}5^2 \times 2{,}5}{\frac{1}{2} \times 0{,}75^2 \times 2{,}5} \times 100$$

$$= \frac{0{,}75^2 - 0{,}5^2}{0{,}75^2} \times 100 = 56\%. \text{ Alternativa E.}$$

8. Uma emissão de faixas laterais simples requer que a portadora e as faixas laterais superiores (ou inferiores) sejam transmitidas. Portanto, a largura de faixa depende da freqüência moduladora mais elevada e não da mais baixa. Alternativa D.

9. Com uma transmisssão do tipo SSSC (A3J) a largura de faixa é efetivamente a diferença entre a freqüência moduladora mais elevada e a mais baixa, ou seja

$$6.000 - 75 = 5.925 \text{ Hz. Alternativa B.}$$

10. Quando o grau de modulação é reduzido de $m_2 = 0{,}9$ para $m_1 = 0{,}6$, o decréscimo percentual na corrente de antena é dado por

$$\left(1 - \sqrt{\frac{2+m_1^2}{2+m_2^2}}\right) \times 100 = \left(1 - \sqrt{\frac{2+0{,}6^2}{2+0{,}9^2}}\right) \times 100$$



$$= \left(1 - \sqrt{\frac{2{,}36}{2{,}81}}\right) \times 100 = 8{,}4\%. \text{ Alternativa B.}$$

11. Realmente o estágio modulador gera um quantum de potência às freqüências de modulação igual à potência total da faixa lateral irradiada, considerando-se o rendimento de placa do estágio de RF. A potência de saída do estágio modulador é

$$\frac{50\ m^2\ P_c}{\eta} = \frac{50 \times 0{,}9^2 \times 2{,}75}{90}$$

Com o estágio modulador apresentando um rendimento de 25%, 75% da potência de entrada de placa do modulador são dissipados, o que é três vezes o valor da potência fornecida ao estágio final de RF. Portanto, a dissipação de placa do modulador é

$$\frac{50 \times 0{,}9^2 \times 2{,}75}{90} \times 3 = 3{,}71 \text{ kW, arredondados. Alternativa E.}$$

12. A carga ideal da placa para o tríodo modulador é $2r_p = 2 \times 750 = 1.500\ \Omega$, enquanto que a carga efetiva aplicada através do secundário do transformador equilibrador é dado por $E_{bb}/I_b$. Para calcular $I_b$ quando a saída do estágio final de RF 2,75 kW = 2.750 W,

$$\eta_R = 90\% = \frac{2\,750}{E_b I_b} \times 100 = \frac{2\,750}{1\,200\ I_b} \times 100$$

$$I_b = \frac{2\,750}{1\,200} \times \frac{100}{90}$$

Logo,

$$\frac{E_{bb}}{I_b} = \frac{1\,200 \times 1\,200 \times 90}{2\,750 \times 100} = 471{,}27\ldots\Omega$$

É necessário um transformador abaixador, modulador de placa.
O quadrado da razão de espiras entre o primário e o secundário é, portanto,

$$\frac{1\,500}{\frac{1\,200 \times 1\,200 \times 90}{2750 \times 100}} = \frac{1\,500 \times 2\,750 \times 100}{1\,200 \times 1\,200 \times 90} = 3{,}18\ldots$$

Por conseguinte, a razão entre as espiras do primário e secundário é $\sqrt{3{,}18\ldots} = 1{,}8{:}1$, arredondado. Alternativa C.

13. O aumento percentual da corrente de antena, se comparada com a corrente de antena não modulada para uma estação de radiodifusão em AM, é

$$\left(\sqrt{\frac{m^2}{2}+1}-1\right)\times 100 = \left(\sqrt{\frac{m^2}{2}+1}-1\right)\times 100$$

$$=\left(\sqrt{\frac{3}{2}}-1\right)\times 100 = 22\%, \text{ arredondados.}$$

Contudo, para uma estação de radiodifusão em FM não há nenhuma elevação da corrente de antena. Alternativa E.

14. O desvio de freqüência de uma emissora de radiodifusão em FM é de 75 kHz. Quando este transmissor é modulado em 20%, o deslocamento de freqüência é $\pm 0{,}2 \times 75 = 15$ kHz. Quando a amplitude do tom de teste é dobrada, o deslocamento da freqüência instantânea máxima torna-se 30 kHz. Sob ambas as condições acima, o deslocamento é independente da freqüência do tom de teste. Alternativa B.
15. Num canal de áudio de teledifusão, o deslocamento da freqüência instantânea máxima para uma modulação de 100% é 25 kHz. Portanto, para uma modulação de 40%, o deslocamento máximo da freqüência instantânea é $\pm 0{,}4 \times 25$ kHz = 10 kHz. O índice de modulação para $f_m = 2$ kHz é

$$m_f = \frac{10}{2} = 5$$

Já que $m_f$ é um número inteiro, a largura de faixa do sinal de FM é

$2(m_f + 1) \times f_m = 2(5 + 1) \times 2 = 24$ kHz. Alternativa A.

16. O fator multiplicador total para todos os estágios multiplicadores entre o estágio modulado e o estágio final é

$$M = 2 \times 2 \times 3 = 24$$

Por conseguinte, o deslocamento da freqüência no estágio modulado é

$$\pm \frac{m \times 75}{100\ M} = \frac{80 \times 75}{100 \times 24} = 2{,}5 \text{ kHz. Alternativa B.}$$

17. Uma vez que a razão de desvio é 5 e a freqüência de modulação máxima é de 5 kHz, o desvio de freqüência é

$5 \times 5$ kHz = 25 kHz. Alternativa E.

18. Com um tom simples de modulação de 2 kHz, haverá uma faixa lateral inferior em $1.250 - 2 = 1.248$ kHz, e uma faixa lateral superior em $1.250 + 2 = 1.252$ kHz. Três freqüências, incluindo a portadora de 1.250 kHz, serão transmitidas. Alternativa E.
19. Para achar a solução do problema, é necessário admitir que o índice de modulação, $m_f$, é um número inteiro. Feito isto, temos

$$2\,(m_f + 1) = 20$$

$$m_f = \frac{20}{2} - 1 = 9$$



Deslocamento de freqüência = $\pm m_f f_m = \pm 9 \times 5$ kHz = $\pm 45$ kHz. Alternativa C.

20. O percentual de rendimento na placa é dado através de

$$\eta_R = \frac{P_c}{E_{bb} I_b} \times 100$$

$$= \frac{6\,250}{3\,750 \times 2{,}2} \times 100 = 76\%,$$

arredondados. Alternativa E.

*Capítulo* **13**

# Circuitos Transistorizados Bipolares

A ação dos transistores bipolares envolve dois conjuntos de portadoras de carga; estas são as portadoras de cargas positivas (lacunas) e as portadoras de cargas negativas (elétrons). Os transistores bipolares são também de dois tipos, p-n-p e n-p-n, cujos símbolos são apresentados na Fig. 13-1. Cada um destes tipos possui três seções que são chamadas de emissor, base e coletor; a seta em cada símbolo indica a direção do fluxo convencional (direção oposta àquela do fluxo de elétrons).

O transistor bipolar pode ser comparado de maneira superficial com um tríodo, com o emissor, a base e o coletor correspondendo ao cátodo, grade de controle e placa. Para uma condução normal, são aplicadas voltagens ao transistor de forma que haja uma polarização direta da junção base/emissor, tendo porém uma polarização reversa da junção base/coletor. Para o transistor p-n-p (Fig. 13-1), isso exige que o emissor seja positivo com relação à base positiva em relação ao coletor; estas polaridades são inversas no caso do transistor n-p-n. Alguns dos métodos para produzir a voltagem de polarização de C.C. correta, para as junções base/emissor e base/coletor, são tratados na Seção 13-2.

Sob condições estáticas ou de sinal, são apresentados na Fig. 13-1 os fluxos das correntes, do emissor ($I_E$), corrente de base ($I_B$) e da corrente do coletor ($I_C$) em um circuito transistorizado bipolar. Aplicando-se a Lei de Kirchhoff temos

$$I_E = I_C + I_B,\quad I_C = I_E - I_B,\quad I_B = I_E - I_C$$

Sob condições normais de funcionamento, $I_B$ é tipicamente menor que 5% de $I_E$ ou $I_C$ de forma que $I_C$ é apenas ligeiramente menor que $I_E$.



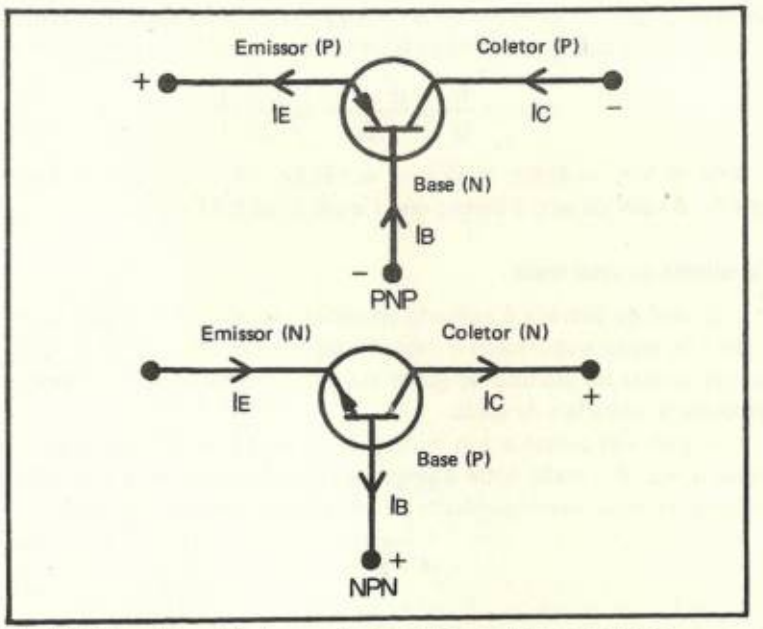



Fig. 13-1 Transistores bipolares – As setas indicam o fluxo da corrente.

Conforme tratado no Capítulo 10, existem três configurações possíveis de circuito de válvula – o amplificador de grade aterrada, o amplificador de cátodo aterrado e seguidor catódico. As configurações transistorizadas correspondentes são os circuitos (emissor-seguidor) de base comum, emissor comum e coletor comum.

## CONFIGURAÇÃO DE BASE COMUM

No circuito n-p-n da Fig. 13-2, a junção base/emissor tem polarização direta através de $V_{EE}$, enquanto que a junção base/coletor tem polarização inversa através de $V_{CC}$. A polarização direta que é realmente aplicada entre base e emissor é de apenas décimos de volt, de modo que

$$I_E = \frac{V_{EE} - V_{BE}}{R_E}$$

ou, para uma abordagem inicial,

$$I_E \approx \frac{V_{EE}}{R_E}$$

A voltagem entre coletor e base é

$$V_{CB} = V_{CC} - (\text{a queda de voltagem em } R_C) = V_{CC} - I_C R_C$$

Sob condições constantes, o ganho de corrente estática, $\alpha_{CC}$, do circuito

de base comum é definido como a razão entre a corrente (de saída) do coletor, $I_C$, e a corrente (de entrada) do emissor, $I_E$; por conseguinte

$$\alpha_{CC} = \frac{I_C}{I_E} = \frac{I_E - I_B}{I_E} = I - \frac{I_B}{I_E}$$

e $V_{CB} = V_{CC} - I_C R_C = V_{CC} - \alpha_{CC} I_E R_C$. Uma vez que $I_C$ é menor que $I_E$, o valor de $\alpha_{CC}$ é menor que 1 e oscila de 0,95 a 0,99.

**Condições de sinal fraco**

O sinal de entrada é aplicado ao emissor (com relação à base ou terra) e sinal de saída amplificado é captado do coletor. De maneira semelhante ao que ocorre no circuito de grade aterrada, não há variação de fase entre os sinais de entrada e de saída.

O ganho de corrente sob condições de sinal é medido através do transistor $\alpha$, que é a razão entre a pequena variação na corrente do coletor e a pequena variação correspondente na corrente do emissor. Portanto,

$$\alpha = \frac{\Delta i_c}{\Delta i_e}$$

Para um transistor em particular, é normal que $\alpha_{CC}$ e $\alpha$ sejam praticamente iguais, de forma que o valor de $\alpha$ oscila novamente numa faixa que vai de 0,95 a 0,99.

Embora o ganho de corrente da configuração de base comum seja menor que 1, este circuito pode ainda permitir um ganho de voltagem de sinal (e um ganho de potência) já que a corrente de entrada do emissor e a corrente de saída do coletor estão associadas a diferentes valores de resistências de entrada e de saída. Para uma abordagem inicial a resistência do circuito de base/emissor consiste da resistência de junção, $r_e$, resistência difundida na base, e da resistência da fonte do sinal. A resistência de saída no circuito da Fig. 13-2 é a carga do coletor, $R_C$, em paralelo com a resistência mais alta, a qual é recíproca da inclinação pertencente à característica do transistor $V_C/I_C$. Esta resistência de saída, $R_0$, é mais alta que a resistência de entrada, $R_i$, e, por conseguinte, o ganho de voltagem é

$$G_V = \frac{i_c R_o}{i_e R_i} = \alpha \frac{R_o}{R_i}$$

Comparada às duas outras configurações, a principal desvantagem da disposição de base comum é a baixa resistência de entrada presente ao sinal aplicado. Afora a resistência de fonte do sinal, o principal componente de $R_i$ é a resistência da junção base/emissor, $r_e$.



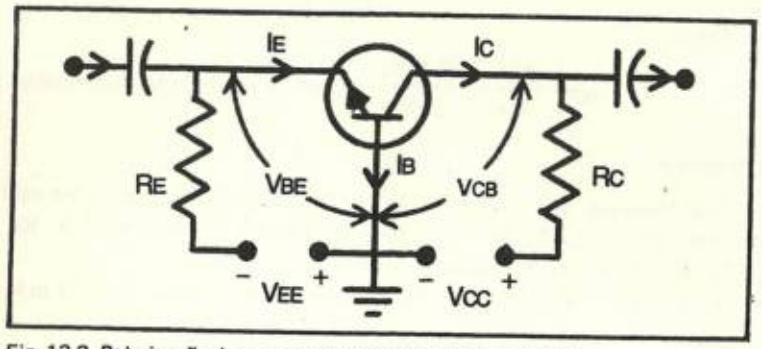



Fig. 13-2 Polarização de um transistor N-P-N de base comum.

**Problema 1**

Num transístor sob condições estáticas, em configuração de base comum, a corrente de base é 100 $\mu$A, e a corrente do coletor é 5 mA. O valor do ganho de corrente estática é

A. 1,02 B. 0,96 C. 0,97 D. 0,98 E. 0,99

**Solução**

Corrente do emissor, $I_E = I_C + I_B = 0{,}5\text{ mA} + 100\ \mu\text{A} = 5{,}1\text{ mA}$

Ganho de corrente estática, $\alpha_{CC} = \frac{I_C}{I_E} = \frac{5{,}0}{5{,}1}$

$= 0{,}98$, arredondado. Alternativa D.

**Problema 2**

Se, num circuito de base comum, a corrente do emissor varia de 4 mA para 4,15 mA, a variação correspondente na corrente do coletor oscilará de 3,92 mA a 4,068 mA, o valor de $\alpha_{CC}$ para $I_e = 4$ mA, é

A. 0,96 B. 0,97 C. 0,98 D. 0,99 E. 1,02

**Solução**

Ganho de corrente estática, $\alpha_{CC} = \frac{I_C}{I_E} = \frac{3{,}92}{4{,}0}$

$= 0{,}98$. Alternativa C.

**Problema 3**

No Problema 2, o valor de $\alpha$ é

A. 0,96 B. 0,97 C. 0,98 D. 0,99 E. 1,01

**Solução**

Variação da corrente do emissor, $\Delta I_e = 4{,}15 - 4{,}0 = 0{,}15$ mA. Variação correspondente na corrente do coletor, $\Delta I_c = 4{,}068 - 3{,}92 = 0{,}148$ mA.

Logo

$$\alpha = \frac{\Delta i_c}{\Delta i_e} = \frac{0{,}148}{0{,}15} = 0{,}99, \text{ arredondado. Alternativa D.}$$

**Problema 4**

Admitindo-se que o circuito da Fig. 13-2 opera sob condições estáticas, com $V_{EE} = 12$ V, $R_E = 22$ kΩ, $V_{BE} = 0{,}7$ V, $V_{CC} = 15$ V, $R_C = 15$ kΩ, $\alpha_{CC} = 0{,}97$. O valor de $I_E$ é

A. 0,53 mA B. 0,59 mA C. 5,9 mA D. 0,51 mA E. 0,55 mA

**Solução**

Queda de voltagem em $R_E$ é 12 V − 0,7 V = 11,3 V

$$\text{Corrente do emissor, } I_E = \frac{11{,}3\text{V}}{22\ \text{k}\Omega}$$

$$= 0{,}514\ldots, \text{ pela calculadora}$$

$$= 0{,}51\ \text{mA, arredondado. Alternativa D.}$$

**Problema 5**

No Problema 4, o valor de $V_{CB}$ é

A. 15 V B. 7,7 V C. 7,5 V D. 7,9 V E. 7,1 V

**Solução**

Corrente do coletor, $I_C = \alpha_{CC} I_E = 0{,}514 \times 0{,}97$. Então $V_{CB} = V_{CC} - I_C R_C = 15\text{ V} - (0{,}514 \times 0{,}97 \times 15) = 7{,}5$ V, arredondados. Alternativa C.

**Problema 6**

No Problema 4, a resistência total de entrada sob condições de sinal é 1 kΩ. Admitindo-se que a resistência de saída é igual ao valor da carga do coletor e que $\alpha = 0{,}98$, o valor do ganho de voltagem é

A. 5,10 B. 15,3 C. 14,7 D. 14,4 E. 14,1

**Solução**

$$\text{Ganho de voltagem, } G_V = \alpha \frac{R_o}{R_i} = 0{,}98 \times \frac{15}{1} = 14{,}7. \text{ Alternativa C.}$$

## CIRCUITO EMISSOR COMUM

O ganho de corrente estática, $\beta_{CC}$, do circuito emissor comum (Fig. 13-3) é definido como a razão entre a corrente (de entrada) do coletor e a corrente (de saída) da base. Portanto,

$$\beta_{CC} = \frac{I_C}{I_B} = \frac{I_C}{I_E - I_C} = \frac{I_C/I_E}{1 - I_C/I_E} = \frac{\alpha_{CC}}{1 - \alpha_{CC}}$$



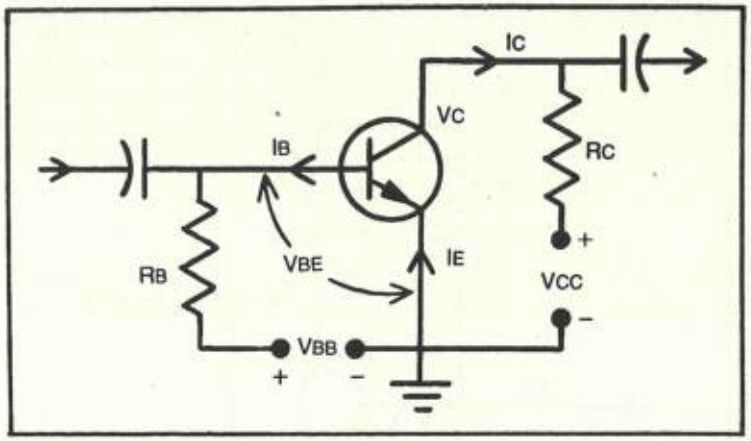



Fig. 13-3 Parâmetros usados na determinação do ganho de um circuito de emissor comum.

e

$$\alpha_{CC} = \frac{\beta_{CC}}{1 + \beta_{CC}}$$

A CA$\beta$, escrita simplesmente como $\beta$, é freqüentemente muito próxima do valor de $\beta_{CC}$, e, por conseguinte, numa abordagem inicial, a corrente do coletor é $\beta$ vezes maior que a corrente de base; este resultado aplica-se a ambas as correntes, contínua e alternada. Entretanto, $\beta$ é um quantum instável e altera-se tanto com a temperatura como também com o ponto operacional escolhido.

Corrente de base

$$I_B = \frac{V_{BB} - V_{BE}}{R_B} \approx \frac{V_{BB}}{R_B}$$

se o valor de $V_{BE}$ (entre 0,3 V e 0,7 V) pode ser ignorado.

Potencial do coletor, $V_C = V_{CC} - I_C R_C$

**Polarização de base**

A voltagem de alimentação da potência, $V_{BB}$, pode ser eliminada ligando-se $R_B$ ao terminal positivo de $V_{CC}$ (Fig. 13-4). Esta disposição é conhecida como polarização de base e pode ser empregada para estabelecer o ponto operacional de CC.

Com referência à Fig. 13-4,

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{Be}}{R_B} \approx \frac{V_{CC}}{R_B}$$

se $V_{BE}$ for desprezível.

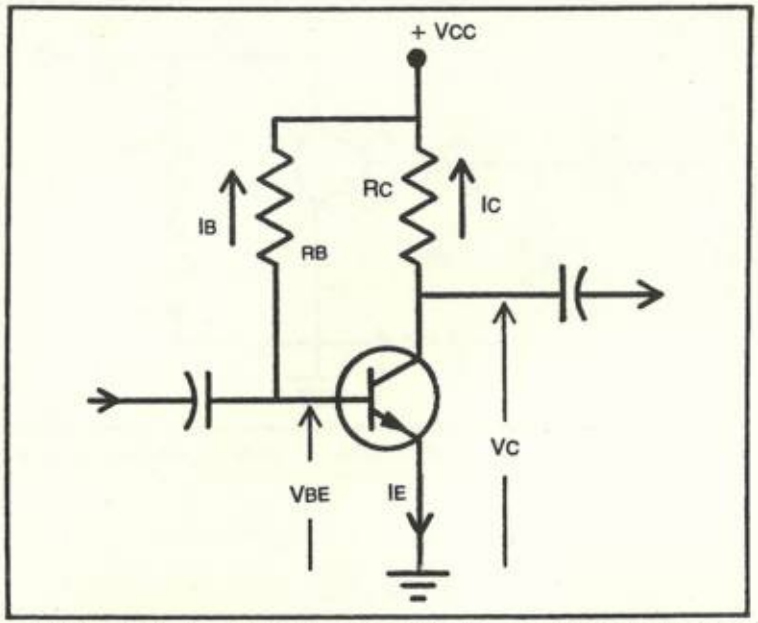



Fig. 13-4 Disposição de polarização para eliminar a necessidade de alimentação adicional.

O valor de $I_B$ é portanto fixado através dos valores de $V_{CC}$ e $R_B$. Uma vez que $I_C = \beta I_B$, e o valor de $\beta$ pode variar amplamente, a corrente do coletor será instável e essa é a maior desvantagem da disposição em polarização de base.

**Polarização de emissor**

A polarização de emissor (Fig. 13-5) é um ótimo meio de estabelecer o ponto operacional de CC; exige a presença do resistor emissor, $R_E$, e de alimentação adicional de potência, $V_{EE}$. De forma análoga ao circuito de base comum, pode-se verificar que

$$I_E \approx \frac{V_{EE}}{R_E}$$

Desde que esta equação não contenha $\beta$, os valores de $I_E$, e, portanto, $I_C$, tendem a ser independentes de quaisquer flutuações em $\beta$.
Uma fórmula mais exata é

$$I_E = \frac{V_{EE} - V_{BE}}{R_E + \frac{R_B}{\beta}} I_E$$

Potencial do coletor, $V_C = V_{CC} - I_C R_C$.



Para evitar realimentação negativa sob condições de sinal, o resistor $R_E$ deve ser derivado através do capacitor $C_E$.

O circuito de polarização do emissor deve ser modificado para operar com alimentação simples (Fig. 13-6). Os resistores $R_{B1}$ e $R_{B2}$ formam um divisor de potencial de forma que a voltagem entre base e terra é

$$V_B \approx \frac{V_{CC} R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}}$$

Este resultado apresenta um valor apenas aproximado, já que ignora a queda de voltagem de $R_{B1}$ devida à corrente de base. Através da Lei de voltagem de Kirchhoff,

$$V_B = V_{BE} + V_E$$

Se $V_{BE}$ (alguns décimos de volt) é ignorado em comparação com $V_E$, $V_B \approx V_E$ e

$$I_E = \frac{V_E}{R_E} \approx \frac{V_{CC} R_{B2}}{R_E (R_{B1} + R_{B2})}$$

$I_C$, que é aproximadamente igual a $I_E$, será portanto virtualmente independente de $\beta$.

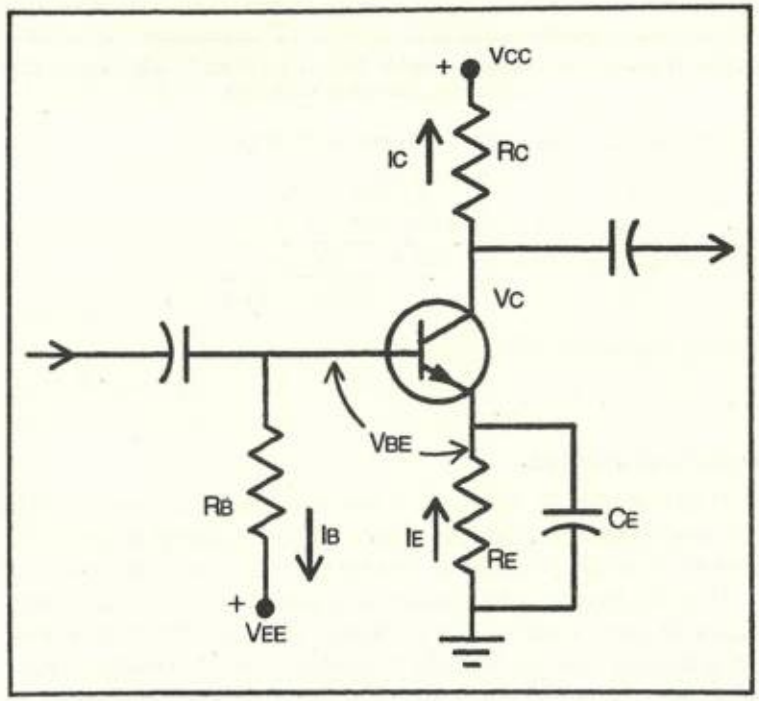



Fig. 13-5 Polarização utilizando voltagem desenvolvida através do resistor em circuito de emissor.

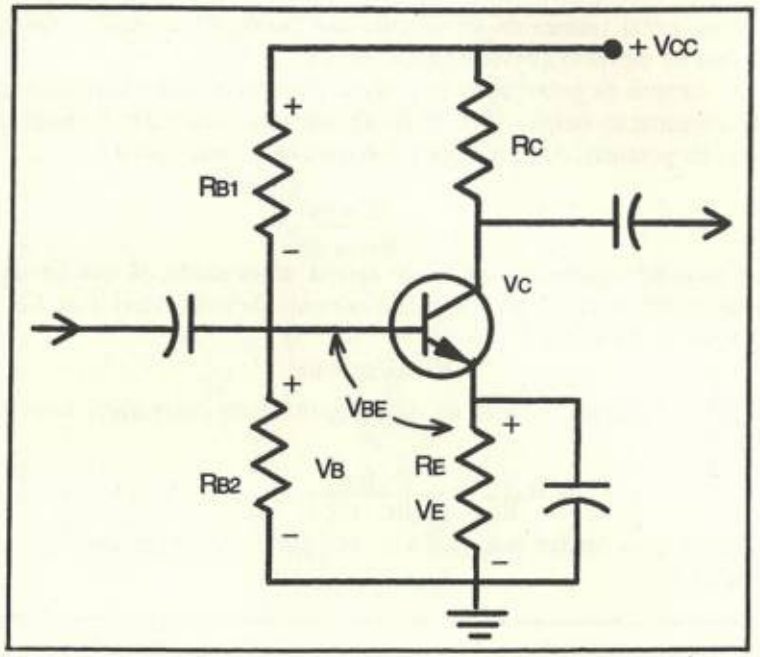



Fig. 13-6 O divisor de voltagem resistiva permite polarização adequada utilizando apenas uma fonte de alimentação.

Uma fórmula mais exata para a corrente do coletor é

$$I_C = \frac{\frac{V_{CC}R_{B2}}{R_{B1}+R_{B2}} - V_{BE}}{R_E + \frac{R_{B1}R_{B2}}{\beta(R_{B1}+R_{B2})}}$$

Potencial do coletor, $V_C = V_{CC} - I_C R_C$.

### Condições de sinal fraco

O sinal de entrada é aplicado à base com relação ao terra e o sinal de saída amplificado é captado do coletor. De forma análoga ao amplificador de cátodo aterrado, os sinais de entrada e de saída estão defasados 180°.

Uma das vantagens do circuito de emissor comum (se comparado ao circuito de base comum) é sua resistência de entrada $R_i$, mais elevada, ao sinal aplicado à base. Na ausência de qualquer circuito de acoplamento ao estágio seguinte, a resistência de saída, $R_o$, é virtualmente igual à carga do coletor, $R_C$.



Ganho de voltagem, $G_V = \frac{i_c R_o}{i_b R_i} = \beta \frac{r_o}{R_i}$

O principal da componente de $R_i$ é seu valor de resistência igual a $\beta r_e$. Portanto, para um amplificador de emissor comum, o ganho de voltagem, $G_V \approx R_o/r_e$. Nos casos de polarização de base e polarização de emissor com duas fontes de alimentação, a resistência total de entrada no estágio (com relação ao sinal) é aproximadamente igual à ligação em paralelo, de $R_B$ e $\beta r_e$. Para o circuito de polarização do emissor, com fonte simples de alimentação, a resistência de entrada consiste de $R_{B1}$, $R_{B2}$ e $\beta r_e$ em paralelo.

Estes resultados para o ganho de voltagem e para a resistência de entrada com polarização de emissor são verdadeiros, apenas no caso em que o resistor de emissor, $R_E$, é derivado pelo capacitor, $C_E$. Se o resistor de emissor não é derivado, haverá realimentação negativa e o ganho de voltagem cairá para aproximadamente $R_C/R_E$ (contanto que $R_E$ tenha um valor significativo em comparação com a resistência da junção base/emissor, $R_E$).

### Problema 1

Um transistor na configuração de emissor comum apresenta uma corrente do emissor de 10,2 mA, e uma corrente do coletor de 10,0 mA. O ganho de corrente estática é

A. 0,98 B. 1,02 C. 49 D. 50 E. 51

### Solução

Corrente de base, $I_B = I_E - I_C = 10{,}2 - 10{,}0 = 0{,}2$ mA

Ganho de corrente estática, $\beta_{CC} = I_C/I_B = 10{,}0/0{,}2$

$= 50$. Alternativa D.

### Problema 2

Num determinado ponto operacional de CC, o valor do transistor $\beta_{CC}$ é 35. O valor correspondente de $\alpha_{CC}$ é

A. 0,95 B. 0,96 C. 0,97 D. 0,98 E. 0,99

### Solução

Ganho de corrente estática, $\alpha_{CC} = \frac{\beta_{CC}}{1+\beta_{CC}} = \frac{35}{1+35} = 0{,}97$

arredondado. Alternativa C.

### Problema 3

Se o valor de $\beta$ de um transistor é 50 e a corrente do coletor é 4 mA, a corrente do emissor será

A. 0,08 mA B. 200 mA C. 3,92 mA D. 4,08 mA E. 3,2 mA

**Solução**

Corrente de base, $I_B = \frac{I_C}{\beta} = \frac{4\ mA}{50} = 0{,}08\ mA.$

Corrente do emissor, $I_E = I_C + I_B = 4{,}0 + 0{,}08 = 4{,}98$ mA. Alternativa D.

**Problema 4**

Na Fig. 13-7, o valor da voltagem de emissor/base pode ser desprezado e o $\beta$ do transistor é 50. O valor da corrente de base é de aproximadamente

A. 110 $\mu$A B. 22 $\mu$A C. 1,5 mA D. 1,1 mA E. 300 $\mu$A

**Solução**

Corrente de base, $I_B \approx \frac{V_{CC}}{R_B} = \frac{15V}{680\ k\Omega} = \frac{15V}{0{,}68\ M\Omega}$

$= 22\mu A$, arredondados. Alternativa B.

**Problema 5**

No Problema 4, o potencial do coletor é

A. $-11$ V B. $+11$ V C. $-15$ V D. $-4$ V E. $+4$ V

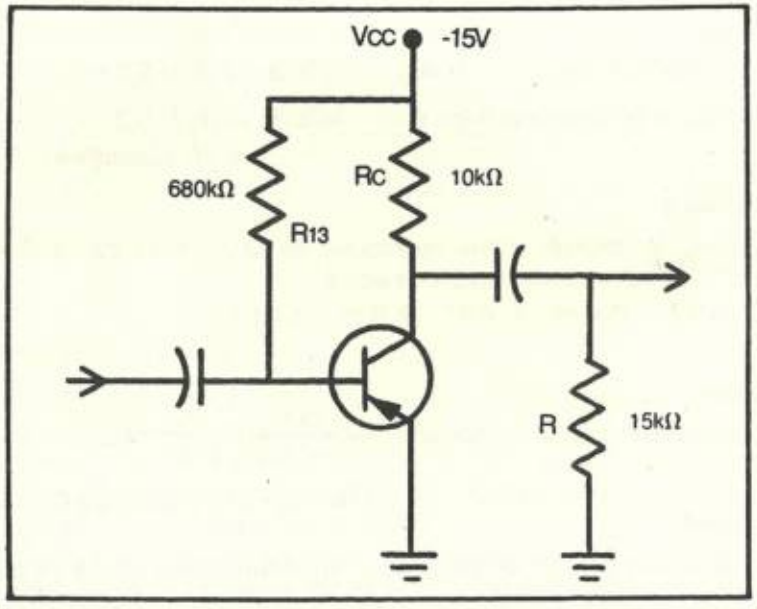



Fig. 13-7 Qual o valor da corrente de polarização neste circuito?



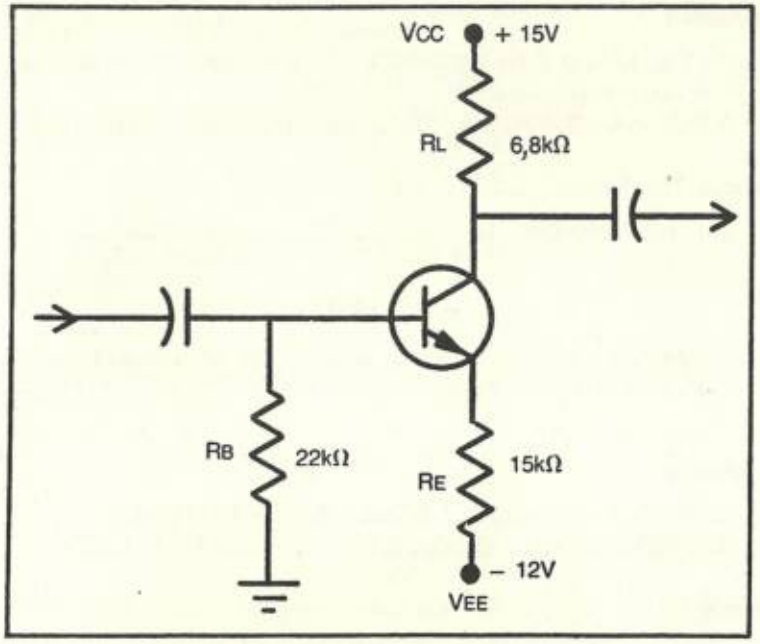



Fig. 13-8 Qual o valor da corrente do emissor neste circuito?

**Solução**

Corrente do coletor, $I_C = \beta I_B = 50 \times 22\ \mu A = 1{,}1$ mA. Potencial do coletor, $V_C = -(V_{CC} - I_C R_C) = -[15 - (1{,}1\ mA \times 10\ k\Omega)] = (1{,}1\ mA \times 10\ k\Omega) - 15 = -4$ V. Alternativa D.

**Problema 6**

No Problema 4, a resistência da junção base/emissor é 40 $\Omega$. O ganho de tensão do circuito é

A. 100 B. 150 C. 200 D. 250 E. 125

**Solução**

A resistência de saída, $R_o$, consiste aproximadamente de Rc e R em paralelo. Logo,

$$R_o = \frac{10 \times 15}{10 + 15} = 6\ k\Omega$$

Ganho de voltagem $= \frac{R_o}{r_e} = \frac{6\ k\Omega}{40\Omega} = 150$. Alternativa B.

**Problema 7**

Na Fig. 13-8, o $\beta$ do transistor é 75 e a voltagem do emissor/base é 0,7 V. A corrente do emissor é

A. 0,75 mA B. 0,01 mA C. 7,5 mA D. 2,2 mA E. 0,74 mA

**Solução**

Corrente do emissor, $I_E = \dfrac{V_{EE} - V_{BE}}{R_E + R_B/\beta} = \dfrac{12{,}0 - 0{,}7}{15\,k\Omega + \dfrac{22\,k\Omega}{75}}$

$= 0{,}7388832,$

pela calculadora = 0,74 mA, arredondado. Alternativa E.

Note que, para uma primeira aproximação, $I_E = V_{EE}/R_E = 12\,V/15\,k\Omega = 0{,}75$ mA.

**Problema 8**

No Problema 7, o potencial de base é de aproximadamente

A. 0,92 V B. −0,92 V C. −0,7 V D. −0,22 V E. 0,22 V

**Solução**

A corrente de base, $I_B$, iguala efetivamente $I_C/\beta$, mas apenas aproxima-se de

$$\frac{I_e}{\beta} = \frac{0{,}74}{75} = 0{,}01 \text{ mA, arredondados.}$$

Uma vez que a corrente de base (fluxo eletrônico) é no sentido descendente através de $R_B$, o potencial de base é de aproximadamente − (0,01 mA × 22 kΩ) = −0,22 V. Alternativa D.

Note que o potencial do emissor é

$$-V_{EE} + I_E R_E = -12V + (0{,}738\,88\ldots\text{ mA} \times 15\,j\Omega) = -0{,}92V$$

Este resultado confirma a voltagem emissor/base de −0,22 − (−0,92) = = 0,7 V.

Potencial do coletor, Vc = +(Vcc − IcRc) = +15 − (0,74 mA × 6,8 kΩ) = +9,97 V, arredondados.

**Problema 9**

No Problema 7, a resistência total de entrada sob condições de sinal é 2,5 kΩ. Se aplicarmos à base um sinal de onda senoidal de 1,5 mV RMS, o valor do deslocamento da voltagem de pico-a-pico no coletor é

A. 865 mV B. 1,77 V C. 0,433 V D. 1,53 V E. 306 mV

**Solução**

$$\text{Ganho de voltagem} = \beta\frac{R_o}{R_i} = \frac{75 \times 6{,}8k\Omega}{2{,}5k\Omega}$$



O valor RMS do sinal de saída no coletor é

$$1{,}5 \times \frac{75 \times 6{,}8}{2{,}5}$$

que corresponde a um deslocamento de voltagem de

$$\frac{1{,}5 \times 75 \times 6{,}8 \times 2{,}828}{2{,}5}\,\text{mV} = 865\text{ mV},$$

arredondados. Alternativa A.

**Problema 10**

Na Fig. 13-9, o $\beta$ do transistor é 75. Desprezando-se a queda de voltagem através da junção emissor/base, o valor aproximado da corrente do emissor é

A. 1,24 mA B. 1,34 mA C. 0,74 mA D. 1,8 mA E. 18 μA

**Solução**

Voltagem de base aterrada, $V_B \approx \dfrac{V_{CC}R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} = \dfrac{25 \times 18\,k\Omega}{33k\Omega + 18k\Omega}$

= 8,8 V, arredondados. Corrente do emissor, $I_E \approx \dfrac{V_B}{R_E} = \dfrac{8{,}8V}{12k\Omega}$

= 0,74 mA, arredondados. Alternativa C.

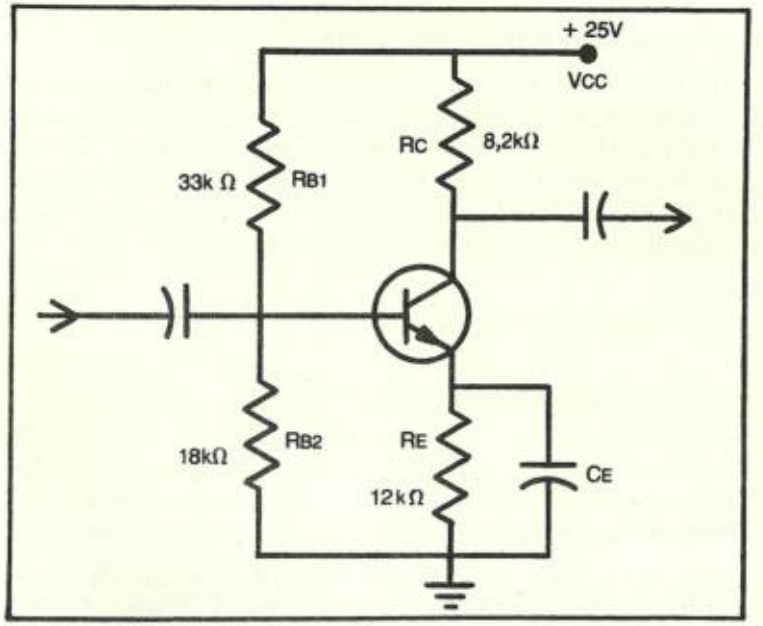



Fig. 13-9 Qual o valor da corrente do emissor neste circuito?

**Problema 11**

No Problema 10, a voltagem emissor/coletor é de aproximadamente
A. 25,0 V B. 19,0 V C. 8,8 V D. 6,0 V E. 10,1 V

**Solução**

Potencial do emissor, $V_E \approx V_B = +8{,}8$ V
Potencial do coletor, $V_C = V_{CC} - I_C R_C = +25 - (0{,}74 \times 8{,}2)$ (admitindo-se que $I_C$ é aproximadamente igual a $I_E$) = +18,9 V, arredondados.
Voltagem emissor/coletor = 18,9 − (+8,8) = 10,1 V. Alternativa E.

**Problema 12**

No Problema 10, a resistência de junção emissor/base é 60 Ω. O ganho de voltagem do amplificador é
A. 60 B. 70 C. 80 D. 140 E. 160

**Solução**

A resistência de saída, $R_0$, do amplificador é virtualmente a carga do coletor de 8,2 kΩ. O ganho de voltagem é

$$\frac{R_o}{r_e} = \frac{8{,}2\text{k}\Omega}{6{,}0\Omega} = 140, \text{ arredondados. Alternativa D.}$$

## CONFIGURAÇÃO DE COLETOR COMUM

O circuito de coletor comum é às vezes denominado de emissor seguidor e é o equivalente transistorizado do circuito de válvula seguidor catódico. Na Fig. 13-10, o resistor do emissor, $R_E$, é a carga de saída e, em conjunção com $V_{EE}$, efetua a polarização direta para a junção base/emissor. O ganho de corrente estática é expresso como a razão entre a corrente (de saída) do emissor e a corrente (de entrada) de base. Portanto,

$$\text{Ganho de corrente estática} = \frac{I_E}{I_B} = \frac{I_C + I_B}{I_B} = \beta + 1.$$

$$\text{Corrente do emissor, } I_E = \frac{V_{EE} - V_{BE}}{R_E + \frac{R_B}{\beta}} \approx \frac{V_{EE}}{R_E}$$

$$\text{Potencial do coletor, } V_C = +V_{CC}$$

**Condições de sinal fraco**

Uma vez que $R_E$ é carga de saída, é naturalmente derivado e produz realimentação negativa. De forma análoga ao seguidor catódico, o ganho de voltagem é menor que 1 e é expresso por



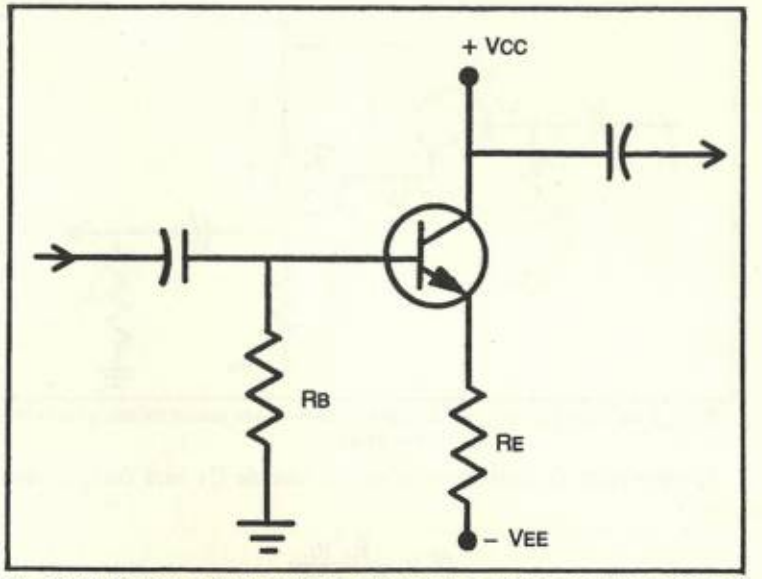



Fig. 13-10 Circuito emissor seguidor, semelhante ao circuito seguidor catódico à válvula.

$$\frac{1}{1 + r_e/R_E}$$

onde $r_e$ é a resistência de junção base/emissor.

A resistência de entrada do sinal à base é alta (se comparada com as outras duas configurações) e iguala $\beta(r_e + R_E) \approx \beta R_E$. A resistência de entrada ao estágio é a ligação em paralelo de $\beta R_E$ e $R_B$. Devido à ação da realimentação negativa, a resistência de saída é baixa (como no seguidor catódico) e é tipicamente menor que 1 kΩ.

Apesar do estágio do coletor comum ter um ganho de voltagem menor que 1, seu ganho de corrente é alto e portanto capaz de gerar um ganho de potência com os sinais de entrada e de saída em fase.

**O amplificador Darlington**

A configuração do emissor seguidor pode ser usada numa disposição conhecida como amplificador Darlington (Fig. 13-11) com a finalidade de obter um ganho efetivo extremamente alto da corrente do sinal através do acoplamento direto dos dois transistores. Admitindo-se que ambos os transistores possuem $\beta$ igual, $i_{C1} = \beta i_{b1}$ sob condições de sinal. Contudo, $i_{c1} \approx i_{e1} \approx i_{b2}$ e, portanto, $i_{e2} \approx i_{c2} \approx \beta i_{b2} \approx \beta(i_{c1}) \approx \beta^2 i_{b1}$. O ganho efetivo na corrente do sinal do par Darlington será igual a $\beta^2$, ou $\beta_1\beta_2$, se cada transistor tem um $\beta$ diferente.

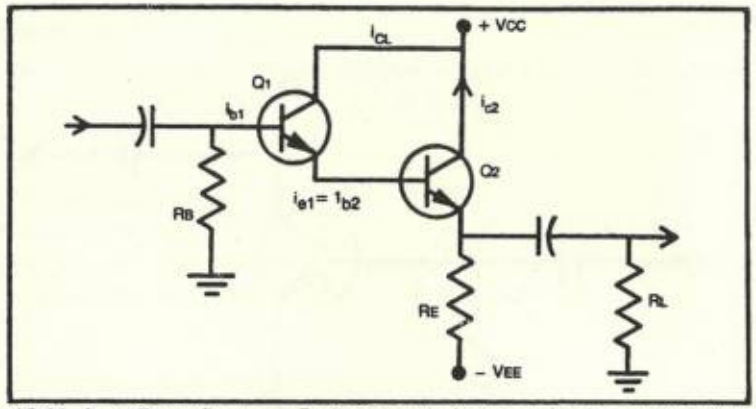



Fig. 13-11 A configuração em par Darlington permite um ganho de corrente extremamente alto.

A resistência de entrada ao sinal na base de $Q_1$ será de aproximadamente

$$\beta^2 \times \frac{R_E R_L}{R_E + R_L}$$

enquanto que a resistência de entrada ao estágio todo vai estar numa ligação em paralelo de $R_B$ e

$$\beta^2 \times \frac{R_E R_L}{r_E + R_L}$$

**Problema 1**

Na Fig. 13-12, o $\beta$ do transistor é 60. O ganho de corrente estática é
A. 61 B. 60 C. 59 D. 0,98 E. 1,02

**Solução**

Ganho de corrente estática = $\beta + 1 = 60 + 1 = 61$. Alternativa A.

**Problema 2**

No Problema 1, a resistência de junção base/emissor é 40 Ω. O ganho de voltagem é
A. Virtualmente 1 B. 0,99 C. 0,98 D. 0,97 E. 0,96

**Solução**

$$\text{Ganho de voltagem} = \frac{1}{\frac{1 \times r_e}{R_E}} = \frac{1}{1 + \frac{40\Omega}{22k\Omega}}$$

que é virtualmente 1. Alternativa A.



**Problema 3**

No Problema 1, a corrente do emissor é de aproximadamente
A. 0,21 mA B. 0,72 mA C. 0,91 mA D. 1,14 mA E. 1,32 mA

**Solução**

$$\text{Corrente do emissor, } I_E \approx \frac{V_{EE}}{R_E} = \frac{25V}{22k\Omega}$$
$$= 1,14 \text{ mA. Alternativa D.}$$

**Problema 4**

No Problema 1, a resistência de entrada ao estágio é
A. 120 kΩ B. 1.320 kΩ C. 142 kΩ D. 110 kΩ E. 1,44 MΩ

**Solução**

$$\text{Resistência de entrada à base} \approx \beta R_E = 60 \times 22 = 1320 \text{ k}\Omega.$$
$$\text{Resistência de entrada ao estágio} = \frac{120 \times 1\,320}{1\,320 + 120} = \frac{120 \times 1320}{1\,440}$$
$$= 110k\Omega \text{ . Alternativa D.}$$

**Problema 5**

Um circuito transistorizado com uma configuração de coletor comum possui uma corrente de coletor quiescente de 10 mA. Se a corrente da base é de 200 $\mu$A, o ganho da corrente estática é
A. 49 B. 50 C. 51 D. 0,98 E. 1,02

**Solução**

$$\text{Corrente do emissor, } I_E = I_C + I_B = 10 \text{ mA} + 200\mu A = 10,2 \text{ mA}$$
$$\text{Ganho da corrente estática} = \frac{I_E}{I_B} = \frac{10,2 \text{ mA}}{0,2 \text{ mA}} = 51. \text{ Alternativa C.}$$

**Problema 6**

Na Fig. 13-12, cada transistor tem um $\beta$ de 40, $R_E$ = 15 kΩ, $R_L$ = = 1 kΩ. A resistência de entrada do sinal na base de $Q_1$ é de aproximadamente
A. 1,6 mΩ B. 1,5 MΩ C. 640 kΩ D. 40 kΩ E. 600 kΩ

**Solução**

A resistência de entrada à base de Q é

$$\beta^2 \times \frac{R_E R_L}{R_E + R_L} = \frac{1\,600 \times 15 \times 1}{16} = 1\,500 \text{ k}\Omega = 1,5\text{M}\Omega$$

Alternativa B.

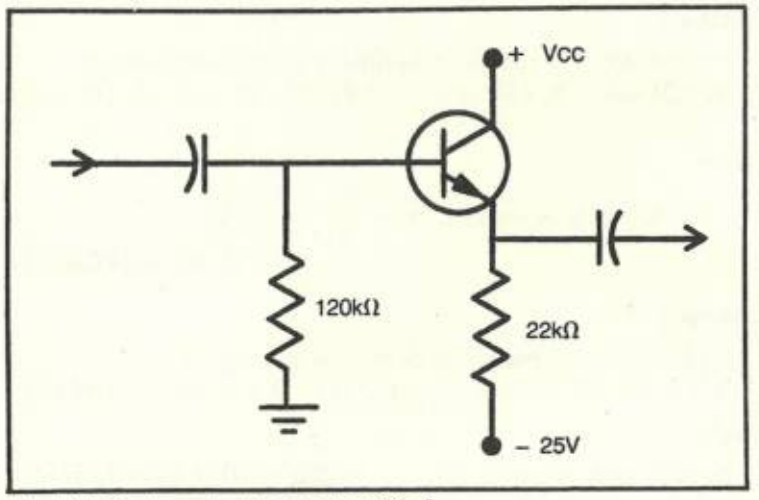



Fig. 13-12 Qual o ganho de corrente estática?

## COMPARAÇÃO ENTRE CONFIGURAÇÃO DE TRANSISTORES

A Tabela 13-1 apresenta de forma resumida os resultados das três configurações tratadas. Note que, em cada caso particular, o ganho de potência é o produto de $G_i$ e $G_v$.

## AMPLIFICADORES OPERACIONAIS

Os amplificadores operacionais são projetados para simular certas operações matemáticas, tais como adição, subtração, diferenciação, integração, etc. Na Fig. 13-13 (a), o sinal de entrada, $V_i$, é alimentado através de uma impedância, $Z_i$, a um amplificador de circuito integrado cujo ganho de voltagem é $-A$; o sinal de menos (–) indica que o sinal de saída, $V_o$, está invertido com relação ao sinal de entrada (tal como poderia ocorrer em alguma forma de disposição de emissor comum). $Z_f$ produz realimentação do circuito de saída ao circuito de entrada e a ligação de $Z_f$ e $Z_i$ pode ser considerada como um divisor de voltagem entre $V_o$ e $V_i$. Então, desde que A seja suficientemente significativo, o ganho de voltagem do amplificador com a realimentação é

$$A' = V_o/V_i = -\frac{Z_f}{Z_i}$$

O circuito da Fig. 13-13 (b) é um circuito operacional não invertido cuja ação de realimentação é semelhante àquela do tipo invertido, mas cujo ganho, porém, é

$$A' = \frac{V_o}{V_i} = 1 + \frac{Z_f}{Z_i}$$



As Figs. 13-14 e 13-15 apresentam amplificadores operacionais capazes de efetuar operações de adição e subtração; em casos como estes, $Z_f$ e $Z_i$ são resistores.

No amplificador de somar, o ganho de cada sinal de entrada é $-R_f/R_i$.

$$\text{Sinal de saída, } V_o = -R_f\left(\frac{V_{i1}}{R_{i1}} + \frac{V_{i2}}{R_{i2}} + \frac{V_{i3}}{R_{i3}}\right)$$

Tomando $R_{i1}$, $R_{i2}$ e $R_{i3}$ resistores de valores diferentes, este amplificador operacional pode ser usado para examinar os sinais de entrada como também para somá-los. Para o amplificador diferencial, o sinal de saída é

$$V_o = -\left(\frac{R_f}{R_i}(V_{i1} - V_{i2})\right)$$

No amplificador operacional da Fig. 13-16, $Z_f$ é um capacitor e o amplificador então é capaz de efetuar a integração. Devido ao efeito Miller, a

**Tabela 13-1 Características operacionais de transistores em três configurações conhecidas**

| Configuração | Ganho de corrente estática | Ganho de corrente dinâmica, Gi | Ganho de voltagem, Gv |
|---|---|---|---|
| Base comum | $\alpha CC = \frac{I_C}{I_E} = \frac{\beta}{1+\beta}$ ligeiramente < 1 | $\alpha = \frac{\Delta i_c}{\Delta i_e}$ ligeiramente < 1 | $\frac{R_O}{r_e}$ |
| Emissor comum | $\beta = \frac{I_C}{I_B} = \frac{\alpha CC}{1-\alpha CC}$ | $\beta = \frac{\Delta i_c}{\Delta i_b}$ | $\frac{R_O}{r_e}$ |
| Coletor comum | $\frac{I_E}{I_B} = \beta + 1$ | $\frac{\Delta i_e}{\Delta i_b}$ | Ligeiramente menor que 1 |

| Configuração | Resistência aproximada de entrada | Resistência de saída | Diferença de fase entre os sinais de entrada e saída |
|---|---|---|---|
| Base comum | No emissor $r_e$ Baixa: 2,5 Ω para 200 Ω | Alta Vários kΩ | 0° |
| Emissor comum | Na base $r_e$ Médio: 500 Ω para 2 kΩ | Alta Vários kΩ | 180° |
| Coletor comum | Na base $\beta R_E$ Alta: 20 kΩ para 250 kΩ | Baixa Menor que 1 kΩ | 0° |

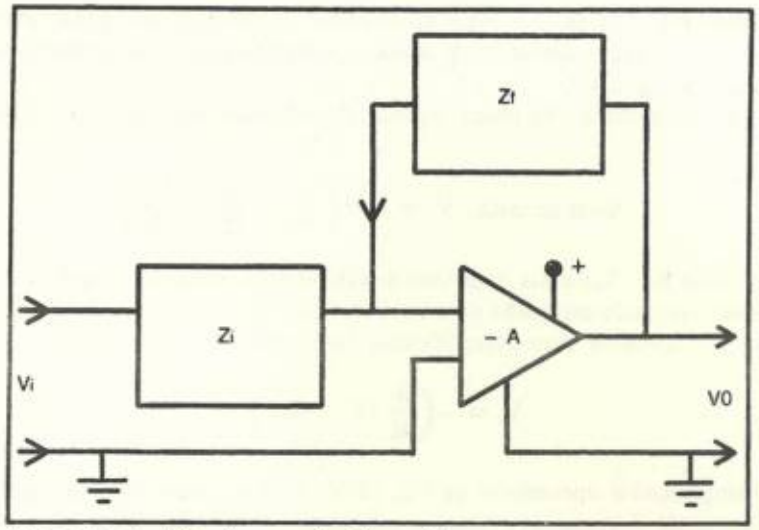



Fig. 13-13a Amplificador operacional invertido.

capacitância de entrada será igual a (A + 1) C. Se o sinal de entrada, Vi, é uma voltagem de etapa, conforme vemos na ilustração, a voltagem do terminal de entrada do amplificador irá elevar-se lentamente e o sinal de saída, Vo, será uma queda linear amplificada, que representará o resultado da integração de Vi. Se Cf é substituído por um indutor adequado, Lf, o amplificador operacional será capaz de efetuar diferenciação.

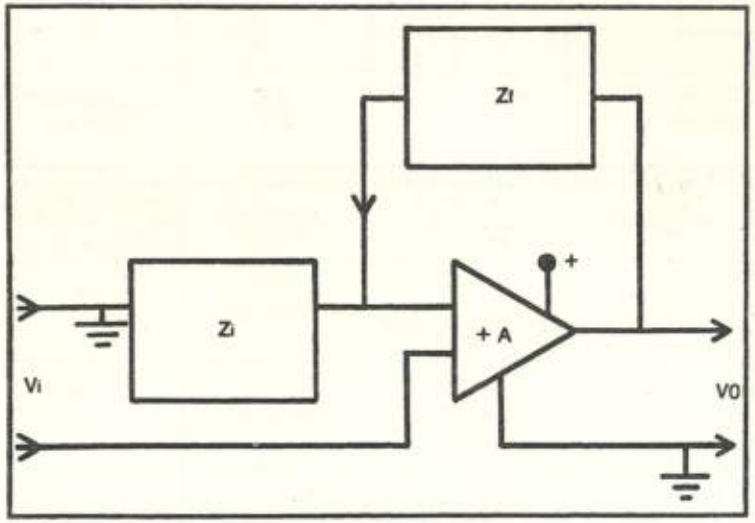



Fig. 13-13b Amplificador operacional não invertido.



**Problema 1**

Na Fig. 13-13(a), Zf é um resistor de 150 kΩ, e Zi é um resistor de 10 kΩ. Admitindo-se que A tem um valor significativo, o ganho do amplificador operacional é

A. +15 B. +16 C. −15 D. −16 E. −14

**Solução**

Ganho do amplificador operacional $= -\frac{R_f}{R_i} = -\frac{150}{10} = -15$. Alternativa C.

**Problema 2**

Na Fig. 13-13(b), Zf é um resistor de 150 kΩ e Zi um resistor de 10 kΩ. Admitindo-se que o valor de A é significativo, o ganho do amplificador operacional é

A. +15 B. +16 C. −15 D. −16 E. +14

**Solução**

Ganho do amplificador operacional $= 1 + \frac{R_f}{R_i} = 1 + \frac{150}{10} = +16$

Alternativa B.

**Problema 3**

Na Fig. 13-14, Vi1, Vi2 e Vi3 são voltagens de elevação de +2 mV, +5 mV e +7 mV, respectivamente. Rf é 1 MΩ e Ri1, Ri2 e Ri3 tem cada uma 0,5 MΩ. O sinal de saída é uma voltagem de elevação cujo valor é de

A. +14 mV B. −14 mV C. +28 mV D. −28 mV E. −7 mV

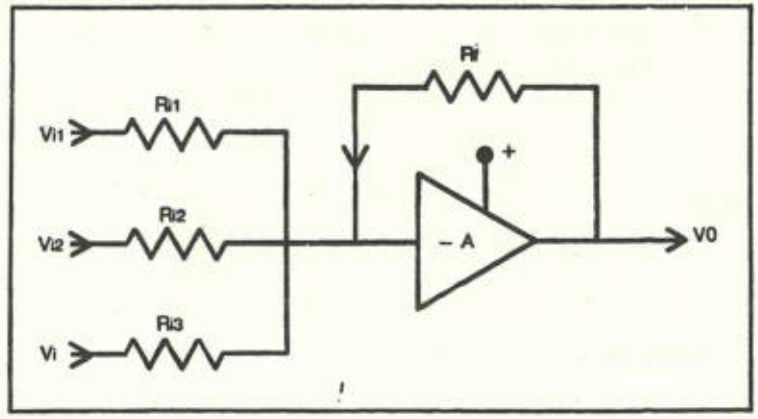



Fig. 13-14 Amplificador de resumo.

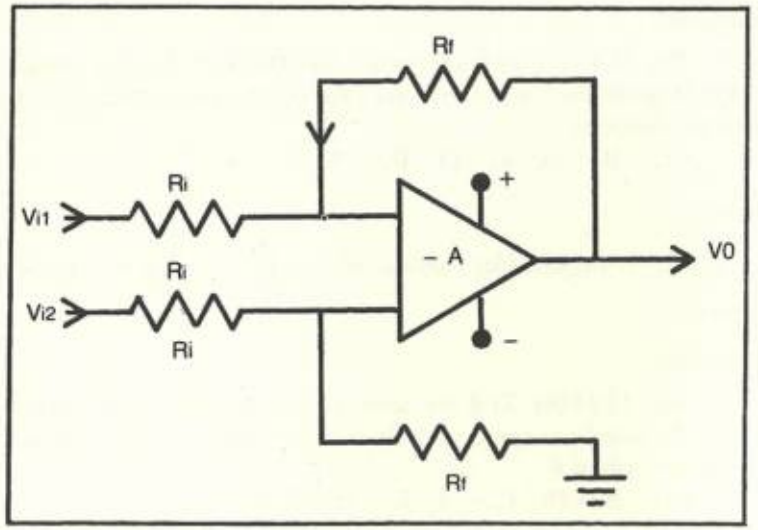



Fig. 13-15 Amplificador diferencial.

**Solução**

Ganho de voltagem de cada sinal

$$\frac{R_f}{R_i} = \frac{1M\Omega}{0{,}5\ M\Omega} = 2$$

Sinal de saída, $V_0 = -2(2 + 5 + 7) = -28$ mV. Alternativa D.

**Problema 4**

Na Fig. 13-15, $R_f = 120\ k\Omega$ e $R_i = 10\ k\Omega$. $V_{i1}$ e $V_{i2}$ são voltagens de etapa, tendo respectivamente os valores +15 mV e +10 mV. O sinal de saída é uma voltagem de etapa de

A. −300 mV B. −150 mV C. −120 mV D. +120 mV
E. − 60 mV

**Solução**

Ganho de voltagem de cada sinal $= -\frac{R_f}{R_i} = \frac{120\ k\Omega}{10k\Omega} = -12$

Sinal de saída, $V_0 = -12(15 - 10) = -60$ mV. Alternativa E.

## OSCILADORES RC

O circuito multivibrador da Fig. 13-16 consiste de 2 estágios de emissor comum ligados transversalmente para uma realimentação positiva.



A instabilidade resultante faz com que os transistores liguem e desliguem alternadamente, de forma que aproximadamente voltagens de saída de ondas quadradas surgem nos coletores; as formas de onda da base têm uma aparência de serra.

Quando o transistor $Q_1$ atinge à condição de corte como resultado da ação da realimentação positiva, o potencial de base, $E_{b1}$, é aproximadamente igual a $-V_{cc}$. O capacitor $C_2$ irá então descarregar através de $R_{b2}$ e $Q_2$ de forma que $E_{b1}$ irá elevar-se em direção a $V_{cc}$ com a constante de tempo de $C_2R_{B2}$. Quando $E_{b1}$ torna-se ligeiramente positivo, $Q_1$ irá então acionar a ação da realimentação positiva que levará $Q_2$ à condição de corte. Uma vez que $E_{b1}$ atinge cerca de metade elevando-se de $-V_{cc}$ a um potencial ligeiramente positivo a meio caminho na direção de $V_{cc}$, $Q_1$ é o corte para um intervalo de tempo de aproximadamente $0{,}7\ C_2R_{B2}$.

$$\text{Freqüência do multivibrador} = \frac{1}{\text{período total}}$$

$$= \frac{1}{0{,}7(C_1 R_{B1} + C_2 R_{B2})} = \frac{1}{1{,}4CR_B}$$

se o multivibrador está simétrico com $C_1 = C_2 = C$ e $R_{B1} = R_{B2} = R_B$.

**Oscilador de deslocamento de fase**

Este tipo de oscilador (Fig. 13-17) é capaz de gerar uma onda senoidal relativamente isenta de distorções harmônicas; sua freqüência de saída pode variar de menos de 1 Hz até algumas centenas de kHz.

O circuito é de configuração emissor comum de forma que há uma alteração de fase de 180° da base ao coletor; o circuito da realimentação é completado através do circuito de deslocamento de fase do RC que contém um número mínimo de 3 seções (como demonstrado). Para que a realimentação seja positiva, o circuito deve, por conseguinte, proporcionar

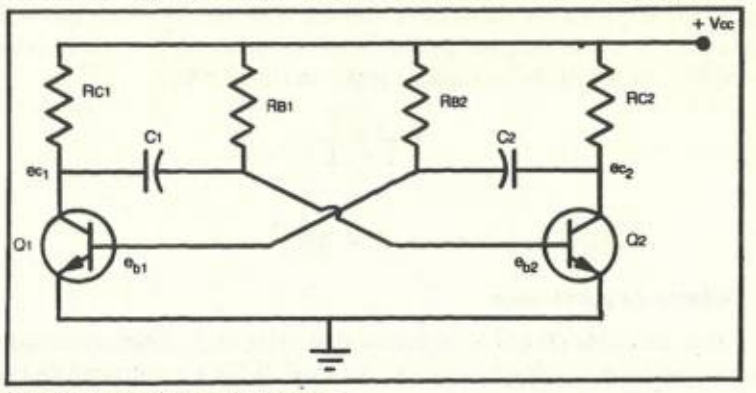



Fig. 13-16 Oscilador multivibrador.

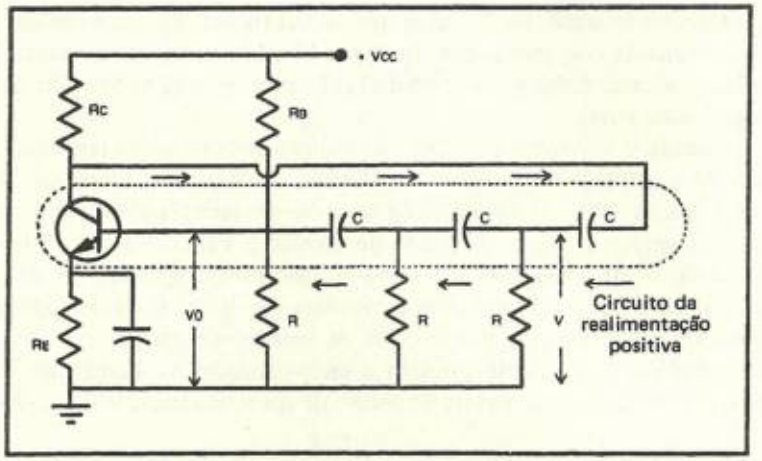



Fig. 13-17 Oscilador de deslocamento de fase.

um outro deslocamento de 180° (ignorando qualquer efeito do circuito transistorizado) e portanto poderia parecer à primeira vista que cada uma das seções do RC estaria contribuindo com um deslocamento de 60° para esse total. Contudo, uma interpretação assim tão simples estaria ignorando o efeito "shunting" de uma seção para outra, mas, uma análise mais acurada nos daria os seguintes resultados:

$$\text{Freqüência de oscilação,} \quad f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{6}RC} = \frac{0{,}159}{\sqrt{6}\,RC}\ \text{Hz}$$

com R medido em ohms e C em farads. O fator de atenuação do circuito é

$$\beta = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{29}$$

e, por conseguinte, se as oscilações devem ser mantidas, o ganho de voltagem do amplificador de emissor comum deve ser 29. Note que a fórmula para $f_o$ é inversamente proporcional a C (e não $\sqrt{C}$ como num oscilador RC). Se for usada uma quarta seção no circuito RC,

$$f_o \frac{\sqrt{0{,}7}}{2\pi\,CR}$$

e

$$\text{Fator de atenuação,}\ \beta = \frac{1}{18{,}4}$$

**O oscilador de ponte Wien**

Este oscilador (Fig. 13-18) possui dois estágios de emissor comum de forma que entre a voltagem do sinal na base de $Q_1$ e a voltagem de saída no coletor de $Q_2$, o deslocamento de fase é teoricamente nulo. O circuito



da realimentação é completado através do filtro de Wien que consiste de $R_1$, $R_2$, $C_1$, $C_2$, e, por conseguinte, de forma a fazer com que a realimentação seja positiva, a voltagem de entrada ao filtro, $V_i$, e a voltagem de saída deste, $V_o$, devem estar em fase. Isso vai ocorrer na freqüência de oscilação,

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} = \frac{1}{2\pi\,RC}\ \text{Hz}$$

se $R_1 = R_2 = R$ ohms e $C_1 = C_2 = C$ farads. À freqüência $f_o$, o fator de atenuação do filtro é

$$\beta = \frac{V_i}{V_o} = \frac{1}{3}$$

Conseqüentemente, o ganho combinado da voltagem de $Q_1$ e $Q_2$ deve ser igual a 3. Isto não é exeqüível e portanto o circuito oscilador contém realimentação negativa, produzida pela lâmpada que compõe o circuito de ponte em conjunção com $R_1 C_1 R_2 C_2$. O ganho combinado de $Q_1$ e $Q_2$, sem a realimentação negativa, pode ser alto então, mas seus ganhos sem essa realimentação negativa serão iguais a 3, sob condições estáveis determinadas pelo filamento da lâmpada.

De forma análoga ao circuito oscilador de deslocamento de fase RC, o circuito de ponte de Wien é particularmente adequado para a geração de ondas senoidais de baixa freqüência com grande estabilidade e ausência de distorção harmônica.

**Problema 1**

Na Fig. 13-17, $R_{b1} = R_{b2} = 100\ k\Omega$ e $C_1 = C_2 = 0{,}01\ \mu F$. A freqüência aproximada do multivibrador é

A. 1,43 kHz B. 714 Hz C. 1 kHz D. 500 Hz E. 0,159 kHz

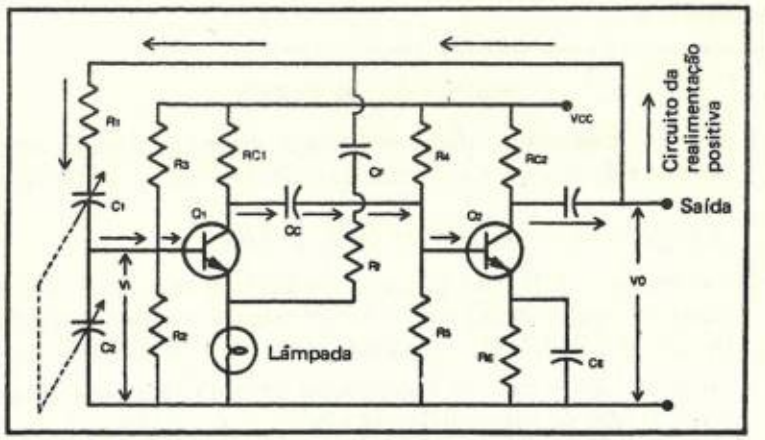



Fig. 13-18 Amplificador de ponte de Wien.

**Solução**

Freqüência do multivibrador, $f_o = \frac{1}{1{,}4CR_B} = \frac{1}{1{,}4 \times 0{,}01 \times 10^{-6} \times 10^5}$ Hz

$= 714$ Hz, arredondados. Alternativa B.

**Problema 2**

Na Fig. 13-17, C = 0,01 $\mu$F, R = 10 k$\Omega$. A freqüência de oscilação é
A. 1,59 kHz B. 220 Hz C. 650 Hz D. 1,95 kHz E. 440 Hz

**Solução**

Freqüência de oscilação, $f_o = \frac{0{,}159}{\sqrt{6}\,CR} = \frac{1{,}59 \times 10^{-1}}{\sqrt{6} \times 0{,}01 \times 10^{-6} \times 10^4}$

$= \frac{1\,590}{\sqrt{6}} = 650$ Hz, arredondados.

Alternativa C.

**Problema 3**

Na Fig. 13-18, $C_1 = C_2 = 8.200$ pF, $R_1 = R_2 = 12$ k$\Omega$. A freqüência de oscilação é
A. 810 Hz B. 1,59 kHz C. 162 Hz D. 405 Hz E. 1,62 kHz

**Solução**

Freqüência de oscilação, $f_o = \frac{0{,}159}{RC} = \frac{0{,}159}{12 \times 10^3 \times 8\,200 \times 10^{-12}}$

$= \frac{1{,}59 \times 10^{-1}}{1{,}2 \times 8{,}2 \times 10^{-5}} = \frac{15\,900}{1{,}2 \times 8{,}2}$ Hz $= 1{,}62$ kHz, arredondado.

Alternativa E.

## PROBLEMAS PRÁTICOS

1. Sob condições estáticas numa configuração de base comum, a corrente de base é de 200 $\mu$A e a corrente do emissor é 7 mA. O ganho de corrente estática é
   A. 0,96 B. 0,97 C. 0,98 D. 0,99 E. 1,00
2. No Problema 1, o $\alpha$ do transistor é = 0,98. Se as oscilações da corrente do coletor são de 6,55 mA, a corrente do emissor resultante é
   A. 7,1 mA B. 7,7 mA C. 7,5 mA D. 6,5 mA E. 6,7 mA
3. Na Fig. 13-19, o valor de $V_{BE}$ pode ser ignorado e admite-se que $\alpha_{CC}$ é um. O valor do potencial do coletor é
   A. $-15$ V B. $-120$ V C. $-12$ V D. $-18$ V E. $-10$ V



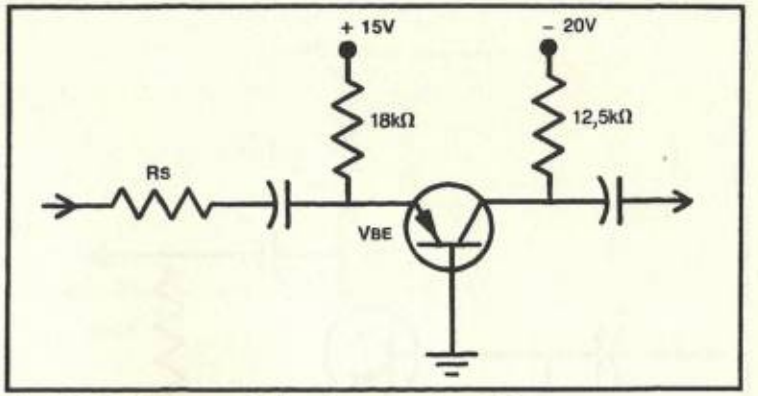



Fig. 13-19 Qual o potencial do coletor neste circuito?

4. No Problema 3, a resistência total de entrada do circuito de base/emissor é de aproximadamente 1 k$\Omega$. Admitindo-se que a resistência de saída é virtualmente igual ao valor da carga do coletor, o ganho de voltagem é
   A. 1/12 B. 2/3 C. 12 D. 18 E. 1,5
5. Em um determinado ponto operacional, o valor de $\alpha_{CC}$ de um transistor é 0,97. O valor correspondente de $\beta_{CC}$ é
   A. 0,5 B. 1,0 C. 32 D. 320 E. 1.000

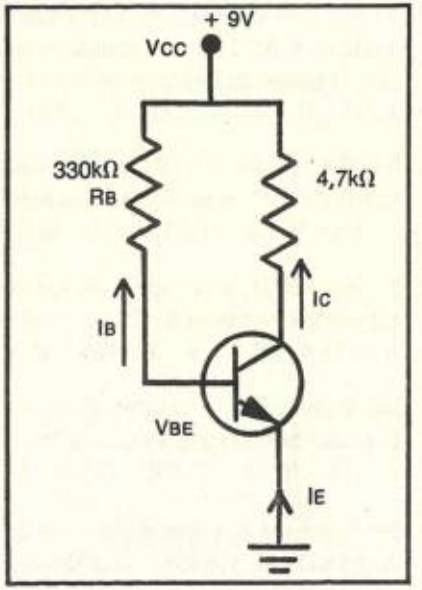



Fig. 13-20 Qual o potencial do coletor neste circuito?

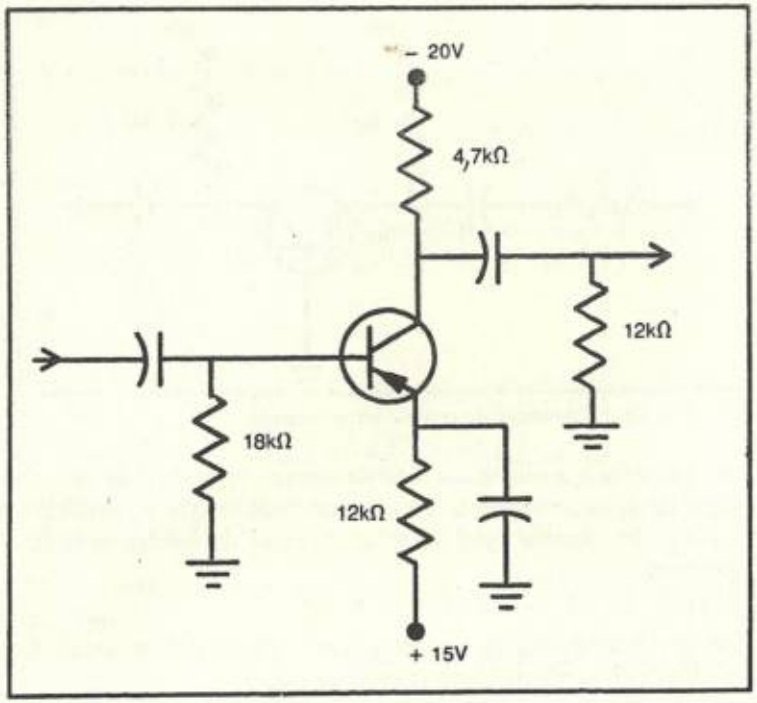



Fig. 13-21 Qual o potencial do coletor neste circuito?

6. A corrente de base de um transistor em configuração de emissor comum é de 125 $\mu$A, enquanto que a corrente do emissor é de 4,6 mA. O ganho de corrente estática é
   A. 37 B. 4,6 C. 125 D. 1.350 E. 0,97

7. Na Fig. 13-20, a voltagem do emissor/base é de 0,7 V. Se o $\beta$ do transistor é 75, o potencial do coletor é
   A. +8,3 V B. +0,13 V C. −0,7 V D. +0,7 V E. +1,3 V

8. Na Fig. 13-21, a voltagem do emissor/base é 0,3 V. Se o $\beta$ do transistor é 50, a voltagem de C.C. do coletor, relacionada ao emissor, é
   A. −14 V B. 15 V C. Nula D. −10 V E. −20 V

9. No Problema 8, a resistência da junção de emissor/base é 40 ohms. O ganho de voltagem aproximado é
   A. 118 B. 84 C. 300 D. 50 E. 450

10. No Problema 8, a resistência total de entrada ao estágio é
    A. 18 kΩ B. 1,8 kΩ C. 900 kΩ D. 12 kΩ E. 40 kΩ



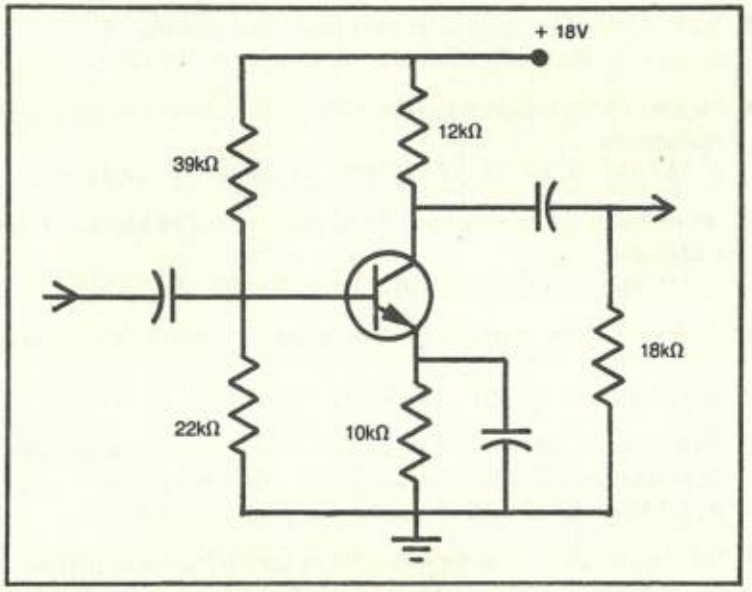



Fig. 13-22 Qual o potencial do coletor neste circuito?

11. Na Fig. 13-22, o $\beta$ do transistor é 60. O potencial do coletor é de aproximadamente
    A. +6,5 V B. +18 V C. +9 V D. +10 V E. +8 V

12. No Problema 11, a resistência da junção do emissor/base é 40 ohms. O ganho de voltagem é
    A. 40 B. 60 C. 180 D. 720 E. 2.400

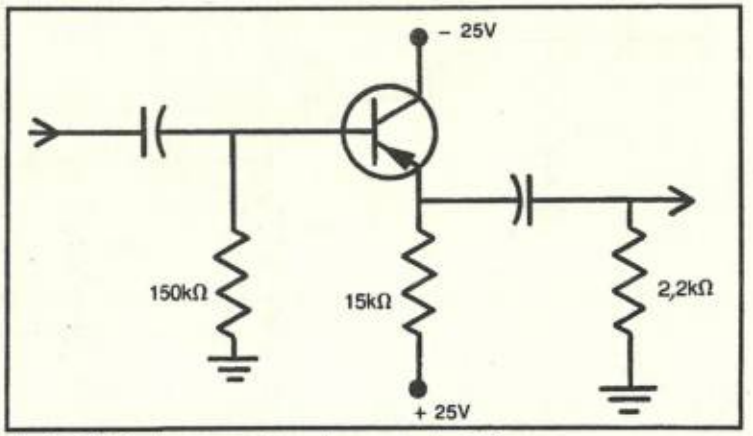



Fig. 13-23 Qual a corrente do emissor neste circuito?

13. No Problema 11, a resistência de entrada total ao estágio é
A. 2,4 kΩ B. 22 kΩ C. 2 kΩ D. 39 kΩ E. 7,2 kΩ

14. Na Fig. 13-23, o $\beta$ do transistor é 75. A corrente do emissor é aproximadamente
A. 167 $\mu$A B. 1,7 mA C. 3,3 mA D. 25 mA E. 11,4 mA

15. No Problema 14, a resistência de entrada ao sinal na base é de aproximadamente
A. 150 kΩ B. 11 MΩ C. 14 kΩ D. 1,1 MΩ E. 2,2 kΩ

16. No Problema 14, a resistência de entrada ao estágio é de aproximadamente
A. 132 kΩ B. 1,1 MΩ C. 150 kΩ D. 11 MΩ E. 14 kΩ

17. Na Fig. 13-24, cada transistor tem um $\beta$ de 70. A resistência de entrada ao sinal para o estágio completo é de aproximadamente
A. 1,2 MΩ B. 1,5 MΩ C. 1 MΩ D. 22 kΩ E. 5,9 MΩ

18. Na Fig. 13-25, o sinal de saída, Vo, é uma voltagem de estágio cuja intensidade é
A. −14 V B. 26 V C. 16 V D. −16 V E. 22 V

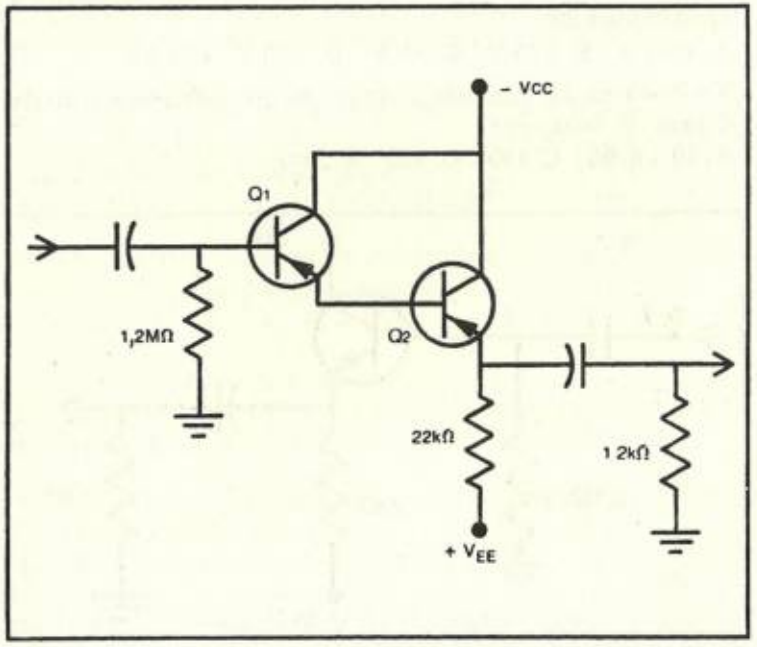



Fig. 13-24 Qual a resistência de entrada deste circuito?



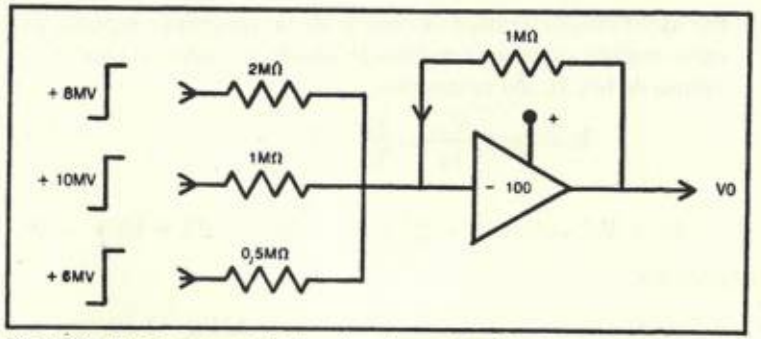



Fig. 13-25 Quais as características da voltagem de saída deste circuito?

19. No circuito de um multivibrador assimétrico (Fig. 13-17), $C_1$ = 0,005 $\mu$F, $C_2$ = 0,01 $\mu$F, $R_{B1}$ = 15 kΩ, $R_{B2}$ = 22 kΩ. A freqüência do multivibrador é
A. 4,8 kHz B. 19 kHz C. 6,5 kHz D. 2,4 kHz E. 6,5 MHz

20. O circuito de um deslocador de fase contém 4 seções RC e em cada seção, R = 15 kΩ, C = 0,05 $\mu$F. A freqüência de oscilação é
A. 87 Hz B. 543 Hz C. 178 Hz D. 436 Hz E. 213 Hz

## SOLUÇÕES

1. Sem aplicação de qualquer sinal, o circuito está quiescente e o ganho de corrente estática é a razão entre a corrente de CC do coletor e a corrente CC do emissor.

$$I_E = I_C + I_B = 7 + 0{,}2 = 7{,}2 \text{ mA}$$

$$\alpha CC = \frac{I_C}{I_E} = \frac{7}{7{,}2} = 0{,}97. \text{ Alternativa B.}$$

2. Uma vez que $\alpha = \frac{\Delta i_c}{\Delta i_e}$

$$\Delta i_e = \frac{\Delta i_c}{\alpha} = \frac{6{,}55 - 7}{0{,}98} = -0{,}459$$

Portanto, o valor resultante da corrente do emissor é igual ao valor original menos o total de oscilação.

$$I_E = 7{,}2 - 0{,}459 \ldots = 6{,}7 \text{ mA, arredondados.}$$

Alternativa E.

3. Por aproximação, o valor de $V_{BE}$ pode ser ignorado e o ganho de corrente estática pode ser considerado unitário. Nestas circunstâncias, os valores de $I_C$ e $I_E$ são os mesmos.

$$I_C = I_E = \frac{V_{EE}}{R_E} = \frac{15}{18}\ \text{mA}$$

$$V_C = V_{CC} - I_C R_C = -20 + \frac{15}{18} \times 12 = -20 + 10 = -10\text{V}.$$

Alternativa E.

4. Admitindo-se que o $\alpha$ é igual ao do circuito da Fig. 13-20, uma pequena variação na corrente do emissor resultará numa igual variação da corrente do coletor. O ganho de voltagem é, então,

$$\alpha = \frac{R_o}{R_i} = 1 \times \frac{12}{1} = 12 \text{ . Alternativa C.}$$

5. $\beta_{CC} = \dfrac{\alpha_{CC}}{1 - \alpha_{CC}} = \dfrac{0{,}97}{1 - 0{,}97} = 32$ . Alternativa C.

6. $\beta_{CC} = \dfrac{I_C}{I_B} \approx \dfrac{I_E}{I_B} = \dfrac{4{,}6}{0{,}125} = 37$ . Alternativa A.

7. $I_B = \dfrac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B} = \dfrac{9 - 0{,}7}{330} = 0{,}025\ 15...\text{mA}$

$$V_C = V_{CC} - I_C R_C = V_{CC} - \beta I_B R_C$$

$$= 9 - 75 \times 0{,}025\ 15... \times 4{,}7 = 9 - 8{,}86... = +0{,}13\text{V}.$$ Alternativa B.

8. Uma boa aproximação inicial para o cálculo da corrente do coletor é

$$I_C \approx I_E \approx \frac{V_{EE}}{R_E} = \frac{15\text{V}}{12\text{k}\Omega} = 1{,}25\ \text{mA}$$

que permite a determinação da voltagem do coletor

$$V_C = V_{CC} - I_C R_C$$
$$= 20 - (1{,}25 \times 4{,}7) = 14{,}1\text{V}$$

Contudo, já que o circuito da Fig. 13-22 tem um transistor do tipo p-n-p, o potencial do coletor é de $-14{,}1$ V. De forma semelhante, para o circuito polarizado de emissor, o potencial do emissor é virtualmente nulo. Portanto, a voltagem do coletor relativa ao emissor é $-14{,}1$ V.



Para exemplificar uma forma de solucionar o problema de modo mais exato,

$$I_E = \frac{V_{EE} - V_{BE}}{R_E + R_B/\beta} = \frac{15 - 0{,}3}{12 + 18/50} = 1{,}189\ \text{mA}$$

Enquanto a corrente do coletor é aproximadamente igual à corrente do emissor, uma outra correção pode ser feita.

$$I_C = I_E - I_B = I_E - \frac{I_E}{\beta} = I_E\left(1 - \frac{1}{\beta}\right)$$

$$= I_E\left(\frac{\beta - 1}{\beta}\right) = 1{,}189... \times \frac{49}{50} = 1{,}165\ 5\ \text{mA}$$

$$V_C = V_{CC} - I_C R_C = 20 - (1{,}165\ 5... \times 4{,}7) = 14{,}52\text{V}$$

$$V_B = I_B R_B = \frac{I_E}{\beta} \times R_B = \frac{1{,}189}{50} = 0{,}428\text{V}$$

$$V_E = V_B + 0{,}3 = 0{,}728...$$

$V_{CE} = V_C - V_E = 14{,}52 - 0{,}728... = 13{,}79 = 14\text{V}$ , arredondados.
Pelas razões mencionadas anteriormente, o potencial do coletor é negativo. Alternativa A.

9. O ganho de voltagem aproximado é dado por

$$G_V \approx \frac{R_O}{r_e}$$

$$R_O = \frac{4{,}7 \times 12}{4{,}7 + 12} = \frac{4{,}7 \times 12}{16{,}7} = 3{,}77\text{k}\Omega.$$

Usando-se a fórmula da associação para resistores em paralelo, de forma alternativa, quando a soma no denominador não pode ser facilmente calculada de cabeça, pode-se usar um modo diferente da fórmula,

$$R_O = \frac{4{,}7/12}{1 + 4{,}7/12} \times 12 = 3{,}377\text{k}\Omega$$

Para concluir o cálculo do ganho de voltagem aproximado,

$$G_V \approx \frac{3{,}377}{0{,}040} = 84,$$ arredondados. Alternativa B.

10. Como foi visto, através da entrada de fonte, a resistência total de entrada é $\beta r_e$ e $R_B$ em paralelo,

$$R_i = \frac{\beta r_e \times R_B}{r_e + R_B} = \frac{50 \times 0{,}040 \times 18}{(50 \times 0{,}040) + 18}\ \text{k}\Omega$$

$$= \frac{2 \times 18}{2 + 18} = 1{,}8\ \text{k}\Omega.$$ Alternativa B.

11. Reconhecendo que as resistências de 39 kΩ e 22 kΩ perfazem um potencial simples.

$$V_B = \frac{22}{22+39} \times 18 = \frac{22}{61} \times 18 = 6{,}49V$$

$$I_C \approx I_E \approx \frac{V_B}{R_E} = \frac{6{,}49...}{10} = 0{,}649mA$$

$$V_C = V_{CC} - I_C R_C$$

$$= 18 - (0{,}649... \times 12) = +10V, \text{arredondados. Alternativa D.}$$

12. A resistência de entrada, $R_i$, considerada através da fonte, será computada no cálculo do ganho de voltagem. Esta resistência é a equivalente das três resistências, 39 kΩ, 22 kΩ e $\beta r_e = 60 \times 40 = 2.400 =$ = 2,4 kΩ, ligada em paralelo. Por aproximação, esta resistência equivalente admite-se que seja 2,4 kΩ, e o ganho de voltagem é

$$G_V \approx \frac{\beta R_o}{R_i} = \frac{\beta R_o}{\beta r_e} = \frac{R_o}{r_e}$$

$$R_o = \frac{12 \times 18}{12+18} = \frac{12 \times 18}{30} = 7{,}2\ k\Omega$$

$$G_V \approx \frac{7\,200}{40} = 180. \text{ Alternativa C.}$$

13. Conforme mencionado nas soluções dadas ao Problema 12, $R_i$ é a resistência equivalente das resistências ligadas em paralelo. Aqui, neste cálculo, usaremos a fórmula da associação em duas etapas.

$$R = \frac{2{,}4 \times 39}{2{,}4+39} = \frac{2{,}4 \times 39}{41{,}4} = 2{,}26$$

$$R_i = \frac{2{,}26... \times 22}{2{,}26...+22} = 2\ k\Omega, \text{ arredondados. Alternativa C.}$$

Observação: Podemos efetuar um cálculo mais exato agora, do ganho de voltagem (Problema 12) para o estágio.

$$G_V = \beta \frac{R_o}{R_i} = 60 \times \frac{7{,}2}{2{,}05} = 210$$



Podemos assim comprovar que a aproximação original para $G_V$ ainda é suficientemente precisa para muitas finalidades, especialmente tendo em vista a não exatidão do valor de B.

14. $I_E \approx \frac{V_{EE}}{R_E} = \frac{25V}{15\,k\Omega} = 1{,}7\,mA$, arredondado. Alternativa B.

Observe que a CC não circula através do resistor de 2,2 kΩ devido à presença do capacitor de bloqueio no circuito emissor. Por conseguinte, o valor de 2,2 kΩ não é computado no cálculo da condição constante.

15. Resistência de entrada à base $\approx \beta R_E = 75 \times 15 = 1.125\ k\Omega =$ = 1,1 MΩ, arredondado. Alternativa D.

16. $R_i = \frac{150 \times 1\,125}{150 + 1\,125} = 132\ k\Omega$, arredondados. Alternativa A.

17. O valor aproximado da resistência de entrada do sinal à base é dado por

$$\beta^2 \frac{R_E R_L}{R_E + R_L} \approx \beta^2 R_L = 70^2 \times 1{,}2\ k\Omega = 5\,900\ k\Omega = 5{,}9\ M\Omega$$

No cálculo precedente, admitiu-se que uma ligação em paralelo de 1,2 kΩ e 22 kΩ teria uma resistência equivalente virtualmente igual a 1,2 kΩ.

Para todo o estágio, a resistência de entrada ao sinal é determinada calculando-se a resistência equivalente de 5,9 MΩ em paralelo com 1,2 MΩ,

$$R_i = \frac{1{,}2 \times 5{,}9}{1{,}2 + 5{,}9}\ M\Omega = 0{,}997... = 1\ M\Omega, \text{ arredondado.}$$

Alternativa C.

18. $$V_o = -R_F \left( \frac{V_{i1}}{R_{i1}} + \frac{V_{i2}}{R_{i2}} + \frac{V_{i3}}{R_{i3}} \right)$$

$$= -1 \times \left( \frac{8}{2} + \frac{10}{1} + \frac{6}{0{,}5} \right)$$

$$= -(4 + 10 + 12) = 26mV$$

A intensidade da voltagem de saída do estágio é 25 V. Alternativa B.

19. Freqüência do multivibrador,

$$= \frac{1}{0{,}7(C_1R_{B1} + C_2R_{B2})}$$

$$= \frac{1}{0{,}7(0{,}005 \times 10^{-6} \times 15 \times 10^3 + 0{,}01 \times 10^{-6} \times 22 \times 10^3}$$

$$= \frac{1}{0{,}7(0{,}75 \times 10^{-4} + 2{,}2 \times 10^{-4})}$$

$$= \frac{1}{0{,}7 \times 2{,}95 \times 10^{-4}} = 4{,}8 \times 10^3 \text{Hz} = 4{,}8 \text{ kHz}.$$ Alternativa A.

20.

$$f_o = \frac{\sqrt{0{,}7}}{2\pi\, CR} = \frac{\sqrt{0{,}7}}{2\pi \times 0{,}05 \times 10^{-6} \times 15 \times 10^3}$$

$= 178$ Hz. Alternativa C.



*Capítulo* **14**

# Parâmetros de Projetos de Sistemas de Radar

Os principais parâmetros pertinentes a sistemas de radar são:

### Forma do Pulso

Em sistemas de radar podem ser usados pulsos de vários formatos, mas, por razões de patricidade, a forma retangular é a mais usual.

### Duração do Pulso

É a duração do pulso retangular e é normalmente medida em microssegundos. Na maioria dos sistemas de radar a duração do pulso oscila entre 0,1 e 10 microssegundos. É um fator de determinação da faixa mínima que pode ser obtida, uma vez que o pulso de eco e o pulso transmitido sobrepõe-se um ao outro.

O aumento da duração do pulso causará um aumento correspondente do seu quantum de energia e também aumentará o alcance máximo. Todavia, alvos cujo alcance diferencial correspondam à duração do pulso não serão distinguíveis na tela de radar. Por exemplo, uma duração de pulso de 0,1 microssegundo cobrirá aproximadamente 160 jardas de alcance na tela.

### Tempo de Repetição do Pulso

É o intervalo de tempo entre as arestas dos pulsos retangulares sucessivos. É o fator de determinação do alcance máximo obtido, já que os ecos de um pulso particular devem ser recebidos antes que o pulso seguinte seja transmitido. Contudo, para que o raio de ação seja confiável, o tempo de

repetição do pulso deve ser mantido suficientemente curto para permitir que o receptor capte um certo número de pulsos de um alvo em particular.

#### Freqüência de Repetição do Pulso

Este parâmetro também é conhecido como freqüência do pulso e é a recíproca do tempo de repetição do pulso. Os valores da freqüência do pulso geralmente oscilam entre 250 Hz e 5.000 Hz. Quanto mais alta for a freqüência do pulso, maior a intensidade dos ecos na tela do indicador de posição de plano. O resultado será um melhoramento na definição do alvo.

#### Potência de Pico

A potência de pico é a potência média transmitida durante o tempo de duração de um pulso. Pode oscilar de vários kW até alguns megawatts. Pode-se demonstrar que o alcance máximo possível é diretamente proporcional à raiz quadrada da potência de pico, de forma que, para dobrar este alcance, seria necessário elevar a potência da transmissão dezesseis vezes.

#### Potência Média

É a média aferida do período de repetição do pulso. É assim deduzida:

$$\frac{\text{Potência média}}{\text{Potência de pico}} = \frac{\text{Duração do pulso}}{\text{Tempo de repetição do pulso}}$$

Ambas as razões são iguais ao *ciclo ativo*, o qual não possui unidades.
O valor do ciclo ativo varia tipicamente de 0,01 a 0,0001.

#### Ganho de Potência (G) da Antena

O alcance máximo é proporcional a $\sqrt{G}$. Aumentando o alcance através de aumento no ganho, reduz-se a largura do feixe e há uma melhoria na resolução.

#### Taxa de Rotação da Antena

Esta taxa é limitada pelo número de pulsos recebidos, exigidos de cada alvo. Quanto maior a velocidade de rotação da antena, menor será a intensidade dos ecos na tela do radar.

#### A Radiofreqüência

O rendimento da detecção de superfície aumenta o valor da radiofreqüência. Além disso, à medida que a radiofreqüência é elevada, o tamanho dos elementos da antena e guia de onda reduzem-se. O refletor parabólico com comprimentos de onda de centímetro podem permitir feixes verdadeiramente estreitos, especialmente adequados para a aferição das medidas da imagem na tela. A largura do ângulo ou ângulo do feixe é proporcional a

$$\frac{\text{Comprimento de onda}}{\text{Largura do refletor parabólico}}$$

e é definida como o ângulo entre duas direções nas quais há uma queda de potência do sinal recebido, à metade do valor máximo que é obtido ao longo do eixo do feixe.

As radiofreqüências destinadas a sistemas de radar marítimos são de alcance de gigahertz, que corresponde a comprimentos de onda da ordem de centímetros. O relacionamento entre a freqüência, f, e o comprimento de onda, $\lambda$, em espaço livre, é

$$\text{f em GHz} = \frac{30}{\lambda \text{ em centímetros}}$$

e $\lambda$ em centímetros é

$$\frac{30}{\text{f em GHz}}$$

Existem as seguintes relações entre os diversos parâmetros

Duração do pulso =

$$\frac{\text{potência média (watts)} \times \text{tempo de repetição do pulso (segundos)}}{\text{potência de pico (watts)}}$$

$$= \frac{\text{potência média}}{\text{potência de pico} \times \text{freqüência do pulso (Hz)}}$$

$$= \text{ciclo ativo} \times \text{tempo de repetição do pulso}$$

$$= \frac{\text{ciclo ativo}}{\text{freqüência do pulso}}$$

$$\text{Tempo de repetição do pulso} = \frac{\text{duração do pulso} \times \text{potência de pico}}{\text{potência média}}$$

$$= \frac{\text{duração do pulso}}{\text{ciclo ativo}}$$

$$\text{Freqüência de repetição do pulso} = \frac{\text{potência média}}{\text{duração do pulso} \times \text{potência de pico}}$$

$$= \frac{\text{ciclo ativo}}{\text{duração do pulso}}$$

$$\text{Potência média} = \frac{\text{potência de pico} \times \text{duração do pulso}}{\text{tempo de repetição do pulso}}$$

= potência de pico X duração de pulso X freqüência de pulso
= potência de pico X ciclo ativo

$$\text{Potência de pico} = \frac{\text{potência média} \times \text{tempo de repetição do pulso}}{\text{duração do pulso}}$$

$$= \frac{\text{potência média}}{\text{duração do pulso} \times \text{freqüência do pulso}}$$

$$= \frac{\text{potência média}}{\text{ciclo ativo}}$$

Ciclo ativo = duração do pulso X freqüência do pulso

**Problema 1**

Um sistema de radar marítimo tem uma potência de pico de 0,5 MW e duração do pulso de 2 microssegundos. Se a freqüência de pulso é de 500 Hz, a potência média é

A. 125 W B. 250 W C. 500 W D. 750 W E. 1 kW

**Solução**

Potência média = potência de pico X duração do pulso X freqüência do pulso = $0{,}5 \times 10^6 \times 2 \times 10^{-6} \times 500 = 500$ W. Alternativa C.

**Problema 2**

No Problema 1, o valor do ciclo ativo é

A. 0,001 B. 0,002 C. 0,005 D. 0,01 E. 0,02

**Solução**

Ciclo ativo = duração do pulso X freqüência do pulso = $2 \times 10^{-6} \times \times 500 = 1 \times 10^{-3} = 0{,}001$. Note que o ciclo ativo é também igual a

$$\frac{\text{Potência média}}{\text{Potência de pico}} = \frac{500}{0{,}5 \times 100} = 1 \times 10^{-3}$$

= 0,001. Alternativa A.



**Problema 3**

Um sistema de radar marítimo possui uma potência de pico de saída de 750 kW e ciclo ativo de 0,0005. A potência média é

A. 125 W B. 250 W C. 1,25 kW D. 375 W E. 750 W

**Solução**

Potência média = potência de pico X ciclo ativo
$= 750 \times 10^3 \times 0{,}0005 = 7{,}5 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-4} = 375$ W. Alternativa D.

**Problema 4**

O comprimento de onda de uma transmissão de radar em espaço livre é de 9,6 centímetros. A radiofreqüência usada é

A. 3,4 GHz B. 1,67 GHz C. 2,88 GHz D. 3,125 GHz E. 6,25 GHz

**Solução**

$$\text{Radiofreqüência em GHz} = \frac{30}{\text{comprimento de onda em cm}}$$

$$= \frac{30}{9{,}6} = 3{,}125 \text{ GHz. Alternativa D.}$$

**Problema 5**

A potência de pico do pulso de um radar é 1 MW e sua potência média é de 500 W. Se a duração do pulso é de 2 microssegundos, o tempo de repetição do pulso é

A. 2 milissegundos B. 0,001 segundo C. 0,00025 microssegundo D. 2.500 microssegundos E. 4.000 microssegundos

**Solução**

$$\text{Tempo de repetição do pulso} = \frac{\text{Duração do pulso} \times \text{Potência de pico}}{\text{Potência média}}$$

$$= \frac{2 \times 10^{-6} \times 10^6}{500} = \frac{1}{250} \text{ segundo}$$

= 4.000 microssegundos. Alternativa E.

**Problema 6**

No Problema 5, o valor da freqüência do pulso é

A. 4 kHz B. 400 Hz C. 250 Hz D. 500 Hz E. 1.000 Hz

**Solução**

$$\text{Freqüência do pulso} = \frac{1}{\text{tempo de repetição do pulso}} = \frac{1}{4.000 \times 10^{-6}}$$

= 250 Hz. Alternativa C.

**Problema 7**

O comprimento (duração) de um pulso de radar é de 5 microssegundos, a potência de pico é 800 kW e a potência média é de 2.000 W. A freqüência do pulso é

A. 250 Hz B. 500 Hz C. 400 Hz D. 800 Hz E. 1.000 Hz

**Solução**

$$\text{Freqüência do pulso} = \frac{\text{potência média}}{\text{duração do pulso} \times \text{pico}}$$

$$\text{Potência} = \frac{2000}{5 \times 10^{-6} \times 800 \times 10^{3}} = 500 \text{ Hz.}$$

Alternativa B.

**Problema 8**

O tempo de repetição do pulso de um sistema de radar marítimo é de 2 milissegundos e o ciclo ativo $5 \times 10^{-4}$. A duração do pulso é

A. 1 microssegundo B. 2 microssegundos C. 25 microssegundos D. 5 microssegundos E. 10 microssegundos

**Solução**

$$\text{Duração do pulso} = \text{ciclo ativo} \times \text{tempo de repetição do pulso}$$
$$= 5 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{-3} = 1 \times 10^{-6} \text{ segundo}$$
$$= 1 \text{ microssegundo. Alternativa A.}$$

**Problema 9**

A potência média do pulso de um radar é de 1 kW, a duração do pulso é de 2 microssegundos, e a freqüência do pulso, 400 Hz. A potência de pico do pulso é

A. 1MW B. 1,25 MW C. 2,0 MW D. 400 W E. 800 kW

**Solução**

$$\text{Potência de pico} = \frac{\text{potência média}}{\text{duração do pulso} \times \text{freqüência do pulso}}$$

$$= \frac{1000}{2 \times 10^{-6} \times 400} \text{ W} = 1{,}25 \text{ MW. Alternativa B.}$$

**Problema 10**

A potência de pico do pulso de um radar é elevada em 50%. Admitindo que todos os demais parâmetros permanecem os mesmos, o alcance máximo será aumentado de

A. 50% B. 22,5% C. 15% D. 11% E. 14,14%



**Solução**

O alcance máximo é proporcional à raiz quadrada da potência de saída de pico do transmissor. O alcance máximo é, por conseguinte, multiplicado por um fator de $\sqrt[4]{1{,}5} = 1{,}1068$. Portanto, $\sqrt[4]{1{,}5}$ é aproximadamente 1,11, e o alcance é ampliado em 11%. Alternativa D.

**Telemetria pelo Radar**

Um pulso de radar é uma onda eletromagnética que viaja no ar à velocidade da luz, à temperatura e pressão normais. Esta velocidade é de $2{,}992 \times 10^{8}$ metros por segundo, ou 161.700 milhas náuticas por segundo, sendo 1 milha náutica $\approx$ 6.080 pés $\approx$ 2.027 jardas.

O tempo que um pulso de radar gasta para percorrer 1 milha náutica é de 6,184 microssegundos. Portanto, o intervalo de tempo total que este pulso leva para alcançar um determinado alvo e o retorno do eco ao receptor será de $2 \times 6{,}184 = 12{,}368$ microssegundos.

A distância percorrida por um pulso de radar em 1 microssegundo = = 0,161 711 milhas náuticas, que é aproximadamente 328 jardas. Desta maneira, uma duração de pulso de 1 microssegundo irá cobrir uma faixa de alcance de $328/2 = 164$ jardas.

**Em resumo**

Alcance do radar em milhas náuticas =

$$\frac{\text{tempo total de ida e volta em microssegundos}}{12{,}37}$$

e, portanto, o tempo total gasto pelo pulso para atingir seu alvo e retornar, em microssegundos, é de 12,37 X alcance do radar em milhas náuticas.

Distância do alvo em milhas náuticas = tempo gasto pelo pulso transmitido para atingir o alvo ($\mu$ segundos)/6,18 e, por conseguinte, o tempo que o pulso gasta para atingir o alvo, em microssegundos, é 6,18 X distância do alvo em milhas náuticas.

A distância total percorrida pelo pulso ao alvo e seu regresso ao receptor é 2 X alcance do radar.

**Problema 1**

A distância de um alvo é de 8,7 milhas náuticas. O tempo que o pulso leva para atingir o alvo, em microssegundos, é

A. 26,9 B. 13,5 C. 53,8 D. 107 E. 12,37

**Solução**

O tempo gasto para o pulso transmitido alcançar o alvo é $6{,}18 \times 8{,}7 =$ = 53,8 microssegundos, arredondados. Alternativa C.

**Problema 2**

O tempo total gasto por um pulso de radar para atingir o alvo e retornar ao receptor é de 83 microssegundos. A distância do alvo em milhas náuticas é de

A. 3,4 B. 6,7 C. 5,8 D. 2,9 E. 4,6

**Solução**

$$\text{Distância do alvo} = \frac{83}{12{,}37}$$

= 6,7 milhas náuticas, arredondadas. Alternativa B.

**Problema 3**

A duração do pulso de um radar marítimo é de 2,0 microssegundos. Qual o afastamento máximo entre dois alvos que têm o mesmo eixo de referência, mas não podem ser distinguidos na tela do radar?

A. 328 jardas B. 164 jardas C. 82 jardas D. 41 jardas E. 756 jardas

**Solução**

Um pulso com duração de 2,0 microssegundos irá perfazer uma faixa de alcance de 2,0 X 164 = 328 jardas. Alternativa A.

**Problema 4**

Para fins de calibragem, é necessário determinar raios de marcação de alcance separados por distâncias de 1 milha náutica. A freqüência do oscilador de sinal de percurso é

A. 16,2 kHz B. 162 kHz C. 80,8 kHz D. 29,9 kHz E. 1,62 MHz

**Solução**

O tempo correspondente a uma separação de alcance de uma milha náutica é de 12,37 microssegundos. Isso deve corresponder a um período gerado pelo oscilador de sinal de percurso cuja freqüência é, portanto,

$$\frac{1}{12{,}37 \times 10^{-6}} \text{ Hz} = 80{,}8 \text{ kHz, arredondados. Alternativa C.}$$

**Problema 5**

A distância do alvo de um radar é de 5,6 milhas náuticas. O tempo total em microssegundos que o pulso gasta para atingir o alvo e retornar ao receptor é de

A. 34,7 B. 53,8 C. 69,3 D. 73,7 E. 107,6



**Solução**

O tempo total gasto é de 5,6 X 12,37 = 69,3 microssegundos, arredondados. Alternativa C.

## DURAÇÃO DO PULSO E LINHA DE DESCARGA

A duração do pulso (comprimento, largura) é determinada na Unidade Moduladora que comumente emprega uma linha de descarga artificial composta de um total de seções de L e C. O tempo de descarga total é igual à duração do pulso negativo aplicado ao cátodo do magnétron.

$$\text{Duração do pulso} = 2N\sqrt{LC} \text{ segundos}$$

onde N = número de seções e L e C são a indutância (em henrys) e a capacitância (farads) de cada seção.

**Problema 1**

Uma unidade moduladora possui uma linha de descarga artificial de seis seções, cada uma delas contendo uma indutância de 6,5 $\mu$H e capacitância de 4.000 F. A duração do pulso é

A. 1,9 microssegundo B. 3,1 microssegundos C. 0,16 microssegundo D. 6,2 microssegundos E. 3,8 microssegundos

**Solução**

O produto de $L \times C = 6{,}5 \times 10^{-6} \times 4.000 \times 10^{-12} = 2{,}6 \times 10^{-14}$. A duração do pulso é $2N\sqrt{LC} = 2 \times 6 \times \sqrt{2{,}6 \times 10^{-14}} = 1{,}934\,9\ldots \times 10^{-6}$ segundo = 1,9 microssegundo, arredondado. Alternativa A.

## REQUISITOS DE LARGURA DE FAIXA

Para obter uma determinação precisa do alcance é necessário manter a forma do pulso retangular e, em particular, sua borda frontal. Isso exige uma largura de faixa ampla, para o receptor intermediário do radar e estágios de amplificação de vídeo, de forma a dar passagem às numerosas harmônicas associadas a uma curta duração do pulso. A largura de faixa e a duração do pulso estão relacionadas da seguinte forma:

$$\text{Largura de faixa em MHz} = \frac{2}{\text{duração do pulso (microssegundos)}}$$

$$\text{Duração do pulso (microssegundos)} = \frac{2}{\text{largura de faixa em MHz}}$$

Uma vez que é exigida uma largura de faixa ampla, o ganho de cada estágio amplificador de FI é baixo e, portanto, o número de tais estágios num receptor de radar pode ser um total de cinco ou mais.

**Problema**

Um sistema de radar marítimo tem uma duração de pulso de 0,5 microssegundo. A largura de faixa requerida para o estágio de FI do receptor é

A. 0,5 MHz B. 1 MHz C. 2 MHz D. 4 MHz E. 0,25 MHz

**Solução**

Largura exigida em MHz = 2/0,5 = 4 MHz. Alternativa D.

## PROBLEMAS PRÁTICOS

1. Num sistema de radar marítimo, a duração do pulso é de 0,5 microssegundo, o tempo de repetição do pulso de 1.000 microssegundos e a potência de pico de 800 kW. A potência média é de
   A. 160 W B. 4 kW C. 8 kW D. 400 W E. 80 W
2. A radiofreqüência utilizada por um sistema de radar de uma embarcação é 5.550 MHz. O comprimento de onda de sua transmissão em espaço livre é
   A. 30 cm B. 5,4 cm C. 1,85 cm D. 18,5 cm E. 10 cm
3. A duração do pulso de um radar é de 1,5 microssegundo e o ciclo ativo é igual a 0,003. Qual o valor da freqüência de repetição do pulso?
   A. 3.000 Hz B. 500 Hz C. 2.000 Hz D. 200 Hz E. 300 Hz
4. No Problema 3, a potência média do pulso é de 400 W. A potência de pico é
   A. 5 kW B. 7,5 kW C. 750 W D. 1,33 kW E. 4 kW
5. No Problema 3, o valor do tempo de repetição do pulso é de
   A. 3 milissegundos B. 3.333 microssegundos C. 200 microssegundos D. 300 microssegundos E. 500 microssegundos
6. A duração do pulso de um radar é de 0,4 microssegundo e o ciclo ativo é de 0,000 2. O tempo de repetição do pulso é
   A. 2.000 segundos B. 500 microssegundos C. 2 milissegundos D. 0,08 segundo E. 0,008 segundo
7. Num sistema de radar marítimo, a freqüência de repetição do pulso é de 750 Hz e o ciclo ativo é de 0,001 5. A duração do pulso é de
   A. 5 microssegundos B. 7,5 microssegundos C. 0,75 microssegundo D. 11,25 microssegundos E. 4 microssegundos
8. A potência média de um pulso de radar é 750 W, a potência de pico é de 1,5 MW e o tempo de repetição é 1.500 microssegundos. A duração do pulso é
   A. 2 microssegundos B. 7,5 microssegundos C. 0,75 microssegundo D. 1,5 microssegundo E. A resposta não pode ser determinada em vista da insuficiência de dados.



9. A duração de um pulso de radar é de 2,5 microssegundos e o tempo de repetição de 1,25 milissegundo. O valor do ciclo ativo é
   A. 0,002 B. 0,005 C. 0,000 5 D. 0,000 312 5 E. 0,025
10. Num sistema marítimo de radar a potência média do pulso é de 600 W, sua duração é de 1,5 microssegundo e a freqüência de repetição do pulso é de 750 Hz. A potência de pico do pulso é de
    A. 530 kW B. 500 kW C. 750 kW D. 120 kW E. 1,2 MW
11. A largura da faixa dos estágios de FI de um receptor de radar é 2,5 MHz. Se a forma do pulso deve ser adequadamente mantida, a duração de pulso mínimo é
    A. 0,8 microssegundo B. 1,25 microssegundo C. 0,4 microssegundo D. 2,5 microssegundos E. 5 microssegundos
12. O pulso transmitido por um sistema marítimo de radar atinge o alvo em 15 microssegundos. A distância desse alvo em milhas náuticas é
    A. 4,86 B. 0,41 C. 0,83 D. 2,43 E. 1,21
13. No Problema 12, a distância total em milhas náuticas que o pulso percorre para alcançar o alvo a ser refletido de volta ao receptor é
    A. 0,83 B. 0,41 C. 4,86 D. 1,21 E. 2,43
14. Faz-se necessário aumentar o alcance máximo do pulso de um sistema de radar em 50%. Admitindo-se que apenas a potência de pico é alterada, deve-se multiplicá-lo por um fator de
    A. 1,5 B. 2,25 C. 1,225 D. 1,11 E. 5,1
15. Um pulso de radar tem duração de 3 microssegundos, um tempo de repetição de 1,2 milissegundo e uma potência média de 600 W. A potência de pico do pulso é de
    A. 12 kW B. 360 kW C. 720 kW D. 600 kW E. 240 kW

## SOLUÇÕES

1. $\text{Potência média} = \text{potência de pico} \times \frac{\text{duração do pulso}}{\text{tempo de repetição de pulso}}$

   $= 800 \times \frac{0,5}{1000} = 0,4 \text{ kW} = 400 \text{ W}$. Alternativa D.

2. $\text{Comprimento de onda em centímetros} = \frac{30}{\text{f, GHz}} = \frac{30}{5,550} = 5,4 \text{ cm}.$

   Alternativa B.

3. Freqüência de repetição do pulso $= \dfrac{\text{ciclo ativo}}{\text{duração do pulso}} = \dfrac{0{,}003}{1{,}5 \times 10^{-6}}$

$= \dfrac{3 \times 10^{-3}}{1{,}5 \times 10^{-6}} = 2 \times 10^{3} = 2.000$ Hz. Alternativa C.

4. Potência de pico $= \dfrac{\text{potência média}}{\text{ciclo ativo}} = \dfrac{400}{0{,}003} = \dfrac{4 \times 10^{2}}{3 \times 10^{-3}}$

$= 1{,}33\ldots \times 10^{5}$ W $= 133$ kW, arredondados. Alternativa D.

5. Veja a solução do Problema 3.

Tempo de repetição do pulso $= \dfrac{\text{duração do pulso}}{\text{ciclo ativo}} = \dfrac{1{,}5 \times 10^{-6}}{3 \times 10^{-3}}$

$= 0{,}5 \times 10^{-3}$ segundo $= 500$ microssegundos. Alternativa E.

6. Tempo de repetição do pulso $= \dfrac{\text{duração do pulso}}{\text{ciclo ativo}} = \dfrac{0{,}4 \times 10^{-6}}{0{,}000\,2}$

$= \dfrac{4 \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-4}} = 2 \times 10^{-3}$ segundo

$= 2$ milissegundos. Alternativa C.

7. Veja a solução do Problema 3.

Duração do pulso $= \dfrac{\text{ciclo ativo}}{\text{freqüência de repetição do pulso}} = \dfrac{0{,}001\,5}{750}$

$= \dfrac{1{,}5 \times 10^{-3}}{7{,}5 \times 10^{2}} = 0{,}5 \times 10^{-5}$ segundo

$= 5 \times 10^{-6}$ segundo $= 5$ microssegundos. Alternativa A.

8. Ciclo ativo $= \dfrac{\text{Potência média}}{\text{Potência de pico}} = \dfrac{\text{duração do pulso}}{\text{tempo de repetição do pulso}}$

Portanto,

Duração do pulso $=$ tempo de repetição do pulso $\times \dfrac{\text{Potência média}}{\text{Potência de pico}}$

$= 1\,500 \times \dfrac{750}{1\,500\,000}$

$= 1\,500 \times \dfrac{7{,}5 \times 10^{2}}{1{,}5 \times 10^{6}}$

$= 1\,500 \times 5 \times 10^{-4}$

$= 7\,500 \times 10^{-4}$ microssegundo

$= 0{,}75$ microssegundo. Alternativa C.

9. Ciclo ativo $= \dfrac{\text{duração do pulso}}{\text{tempo de repetição do pulso}} = \dfrac{2{,}5 \times 10^{-6}}{1{,}25 \times 10^{-3}}$



$= 2 \times 10^{-3} = 0{,}002$. Alternativa A.

10. Potência de pico $= \dfrac{\text{potência média}}{\text{duração do pulso} \times \text{freqüência do pulso}}$

$= \dfrac{600}{1{,}5 \times 10^{-6} \times 750} = \dfrac{6}{1{,}5 \times 7{,}5} \times 10^{-6}$

$= 0{,}533\ldots \times 10^{6}$ W $= 530$ kW, arredondados. Alternativa A.

11. Duração do pulso em microssegundos $= \dfrac{2}{\text{largura da faixa em MHz}}$

$= \dfrac{2}{2{,}5} = 0{,}8$ microssegundo. Alternativa A.

12. A questão refere-se apenas ao tempo que o pulso gasta para alcançar o alvo, o que corresponde a 6,18 microssegundos por milha náutica. Portanto a distância é

$\dfrac{15}{6{,}18} = 2{,}43$ milhas náuticas. Alternativa D.

13. Conforme foi calculado no Problema 12, a distância ao alvo (alcance) é de 2,43 milhas náuticas para a qual o tempo correspondente despendido pelo percurso do pulso é de 15 microssegundos. Outros 15 microssegundos devem transcorrer após a reflexão, e antes que o pulso do eco seja recebido. Por conseguinte, a distância total percorrida é $2 \times 2{,}43 = 4{,}86$ milhas náuticas. Alternativa C.

14. Quando somente a potência de pico é variada, o alcance é proporcional à raiz quadrada da potência de pico. Portanto, a razão de potência requerida para alcancar a distância (alcance) resultante será proporcional à quarta potência da razão do alcance.

$\dfrac{\text{Potência de pico resultante}}{\text{potência de pico original}} = \left(\dfrac{\text{alcance resultante}}{\text{alcance original}}\right)^{4}$

$= (1{,}5)^{4} = 5{,}1$ arredondados. Alternativa E.

15. Potência de pico $=$ potência média $\times \dfrac{\text{tempo de repetição do eco}}{\text{largura do pulso}}$

$= 600 \times \dfrac{1{,}2 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{-6}} = 250 \times 10^{3}$ W

$= 240$ kW. Alternativa E.

*Apêndice* **A**

# Notação Exponencial

Potências inteiras, positivas, de dez, podem ser usadas de forma aritmética, abreviadamente, a fim de reduzir expressões de números altos. Dessa maneira, um milhão = 1.000.000 = $10^6$, que representa realmente dez multiplicado por ele mesmo seis vezes: $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^6$. Seis milhões é escrito como $6 \times 10^6$ em notação científica. Um número, como, por exemplo, 157.000, pode ser expresso corretamencomo $157 \times 10^6$. Entretanto, é usual escrevermos 157.000 como $1{,}57 \times 10^5$, deslocando-se a vírgula decimal duas casas para a esquerda e acrescentando-se 2 ao expoente 3 para obter o expoente 5. Há uma outra maneira de analisarmos 157.000, que é considerando-o como um produto:

$$157\,000 = 157 \times 10^3 = (1{,}57 \times 10^2)\,(1 \times 10^3) = 1{,}57 \times 10^5.$$

Isso ilustra a regra sobre acréscimo de expoentes quando multiplicam-se números elevados a potências de dez. Em cada um dos exemplos seguintes, os números serão inicialmente convertidos para a notação científica, multiplicados, e o produto final também será expresso em notação científica:

$$200 \times 3\,000 = (2 \times 10^2)\,(3 \times 10^3) = 6 \times 10^5$$

$$40 \times 15\,000 = (4 \times 10^1)\,(1{,}5 \times 10^4) = 6 \times 10^5$$

$$5\,500 \times 2\,000 = (5{,}5 \times 10^3)\,(2 \times 10^3) = 11 \times 10^5 = 1{,}1 \times 10^7$$

No último exemplo acima, foi necessário deslocar a vírgula decimal do número onze uma casa à esquerda e acrescentar um ao expoente após a multiplicação, de forma a expressar o resultado através de notação científica. Há uma exceção à regra que é colocar-se apenas um número à esquerda da vírgula decimal. Vamos supor que seja necessário elevar ao quadrado um dado número, e então, inverter o processo tomando-se a raiz quadrada do resultado e reobter o número original

Por exemplo: $200 \times 200 = (2 \times 10^2)\,(2 \times 10^2) = 4 \times 10^4$

$$\sqrt{4 \times 10^4} = \sqrt{4} \times \sqrt{10^4} = 2 \times 10^2$$

A raiz quadrada de um número expresso em notação científica tem um expoente inteiro, que é metade daquele do número – ou seja, quando tomamos certos cuidados. Vamos considerar

$$4\,000 \times 4\,000 = (4 \times 10^3)\,(4 \times 10^3) = 16 \times 10^6 = 1{,}6 \times 10^7$$

$$\sqrt{1{,}6 \times 10^7} = \sqrt{1{,}6} \times \sqrt{10^7} = \sqrt{1{,}6 \times 10^{3{,}5}}$$

A resposta está perfeitamente correta, mas é por demais complicado determiná-la dessa maneira. Um modo mais fácil seria mudar o expoente ímpar para um par, deslocando-se a vírgula decimal uma casa para a direita enquanto se subtraía um do expoente ímpar.

Logo

$$\sqrt{1{,}6 \times 10^7} = \sqrt{16 \times 10^6} = \sqrt{16} \times \sqrt{10^6} = 4 \times 10^3$$

Feito isso, o número potenciado estará sempre entre 10 e 100. Se esse procedimento não for necessário, o número potenciado será maior ou igual a 1, mas será menor que 10.

Números baixos podem ser manipulados com a mesma facilidade; contudo, números menores que 1 têm expoentes negativos.

$$0{,}1 = \frac{1}{10} = 1 \times 10^{-1}$$

$$0{,}01 = \frac{1}{10 \times 10} = 1 \times 10^{-2}$$

$$0{,}001 = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = 1 \times 10^{-3}$$

Alguns números de pequena grandeza, expressos com notação científica, podem ser utilizados para ilustrar este princípio.

$$0{,}000\,07 = 7 \times 10^{-5}$$

$$0{,}010\,2 = 1{,}02 \times 10^{-2}$$

$$0{,}000\,001\,375 = 1{,}375 \times 10^{-6}$$

Quando multiplicamos números de pequena grandeza, os expoentes negativos são acrescentados algebricamente. Os exemplos seguintes mostram como isso é feito:

$$0{,}02 \times 0{,}000\,004 = (2 \times 10^{-2})\,(4 \times 10^{-6}) = 8 \times 10^{-8}$$
$$0{,}002\,5 \times 0{,}000\,002 = (2{,}5 \times 10^{-3})\,(2 \times 10^{-6}) = 5 \times 10^{-9}$$
$$0{,}3 \times 0{,}005 = (3 \times 10^{-1})\,(5 \times 10^{-3}) = 15 \times 10^{-4} = 1{,}5 \times 10^{-3}$$

Certas vezes um cálculo exige multiplicação de números grandes e pequenos entre si. Quando isso ocorre, soma-se algebricamente os seus expoentes (respeitando-se os seus sinais).

$$(3{,}0 \times 10^{4})\,(2{,}5 \times 10^{-2}) = 7{,}5 \times 10^{2}$$
$$(4{,}0 \times 10^{-6})\,(4{,}5 \times 10^{5}) = 18 \times 10^{-1} = 1{,}8 \times 10^{0}$$

Este último exemplo apresenta-nos uma questão conceitual – O que é $10^0$?

Já que $10^{-1} = 0{,}1$ e $10^1 = 10$, $10^0 = 1$. Portanto, $1{,}8 \times 10^0 = 1{,}8 \times 1 = 1{,}8$; de forma semelhante, $N \times 10^0 = N$, onde N pode ser qualquer número.

A notação científica para números pequenos geralmente envolve apenas o deslocamento de um algarismo à esquerda da decimal. Contudo, quando extraímos a raiz quadrada, a vírgula decimal deve ser deslocada e o expoente transformado em par, contanto que não o seja ainda. Esta mudança da vírgula decimal faz com que o multiplicador elevado a décima potência sob o radical seja convertido de uma faixa de 1 a 10 para uma de 10 a 100. Por exemplo

$$0{,}02 \times 0{,}02 = (2 \times 10^{-2})\,(2 \times 10^{-2}) = 4 \times 10^{-4}$$

Portanto, $\sqrt{4 \times 10^{-4}} = \sqrt{4} \times \sqrt{10^{-4}} = 2 \times 10^{-2}$

Contudo, $0{,}000\,4 \times 0{,}000\,4 = (4 \times 10^{-4})\,(4 \times 10^{-4}) = 16 \times 10^{-8}$

$$= 1{,}6 = 10^{-7}$$

Quando é necessária a raiz quadrada de uma expressão como $1{,}6 \times 10^{-7}$, move-se a vírgula decimal uma casa à direita enquanto se diminui 1 algebricamente do expoente. Por exemplo,

$$\sqrt{8{,}1 \times 10^{-9}} = \sqrt{81 \times 10^{-10}} = 9 \times 10^{-5}$$
$$\sqrt{6{,}4 \times 10^{-19}} = \sqrt{64 \times 10^{-20}} = 8 \times 10^{-10}$$

Na divisão de um número expresso em notação científica, o expoente de 10 no denominador é subtraído algebricamente do expoente de 10 no numerador. Logo,

$$\frac{6 \times 10^{8}}{3 \times 10^{3}} = \frac{6}{3} \times 10^{5} = 2 \times 10^{5}$$



$$\frac{7{,}5 \times 10^{-3}}{2{,}5 \times 10^{7}} = \frac{7{,}5}{2{,}5} \times 10^{-10} = 3 \times 10^{-10}$$

$$\frac{2 \times 10^{-3}}{8 \times 10^{-4}} = \frac{2}{8} \times 10^{1} = 0{,}25 \times 10^{1} = 2{,}5$$

EXEMPLO: Determine

$$\frac{(6{,}67 \times 10^{12})\,(5{,}3 \times 10^{-3})}{(4{,}7 \times 10^{3})^{2}}$$

RESPOSTA: $1{,}6 \times 10^3$

*Apêndice* **B**

# Precisão e Arredondamento

A precisão pode ser um fator importante por uma série de razões. Por exemplo, no caso de uma tolerância para um componente fabricado, tal como um capacitor ou resistor. Quando se efetuam medições, a precisão é usualmente limitada pelo instrumento usado para tal fim. Contudo, na solução de um dado problema, a exatidão do resultado calculado pode não ser maior que aquela dos dados do problema. Outrossim, a precisão a ser observada nos cálculos não pode ser maior que aquela que os dados originais do problema exigem.

A menos que seja especificado de outra maneira, a precisão de um número é usualmente fornecida pelo total de algarismos significativos incluídos nos dados do problema. Numa corrente de 1,1 mA deve-se subentender que sua amperagem está compreendida entre 1,05 mA e 1,15 mA. Sempre que houver condições de limitação da precisão, o resultado de uma multiplicação ou divisão com este valor de corrente não exige mais que dois algarismos. Conquanto seja correto usar três algarismos nos cálculos intermediários envolvendo multiplicação ou divisão, a resposta final não pode estar correta para mais de dois algarismos. Quando problemas constantes de provas são corretamente elaborados, o número de algarismos nas respostas correspondem à precisão presente nos dados.

Um objetivo básico de um procedimento eficaz é manter o resultado de um dado cálculo para utilizá-lo num cálculo subseqüente. Não há vantagem nenhuma em arredondar 2/3 (= 0,666 666 7) para 0,67, simplesmente porque o dado original é 2,0/3,0, a menos que haja a questão de reutilizar os dados. Como regra geral, um número quando inscrito com muitos algarismos é usado novamente sem modificação. Entretanto,



quando o resultado do cálculo deve ser arredondado e reutilizado, o total de algarismos a ser registrado e reinscrito é importante devido aos algarismos extras que devem ser anotados (ou memorizados), e então relançados nas teclas da calculadora.

O arredondamento é efetuado eliminando-se todos os algarismos à direita do último algarismo que irá permanecer, ou somando 1 ao último algarismo, eliminando os algarismos à direita. As regras seguem-se abaixo:

1. Quando o primeiro algarismo a ser descartado é menor que cinco, *não arredonde* o último algarismo que irá permanecer.
2. Quando o primeiro algarismo a ser descartado é 5 ou um número maior, some 1 ao último algarismo que será mantido.

EXEMPLO 1:Faça a seguinte multiplicação e arredonde o resultado:

$$2{,}1 \times 3{,}24 = 6{,}804\ 000\ 0$$

Já que 2,1 possui apenas dois algarismos importantes, na resposta também deverão ser mantidos dois algarismos importantes.

$$2{,}1 \times 3{,}24 = 6{,}8|04\ 000\ 0 \rightarrow 6{,}8$$

Podemos constatar daí que o 8 não foi arredondado porque o primeiro algarismo descartado (0) é menor que 5.

EXEMPLO 2: 30,7 X 20,7

$$30{,}7 \times 20{,}7 = 635{,}490\ 00$$

Ambos os fatores têm três algarismos importantes e por esse motivo é correto arredondar-se os três algarismos importantes na resposta.

$$30{,}7 \times 20{,}7 = 635{,}|490\ 00 \rightarrow 635$$

O 5 não é arredondado porque o primeiro algarismo descartado (4) é menor que 5.

EXEMPLO 3: $(213)^2$

$$(213)^2 = 213 \times 213 = 45\ 369{,}000 = 45\ 400$$

Neste exemplo, o último algarismo mantido é acrescido de 1, porque o primeiro algarismo descartado (6) é maior que 5. Mas é possível que a resposta arredondada seja interpretada erroneamente como tendo uma precisão de cinco algarismos devido ao zero necessário à colocação da vírgula decimal. Essa ambigüidade pode ser eliminada dando-se a resposta por notação científica, ou seja, $45.400 = 4{,}54 \times 10^4$.

EXEMPLO 4: $\pi(4)^2$

$$\pi(4)^2 = 3{,}141\ 6 \times 4 \times 4 = 50{,}265\ 6$$

Este exemplo é apresentado para esclarecer três pontos.

Primeiro, $\pi$ não é um número exato e pode ser expresso com tantas decimais quantas sejam necessárias, ou seja,

$$\pi \approx 3,141\,6$$
$$\pi \approx 3,142$$
$$\pi \approx 3,14$$

O símbolo "≈" significa "aproximadamente igual a".

Segundo, o número 4 pode ser exato, mas este caso é raro em cálculos práticos. Considerando-se uma precisão de três algarismos, o número 4 deve ser de preferência expresso como 4,00. Por conseguinte,

$$\pi(4,00)^2 = 3,142 \times 4,00 \times 4,00 = 50,272\,000 \rightarrow 50,3$$
$$\text{ou } \pi(4,00)^2 = 3,14 \times 4,00 \times 4,00 = 50,240\,000 \rightarrow 50,2$$

Finalmente quando for importante que o último algarismo seja inteiro, será preciso um valor de $\pi$ mais exato.

EXEMPLO 5: $\dfrac{2,00}{3,00}$

$$\frac{2,00}{3,00} = 0,666\,|\,666\,67 \rightarrow 0,667$$

EXEMPLO 6: $\dfrac{(347)\ (2,5)}{0,009}$

$$\frac{(347)\ (2,5)}{0,009} = \frac{(3,47 \times 10^2)\ (2,5)}{9 \times 10^{-3}} = 0,963\,888\,9 \times 10^5 \rightarrow 1, \times 10^5$$

A precisão de um algarismo é indicada no exemplo 0,009 do denominador. Expresso como 0,0090, a precisão de dois algarismos importantes e a resposta arredondada seria $9,6 \times 10^4$. Se o número fosse 0,009 00, o numerador (2,5) limitaria a precisão da resposta a dois algarismos importantes.



*Apêndice* **C**

# Símbolos e Unidades

| GRANDEZAS | SÍMBOLO | UNIDADES |
|---|---|---|
| Admitância (Recíproca de Impedância) | Y | Mho |
| Área de seção transversal de fio | A | Mil-Circular |
| Auto-Indutância | L | Henry (H) |
| Capacitância | C | Farad (F) |
| Carga Elétrica | Q | Coulomb |
| Coeficiente de Reflexão | $\varrho$ | |
| Comprimento de Onda | $\lambda$ | Metro ou pé |
| Condutância (Recíproca da Resistência) | G | Mho |
| Constante dielétrica ou Permissividade | K | |
| Corrente | I | Ampère ou Amp (A) |
| Densidade de Carga Elétrica | D | Coulomb/cm$^2$ |
| Densidade de Fluxo Magnético | B | Maxwell/cm$^2$, Line/cm$^2$ ou Gauss |
| Energia ou Trabalho | W | Joule (J), Watt-hora ou Kilowatt hora (KWH) |
| Fator de Acoplamento | k | |
| Fator de Potência | | Watt/Volt-Amp |
| Fluxo Elétrico | $\Psi$ | Coulombs |
| Fluxo Magnético | $\phi$ | Line ou Maxwell |
| Força de Magnetização | H | Oersted |
| Força Elétrica | $\epsilon$ | Volt/cm |
| Força Eletromotiva (FEM) | E | Volt |
| Força Magnetomotiva (FMM) | | Gilbert |

| GRANDEZAS | SÍMBOLO | UNIDADES |
|---|---|---|
| Freqüência | f | Ciclo/segundo (cps) ou Herts (Hz) |
| Impedância | Z | Ohm (Ω) |
| Indutância Mútua | M | Henry (H) |
| Intensidade de Campo | E | Microvolt/m |
| Período (Recíproca da Freqüência) | T | Segundo (S) |
| Permeabilidade | $\mu$ | |
| Permeância (Recíproca da Relutância) | $\rho$ | Maxwell/Gilbert |
| Potência | P | Watt (W) |
| Potência Aparente | | Volt-Amp (VA) |
| Potencial, Queda de Voltagem | V | Volt (V) |
| Razão de Onda Estacionária de Voltagem | S | |
| Reatância | X | Ohm (Ω) |
| Relutância | | Gilbert/Maxwell |
| Resistência | R | Ohm X Centímetro |
| Resistividade, Resistência Específica | $\varrho$ | |
| Seletividade, Qualidade ou Fator de Vantagem | Q | |
| Sensibilidade do Medidor | | Ohm/volt |
| Suscetância (Recíproca da Reatância) | B | Mho (Siemen) |
| Velocidade de Onda Eletromagnética | c | M/segundo |

Este livro foi impresso
(com filmes fornecidos pela Editora)
na Gráfica Editora Bisordi Ltda.,
à Rua Santa Clara, 54 (Brás),
São Paulo.